

1. 이차방정식 $3(x-a)^2 = 15$ 의 해가 $x = -4 \pm \sqrt{b}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$3(x-a)^2 = 15$ 에서 $(x-a)^2 = 5$ 이므로

$x-a = \pm\sqrt{5}$

$\therefore x = \pm\sqrt{5} + a$

따라서 $a = -4, b = 5$ 이다.

2. 이차방정식 $2(x+3)^2 - 12 = 0$ 의 근을 $x = a \pm \sqrt{b}$ 라고 할 때, a, b 의 값을 구하면?

① $a = -3, b = 3$

② $a = 3, b = 3$

③ $a = -3, b = -3$

④ $a = -3, b = 6$

⑤ $a = 3, b = 6$

해설

$$2(x+3)^2 - 12 = 0$$

$$2(x+3)^2 = 12, (x+3)^2 = 6$$

$$x+3 = \pm\sqrt{6}, x = -3 \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore a = -3, b = 6$$

3. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내려고 한다. 이 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(x-5) &= 4, \quad x^2 - 6x = -1, \\(x-3)^2 &= 8, \quad p = -3, \quad q = 8, \\ \therefore p+q &= -3+8 = 5\end{aligned}$$

4. $x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 5 &= 0, \quad x^2 + 6x = 5 \\(x + 3)^2 &= 5 + 9, \quad (x + 3)^2 = 14 \\A &= 3, \quad B = 14 \\\therefore A + B &= 17\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀면?

- ① $x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$ ② $x = \frac{2 \pm \sqrt{17}}{2}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$
④ $x = \frac{4 \pm \sqrt{17}}{2}$ ⑤ $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$

해설

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = -2 + \frac{25}{4}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}, x - \frac{5}{2} = \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

6. 이차방정식 $2(x-4)^2 = a$ 가 하나의 근을 갖도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$$(x-4)^2 = \frac{a}{2}$$

(완전제곱식)=0의 꼴이어야 하므로

$$a = 0$$

7. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 2 = 0$ 을 풀었더니 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 가 되었다.

$A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$$

$$\therefore A = 1, B = 7$$

$$\therefore A - B = -6$$

8. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{6}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} \text{ 이므로 } A = -5, B = 37$$

$$\therefore A + B = 32$$

9. 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34 일 때, 두 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

해설

연속한 두 홀수를 x , $x + 2$ 라고 하면

$$(x + 2)^2 + x^2 = 34$$

$$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 34 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 연속한 두 홀수는 $x = 3$ 일 때이므로 두 홀수는 3, 5 이다.

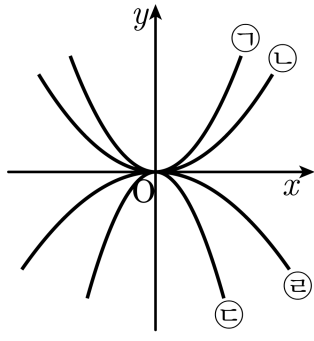
10. 다음 중 이차함수인 것은?

- ① 자동차가 시속 50km 로 x 시간 동안 달린 거리는 y km 이다.
- ② 반지름의 길이가 x cm 인 원의 둘레의 길이는 y cm 이다.
- ③ 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형의 넓이는 y cm² 이다.
- ④ x 개의 물건을 y 명이 나누어 가진다.
- ⑤ 한 변의 길이가 x cm 인 정삼각형의 둘레의 길이는 y cm 이다.

해설

③ $y = x^2$

11. 다음 그림은 $y = ax^2$ 의 그래프이다. a 의 값이 가장 작은 것을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록하고, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁다. 따라서, a 의 값이 가장 작은 것은 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 그래프이다.

12. 이차방정식 $(2x+6)(x-1)=8$ 을 $(x-a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$\begin{aligned}(2x+6)(x-1) &= 8 \\ 2x^2+4x-6-8 &= 0 \\ 2x^2+4x-14 &= 0 \\ \text{양변을 2로 나누면} \\ x^2+2x-7 &= 0 \\ x^2+2x+1 &= 7+1 \\ (x+1)^2 &= 8 \\ a=-1, b=8 \\ \therefore ab &= -8\end{aligned}$$

13. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, A, B 의 값은?

① $A = 3, B = 8$

② $A = -3, B = 8$

③ $A = 2, B = 4$

④ $A = -3, B = -8$

⑤ $A = 4, B = 6$

해설

$$(x-1)(x-5) = 4$$

$$x^2 - 6x = 4 - 5$$

$$x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$$

$$(x-3)^2 = 8, A = -3, B = 8$$

14. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(x-5) &= 4 \\ x^2 - 6x + 5 &= 4 \\ (x-3)^2 - 9 + 5 &= 4 \\ \therefore (x-3)^2 &= 8 \\ a &= -3, b = 8 \\ \therefore a+b &= 5\end{aligned}$$

15. 이차방정식 $(x+3)(x-5)=5$ 를 $(x+A)^2=B$ 의 모양으로 고칠 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -1$

▷ 정답 : $B = 21$

해설

$$x^2 - 2x + 1 = 21$$

$$(x - 1)^2 = 21$$

$$\therefore A = -1, B = 21$$

16. 다음은 이차방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다.
(가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$$x^2 + 3x = 2$$
$$x^2 + 3x + (\text{가}) = 2 + (\text{나})$$
$$(x + (\text{다}))^{(\text{라})} = (\text{마})$$

- ① (가) : $\frac{9}{4}$

② (나) : $\frac{9}{4}$

③ (다) : $\frac{3}{2}$
- ④ (라) : 2

⑤ (마) : 5

해설

$$x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 2 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

따라서 (마)는 $\frac{17}{4}$ 이다.

17. 다음 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 - 4x = -1, x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$$

$$(x-2)^2 = 3$$

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore a + b = 1$$

18. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p + 3q$ 의 값은?

① 10

② 9

③ 8

④ 7

⑤ 6

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + 2x = \frac{5}{3}, \text{ 양변에 } \left(2 \times \frac{1}{2}\right)^2 = 1 \text{ 을 더하면}$$

$$x^2 + 2x + 1 = \frac{5}{3} + 1$$

$$(x + 1)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p = 1, q = \frac{8}{3}$$

$$\therefore p + 3q = 1 + 3 \times \frac{8}{3} = 9$$

19. 이차방정식 $2x^2 - 6x = -1 + x^2$ 을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 변형할 때, $p + q$ 의 값은?

① 5 ② -5 ③ -8 ④ 11 ⑤ -11

해설

방정식을 정리하면 $x^2 - 6x = -1$

양변에 9 를 더하면 $x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$

$(x - 3)^2 = 8$

$p = -3, q = 8$

$\therefore p + q = 5$

20. 이차방정식 $(x-1)(x-3)-2=0$ 을 $(x-a)^2=b$ 의 꼴로 고칠 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ -2 ④ 3 ⑤ 5

해설

식을 전개하여 정리하면 $x^2-4x+1=0$

상수항을 이항하면 $x^2-4x=-1$

양변에 4 를 더하면 $x^2-4x+4=-1+4$

$(x-2)^2=3$

따라서 $a=2, b=3$ 이고 $b-a=1$ 이다.

21. $3x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 해를 구하면 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 이다. 이때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$3x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -1$$

$$3(x - 1)^2 = 2$$

$$(x - 1)^2 = \frac{2}{3}$$

$$x - 1 = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$$

$$A = 3, B = 6$$

$$\therefore A + B = 9$$

22. n 명의 학생 중에 2 명의 주변을 뽑는 경우는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어느 반 학생 중 주변 2 명을 뽑는 경우의 수가 36 가지일 때, 이 반의 학생 수는?

① 5 명 ② 7 명 ③ 9 명 ④ 11 명 ⑤ 13 명

해설

$$\frac{n(n-1)}{2} = 36 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n-9)(n+8) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ (명)이다.

- 23.** 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▶ 정답 : 30m

해설

$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면

$$h = -45 + 45 + 30 = 30$$

따라서 발사 후 3초 후의 높이는 30m이다.

24. 둘레의 길이가 18m , 넓이가 20m² 인 직사각형의 가로 길이 x 를 구하는 방정식은?

① $x^2 - 9x + 20 = 0$

② $x^2 + 9x + 20 = 0$

③ $x^2 - 18x + 20 = 0$

④ $x^2 + 18x + 20 = 0$

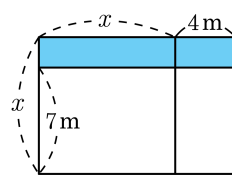
⑤ $x^2 - 20x + 18 = 0$

해설

가로의 길이가 x cm이면 세로의 길이는 $(9 - x)$ cm
따라서 직사각형의 넓이는 $x(9 - x) = 20$ 이다.
 $\therefore x^2 - 9x + 20 = 0$

25. 정사각형 모양의 화단의 가로를 4m 늘리고, 세로를 7m 줄였더니, 넓이는 26m^2 가 되었다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

- ① 7 m ② 8 m ③ 9 m
④ 10 m ⑤ 11 m



해설

$$\begin{aligned}(x+4)(x-7) &= 26 \\ x^2 - 3x - 54 &= 0 \\ (x+6)(x-9) &= 0 \\ \therefore x &= 9 (\because x > 0)\end{aligned}$$

26. 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 가로를 2 만큼 늘이고, 세로를 2 만큼 줄인 사각형의 넓이가 5가 되었다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

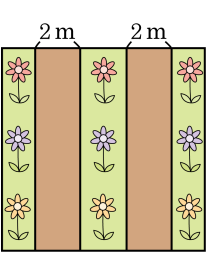
해설

$$(x+2)(x-2) = 5$$

$$x^2 = 9$$

$$\therefore x = 3$$

27. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 2m 가 되는 길을 2개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 45m² 였다. 처음 꽃밭의 가로 길이?



- ① 3 m ② 6 m ③ 7 m
④ 8 m ⑤ 9 m

해설

정사각형의 가로 길이를 x m 라고 하면
(꽃밭의 넓이) = $(x - 4)x$
 $(x - 4)x = 45$
 $\therefore x = 9 (\because x > 0)$

28. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$x^2 + 4x - 1 = (x + 2)^2 - 5 = 0$$

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore ab = 10$$

29. 이차방정식 $x^2 + 6x + 7 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + 6x + 7 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 2$$

$$(x + a)^2 = b$$

$$a = 3, b = 2$$

$$\therefore a + b = 5$$

30. 이차방정식 $x^2 - 3x - 2 = 0$ 을 $(x - a)^2 = b$ 의 꼴로 변형할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{3}{2}$ 또는 1.5

▷ 정답 : $b = \frac{17}{4}$ 또는 4.25

해설

$$x^2 - 3x = 2$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$\therefore a = \frac{3}{2}, b = \frac{17}{4}$$

31. 이차방정식 $2x^2 - 12x + 13 = 0$ 을 $(x-A)^2 = B$ 꼴로 나타낼 때, $A+B$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{11}{2}$ ② 5 ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

해설

$$2x^2 - 12x + 13 = 0 \rightarrow 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 13 = 0$$

$$\rightarrow 2(x-3)^2 = 5 \text{ 이므로 } \rightarrow (x-3)^2 = \frac{5}{2}$$

$$A = 3, B = \frac{5}{2} \text{ 에서 } A+B = \frac{11}{2} \text{ 이다.}$$

32. 이차방정식 $2x^2 - 12x + 13 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $a - 2b$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 0 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$$2x^2 - 12x + 13 = 0$$

$$2(x^2 - 6x + 9) = -13 + 18$$

$$(x - 3)^2 = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a = -3, b = \frac{5}{2}$$

$$\therefore a - 2b = -8$$

33. 이차방정식 $x^2 - 4x - 8 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x - 8 &= 0 \\x^2 - 4x + 4 &= 8 + 4 \\(x - 2)^2 &= 12 \\\therefore a &= -2, b = 12 \\\therefore a + b &= 10\end{aligned}$$

34. 다음의 이차방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다.
(가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$$16x^2 - 24x - 23 = 0$$
$$16(x^2 - (가)x + (나)) = 23 + (다)$$
$$16\left(x - \frac{3}{4}\right)^{(라)} = (마)$$

- ① (가) : $\frac{3}{2}$ ② (나) : $\left(\frac{3}{4}\right)^2$ ③ (다) : 16
- ④ (라) : 2 ⑤ (마) : 32

해설

$$16\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2\right) = 23 + 9$$
$$16\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 32 \text{ 이므로 (다)는 9 이다.}$$

35. 이차방정식 $(x+5)(x-3)=5$ 를 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$$(x+5)(x-3)=5, \quad x^2+2x-15=5$$

$$x^2+2x=20, \quad (x+1)^2=21$$

$$p=1, \quad q=21$$

$$\therefore p+q=22$$

36. 이차방정식 $(x+7)(x-5)=7$ 를 $(x+p)^2=q$ 의 꼴로 나타낼 때, pq 의 값을 구하면? (단, p, q 는 상수이다.)

① 43 ② 45 ③ 47 ④ 49 ⑤ 51

해설

$$(x+7)(x-5)=7, \quad x^2+2x-35=7$$

$$x^2+2x=42, \quad (x+1)^2=43$$

$$p=1, \quad q=43$$

$$\therefore pq=43$$

37. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x + 5)^2 = \frac{m + 6}{4}$$

- ① $m > 3$

② $m < -6$

③ $m = 0$
- ④ $m < 3$

⑤ $m > -6$

해설

$$\frac{m + 6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로}$$
$$m + 6 < 0$$
$$\therefore m < -6$$

38. 이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않을 때, 다음 중 m 의 값이 아닌 것은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $(x+7)^2 = \frac{3m-9}{8}$ 이 근을 갖지 않으려면 $\frac{3m-9}{8} < 0$ 이어야 하므로 $3m-9 < 0, m < 3$ 이다. 따라서 3 은 m 의 값이 아니다.

39. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $n=5$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $n=9$ 이면 근이 2 개이다.
- ③ $n=4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.
- ④ $n=8$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ⑤ $n=14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$$-(x+2)^2 = 5-n, (x+2)^2 = n-5, x = -2 \pm \sqrt{n-5}$$

$$\textcircled{2} \ n=9 \text{ 이면 } x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=-4$$

40. 이차방정식 $a(x-p)^2 = q$ 에서 $aq < 0$ 일 때, 근의 개수를 구하여라.
(단, 근이 2개이면 2, 1개이면 1, 근이 없으면 0이라고 써라.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$(x-p)^2 = \frac{q}{a}, x-p = \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$$

$$\therefore x = p \pm \sqrt{\frac{q}{a}}$$

$$aq < 0 \text{ 이므로 } \frac{q}{a} < 0$$

$$\therefore 0 \text{ 개}$$

41. 이차방정식 $(x+3)^2 = k-1$ 이 중근 a 를 갖는다고 할 때, $a+k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

(완전제곱꼴) = 0일 때 중근을 갖는다.

$$k-1=0, k=1$$

$$(x+3)^2=0 \text{ 이므로 } a=-3$$

$$\therefore a+k=-2$$

42. 이차방정식 $(x+a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x+a = \pm \sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

43. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 12 ② 0 ③ -3 ④ -5 ⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0, a \leq 0$

44. x 에 대한 이차방정식 $(x-p)^2 = q$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $q = 0$ 이면 중근이다.

㉡ $q < 0$ 이면 실수 범위 내에서 근은 없다.

㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 두 근의 합은 항상 0이다.

㉤ $q > 0$ 이면 두 근의 절댓값은 같고 부호가 서로 반대이다.

- ① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$(x-p)^2 = q$, $x-p = \pm \sqrt{q}$ 이므로 $x = p \pm \sqrt{q}$

㉠ $q = 0$ 이면 $x = p$ (중근)이므로 참이다.

㉡ $q < 0$ 이면 근호 안이 음이 되어 실수가 아니므로 참이다.

㉢ $p = 0, q > 0$ 이면 $x = \pm \sqrt{q}$ 이므로 두 근의 합은 항상 0이다. 따라서 참이다.

㉤ $q > 0$ 이면 $x = p \pm \sqrt{q}$, 두 근의 절댓값이 같지 않다. 따라서 거짓이다.

45. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - ax - b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2x^2 - ax - b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로

$2 - \sqrt{5}$ 가 근이면 $2 + \sqrt{5}$ 도 근이다.

근과 계수의 관계에서

$$\frac{a}{2} = (2 - \sqrt{5}) + (2 + \sqrt{5}), a = 8$$

$$-\frac{b}{2} = (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}), -\frac{b}{2} = -1, b = 2$$

$$\therefore a - b = 6$$

46. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$

② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -1 이므로 구하는 이차방정식의
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 -2
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$
양변에 2를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

47. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

48. 이차방정식 $x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $3x^2 + 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -42

해설

$x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$ 의 양변에 2를 곱하면

$$2x^2 - 5x = -2$$

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 5a = -2$

$3x^2 + 6x - 3 = 0$ 에서

$$x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$2x^2 + 4x = 2$$

여기에 $x = b$ 를 대입하면 $2b^2 + 4b = 2$

$$\begin{aligned}\therefore (2a^2 - 5a - 4)(2b^2 + 4b + 5) &= (-2 - 4)(2 + 5) \\ &= -42\end{aligned}$$

49. 어린이 날을 맞이하여 구슬 126 개를 어린이들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 어린이 5 명이 더 와서 어린이들에게 나누어 주었던 구슬을 5 개씩 회수하여, 나중에 온 5 명의 어린이들에게 똑같이 주었더니 모든 어린이들에게 돌아간 구슬의 수가 같게 되었다. 처음 어린이들의 수는?

- ① 5명 ② 6명 ③ 7명 ④ 8명 ⑤ 9명

해설

처음 어린이의 수를 x 명이라 하면
처음 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\frac{126}{x}$ 개
나중 어린이 수는 $(x + 5)$ 명
나중에 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\left(\frac{126}{x} - 5\right)$ 개 이므로
 $\left(\frac{126}{x} - 5\right)(x + 5) = 126$
 $x > 0$ 이므로 $x = 9$

50. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A , B 두 사람이 푸는데, A 는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8 을 해로 얻었고, B 는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?
- ① $x = -2$ 또는 $x = 5$ ② $x = -3$ 또는 $x = -5$
③ $x = -4$ 또는 $x = 6$ ④ $x = 4$ 또는 $x = -6$
⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.
 A 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
 $c = (-3) \times 8 = -24$
 B 는 상수항을 잘못 보았으므로
 $-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$
따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$
 $\therefore x = 4$ 또는 $x = -6$