1. 땅으로부터 높이 15m 되는 다이빙대에서 수영선수가 위를 향해 초속 27m 로 다이빙을 했다. x 초 후 수영선수가 지상으로부터의 떨어져있는 높이는 $(-3x^2 + 27x + 15)$m 라고 할 때, 수영선수의 높이가 57m 가 되는 데 걸리는 나중 시간은?

① 2 초 ② 5 초 ③ 7 초 ④ 9 초 ⑤ 11 초

해설

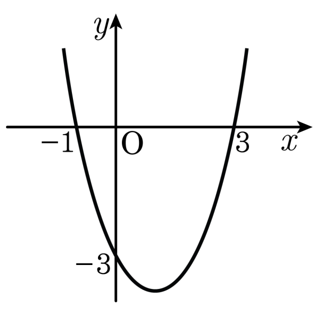
$-3x^2 + 27x + 15 = 57$
$3(x^2 - 9x + 14) = 0$
$3(x-2)(x-7) = 0$
$x = 2,\ 7$
따라서 나중 시간은 7 초 이다.

2. 다음 보기 중 $y=2x^2$ 과 서로 x 축에 대하여 대칭을 이루는 함수를 고르면?

① $y=4x^2$ ② $y=\frac{1}{2}x^2$ ③ $y=-2x^2$
④ $y=\frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y=x^2$

해설
x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 이차함수를 찾는다.

3. 다음 그림과 같이 나타내어지는 포물선의 식은?



① $y = 3x^2 - 3x - 6$
② $y = -x^2 + 6x - 8$
③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$
④ $y = x^2 - 2x - 3$
⑤ $y = -x^2 + 5x - 4$

해설

$y = a(x-3)(x+1)$ 이고, $(0,\ -3)$ 을 지난다.
$-3 = -3a$
$a = 1$
따라서 $y = (x-3)(x+1) = x^2 - 2x - 3$

4. 이차함수 $y = 4x^2 - 12ax + 8a^2 + 6a - 9$ 의 최솟값이 -4 일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답：

▶ 답：

▷ 정답：$a = 1$

▷ 정답：$a = 5$

해설

$y = 4x^2 - 12ax + 8a^2 + 6a - 9$
$= (2x - 3a)^2 - a^2 + 6a - 9$

최솟값은 $-a^2 + 6a - 9 = -4$ 이다.

$a^2 - 6a + 5 = 0$

$(a - 1)(a - 5) = 0$

$\therefore\ a = 1$ 또는 $a = 5$

5. 차가 12 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수 중 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 각각 x, $x+12$ 라 하면
$y = x(x+12)$
$\quad = x^2 + 12$
$x = (x+6)^2 - 36$
$x = -6$ 일 때, 최솟값 -36 을 갖는다.
$x = -6, \ -6+12 = 6$
따라서 두 수 중에서 큰 수는 6 이다.

6. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

① $\frac{15}{2}$m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\,\mathrm{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\,\mathrm{m}$ 라 하면

$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x)$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}$ m 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\,\mathrm{m}^2$ 을 가진다.

7. 지면으로부터 초속 30m 로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ________ m

▷ 정답 : 45 m

해설

$h = -5t^2 + 30t$ 에서 $h = -5(t-3)^2 + 45$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45m 이다.

8. 두 이차방정식 $x^2-12x+a=0$, $(x-b)^2=0$의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a+b$ 의 값은?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

$x^2-12x+a=0$은 중근을 가지고, $(x-b)^2=0$ 도 같은 근을 가진다.
따라서 $a=36,\ b=6$ 이므로
$a+b=42$ 이다.

9. 이차방정식 $x^2 + 8x - 20 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $m^2 + n^2 = 104$	㉡ $(m - n)^2 = m^2 n^2$
㉢ $\|n - m\| \geq -3mn$	㉣ $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = -\frac{26}{5}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$m + n = -8, mn = -20$ 이다.

㉠ : $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 64 - 2(-20) = 104$

㉡ : $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn$
$= (-8)^2 - 4(-20)$
$= 64 + 80$
$= 144 \neq m^2 n^2$

㉢ : ㉡에 의해

$|n - m| + 3mn = |\pm 12| - 60 < 0$

㉣ : $\frac{n}{m} + \frac{m}{n} = \frac{m^2 + n^2}{mn} = \frac{104}{-20} = -\frac{26}{5}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

10. 이차방정식 $x^2+2x-1=0$ 의 두근을 $\alpha,\ \beta$ 라고 할 때, $\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-1,$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=6$

$$\begin{aligned}\alpha^3+\alpha^2\beta+\alpha\beta^2+\beta^3 &= \alpha^2(\alpha+\beta)+\beta^2(\alpha+\beta)\\ &= \left(\alpha^2+\beta^2\right)(\alpha+\beta)\\ &= 6\times(-2)=-12\end{aligned}$$

11. 이차방정식 $2x^2-2ax+12=0$ 의 두 근의 비가 $2:3$ 이 되는 a 의 값은?

① ±1 ② ±2 ③ ±3 ④ ±4 ⑤ ±5

해설

두 근을 각각 $2k,\ 3k(k\neq0)$ 라고 하면

$$\begin{aligned}2(x-2k)(x-3k)&=2x^2-10kx+12k^2\\&=2x^2-2ax+12\end{aligned}$$

$\therefore\ k=\pm1,\ a=\pm5$

12. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 근을 구하는데 소연은 일차항의 계수를 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x=1\pm\sqrt{2}$가 나왔고, 소희는 상수항을 잘못 보고 풀어서 두 근이 $x=2\pm\sqrt{6}$이 나왔다. 이 때, ab의 값은?

① -4　② -2　③ 1　④ 2　⑤ 4

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $x^2+ax+b=0$의 두근의 합은 $-a$, 두 근의 곱은 b이다.
소연이는 상수항은 제대로 본 것이므로 소연이가 구한 두 근의 곱은
$(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1=b$
한편, 소희는 일차항을 제대로 본 것이므로 소희가 구한 두 근의 합은
$(2+\sqrt{6})+(2-\sqrt{6})=-a$
$\therefore\ a=-4,\ b=-1$
$\therefore ab=4$

해설

소연이 푼 식은
$\left\{x-(1+\sqrt{2})\right\}\left\{x-(1-\sqrt{2})\right\}=0$
소연이는 상수항을 제대로 본 것이므로 구하는 상수항 $b=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$
소희가 푼 식은
$\left\{x-(2+\sqrt{6})\right\}\left\{x-(2-\sqrt{6})\right\}=0$
소희는 일차항의 계수를 제대로 본 것이므로 일차항의 계수는
$a=-2+\sqrt{6}-2-\sqrt{6}=-4$
따라서, 처음 이차방정식은 $x^2-4x-1=0$
$\therefore\ ab=4$

13. 1 부터 9 까지의 숫자 중에서 서로 다른 숫자가 각각 적힌 n 장의 카드가 있다. 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수가 모두 56 개일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

0 을 포함하지 않는 자연수를 만들 때, 2 장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리의 자연수의 개수는 $n(n-1)$ 이다.

$n(n-1) = 56$

$n^2 - n - 56 = 0$

$(n+7)(n-8) = 0$

따라서 $n = 8$ ($\because n$ 은 자연수) 이다.

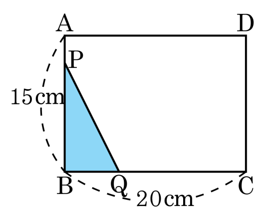
14. 어떤 무리수 x가 있다. x의 소수 부분을 y라 할 때 x의 제곱과 y의 제곱의 합이 33이다.
무리수 x의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \dfrac{5+\sqrt{41}}{2}$ ② $x = \dfrac{2+\sqrt{41}}{5}$
③ $x = \dfrac{5+\sqrt{37}}{3}$ ④ $x = \dfrac{-2+\sqrt{41}}{5}$
⑤ $x = \dfrac{3+\sqrt{37}}{4}$

해설

$x^2 + y^2 = 33,\ 0 \le y < 1$
$0 \le y^2 = 33 - x^2 < 1,\quad \sqrt{32} < x \le \sqrt{33}$
따라서 x의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$
$x^2 + (x-5)^2 = 33$
$\therefore\ x = \dfrac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$
$\therefore\ x = \dfrac{5+\sqrt{41}}{2}$ $(\because x > 0)$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 20\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 P 는 변 AB 위를 점 A 로부터 B 까지 매초 $1\,\mathrm{cm}$ 의 속력으로 움직이고, 점 Q 는 변 BC 위를 점 B 로부터 C 까지 매초 $2\,\mathrm{cm}$ 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 $36\,\mathrm{cm}^2$ 가 되는지 구하여라.



▶ 답: ＿＿＿＿ 초

▷ 정답: 3 초

해설

x초 후에 $\overline{PB} = (15 - x)\,\mathrm{cm}$, $\overline{BQ} = 2x\,\mathrm{cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는

$\frac{1}{2}\overline{PB} \times \overline{BQ}$ 이므로

$\frac{1}{2}(15 - x)2x = 36$

$2x^2 - 30x + 72 = 0$

$x^2 - 15x + 36 = 0$

$(x - 3)(x - 12) = 0$

$\therefore\ x = 3$ (초)(단, $0 < x < 10$)

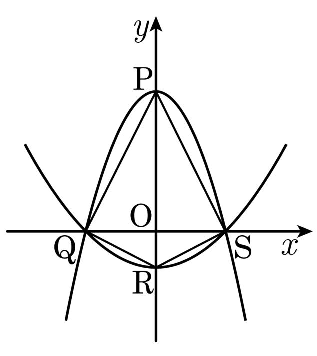
16. 다음의 이차함수의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

(가) $y=\frac{1}{2}x^2$
(나) $y=-2x^2$
(다) $y=2x^2$
(라) $y=-\frac{1}{4}x^2$

① (나)와 (다)의 그래프는 폭이 같다.
② 아래로 볼록한 포물선은 (가)와 (다)이다.
③ 폭이 가장 넓은 그래프는 (라)이다.
④ (나)와 (다)의 그래프는 x 축에 대하여 서로 대칭이다.
⑤ x 축 아래쪽에 나타나지 않는 그래프는 (나), (라)이다.

해설
① $|a|$ 이 같으므로 두 그래프는 폭이 같다.
② $a>0$ 이므로 아래로 볼록이다.
③ $|a|$가 작을 수록 폭이 넓다.
④ a 의 부호가 반대이면 x축 대칭이다.
⑤ (나), (라)는 $a<0$ 이므로 x 축 아래에 나타난다.

17. 함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 P(0, 4) 이고, 점 R(0, −1) 이다. ㉡ 점 Q(2, 0) 이고, 점 S(−2, 0) 이다. ㉢ $\overline{\mathrm{QS}}=8$ 이다. ㉣ $\triangle\mathrm{PRS}=5$, $\triangle\mathrm{QPR}=8$ 이다. ㉤ $\square\mathrm{PQRS}=12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-x^2+4$

함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}x^2-1$

$y=-x^2+4$ 에 $y=0$ 을 대입하면 점 Q(−2, 0), S(2, 0) 이다.
$\overline{\mathrm{QS}}=4$
또, P(0, 4) 이고 R(0, −1)
$\triangle\mathrm{PRS}=\triangle\mathrm{QPR}=5$
따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

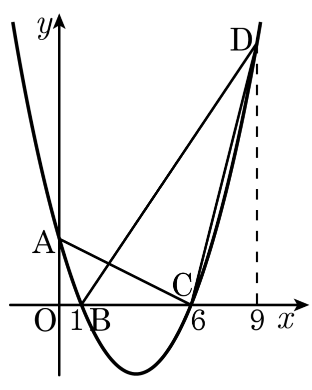
18. 이차함수 $y=-3x^2-6x+2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고, y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\dfrac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y=-3x^2-6x+2$ 의 식을 $y=a(x+p)^2+q$ 의 꼴로 바꾸면
$y=-3(x^2+2x+1-1)+2$
$y=-3(x+1)^2+5$ 이므로
i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5)$ $\therefore a=-1, b=5$
ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x=0$ 을 대입하면
$q=2$
따라서 $\dfrac{a+b}{q}=\dfrac{(-1)+5}{2}=\dfrac{4}{2}=2$ 이다.

19. 다음 그림은 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6-1) \times c = \frac{15}{2}$ 이다.

$c=3$, 즉 A$(0,3)$ 이다.

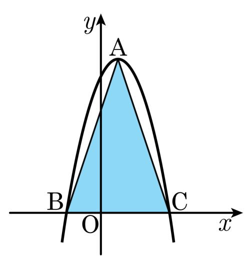
$y=ax^2+bx+3=a(x-1)(x-6)=ax^2-7ax+6a$

$6a=3,\ a=\frac{1}{2},\ b=-\frac{7}{2}$ 이다.

$y=\frac{1}{2}x^2-\frac{7}{2}x+3$ 이므로 D$(9,12)$ 이다.

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6-1) \times 12 = 30$

20. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A , x 축과의 교점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle$ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

이차함수식의 x 절편은
$x^2 - 2x - 8 = 0$에서
$(x-4)(x+2) = 0$
$\therefore\ x = 4$ 또는 $x = -2$

B$(-2, 0)$, C$(4, 0)$
$y = -(x^2 - 2x + 1) + 9 = -(x-1)^2 + 9$
$\therefore$ A$(1,\ 9)$

따라서 넓이는 $6 \times 9 \times \dfrac{1}{2} = 27$ 이다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3 , -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 0　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{2}{3}$　④ 1　⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x-2)^2 + q$ 이고,
$y = x - 1$ 에서 $(3, 2)$, $(-2, -3)$ 을 지나므로,
$a + q = 2$, $16a + q = -3$ 에서
$a = -\frac{1}{3}$, $q = \frac{7}{3}$ 이므로
$y = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$
따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

22. $y = x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 세 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(4, k)$ 를 지나는 포물선이 되었다. k 의 값을 구하면?

① -6 ② -2 ③ 0 ④ 5 ⑤ 11

해설

$y = x^2$ 을 평행이동하였더니 $(-1, 0), (3, 0)$ 을 지나므로 $y = (x+1)(x-3)$
$(4, k)$ 를 대입하면 $k = (4+1)(4-3)$
따라서 $k = 5$ 이다.

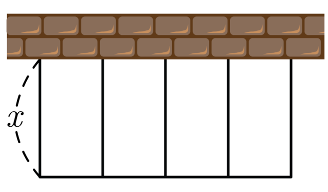
23. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x+k)^2 + k^2 + 4k$
$M = k^2 + 4k$ 이므로
$M = (k+2)^2 - 4$ 이다.
따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

24. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 닭장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 닭장의 넓이의 합의 최댓값은?



① 140m^2　② 160m^2　③ 180m^2　④ 200m^2　⑤ 240m^2

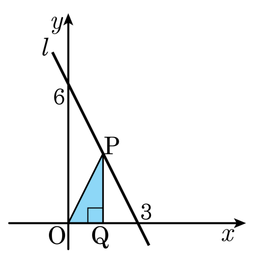
해설

닭장 한 개의 가로의 길이는 $\dfrac{60-5x}{4}$

닭장의 넓이의 합은 $x\left(\dfrac{60-5x}{4}\right)\times 4 = x(60-5x)$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore -5x^2+60x &= -5(x^2-12x+36)+180 \\ &= -5(x-6)^2+180\end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같이 직선 l 위를 움직이는 점 P 가 있다. x 축 위에 내린 수선의 발을 Q 라고 할 때, $\triangle$POQ 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

직선 l 은 두 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ 6)$ 을 지나므로

$y = -2x + 6$

점 P 의 좌표를 $(a,\ b)$ 로 놓으면 $b = -2a + 6$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{POQ} = \frac{1}{2}ab &= \frac{1}{2}a(-2a+6) \\ &= -a^2 + 3a \\ &= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1사분면 위의 점이므로

$a > 0,\ b = -2a + 6 > 0 \qquad \therefore\ 0 < a < 3$

따라서 $\triangle$POQ 의 넓이는 $a = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{9}{4}$ 를 갖는다.