

1. 기울기가 $\frac{2}{3}$ 인 직선 위에 두 점 A(1, 5), B(4, a) 가 있다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\frac{(\text{y값의 증가량})}{(\text{x값의 증가량})} = \frac{a-5}{4-1} = \frac{2}{3}$$
$$3(a-5) = 6 \Rightarrow a-5 = 2$$
$$\therefore a = 7$$

2. 일차함수의 그래프 기울기가 x 가 3 증가할 때 y 가 2 증가하고, y 절편이 2인 일차함수의 x 절편은?

① -5

② -3

③ -1

④ 3

⑤ 5

해설

x 가 3 증가할 때 y 가 2 증가하므로 기울기는 $\frac{2}{3}$, y 절편은 2

$$y = \frac{2}{3}x + 2$$

$$x \text{ 절편} : -\frac{2}{\frac{2}{3}} = -3$$

3. 기울기가 -2 인 일차함수 $y = ax + b$ 가 점 $(1, 3)$ 을 지날 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

기울기가 -2 이므로 $a = -2$ 이고
 $y = -2x + b$ 가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $b = 5$ 이다.
따라서 $a + b = -2 + 5 = 3$ 이다.

4. 다음에서 y 를 x 의 함수로 나타낼 수 없는 것은?

- ① 가로 길이 3 cm, 세로 길이가 x cm인 직사각형의 넓이는 y cm²이다.
- ② x 시간은 y 분이다.
- ③ 자연수 x 의 약수 y 이다.
- ④ 반지름의 길이가 x cm인 원의 둘레의 길이는 y cm이다.
- ⑤ 길이가 10 m인 테이프를 x m 사용하고 남은 테이프의 길이는 y m이다.

해설

두 변수 x, y 에 대해 x 의 값이 하나로 결정될 때, y 의 값이 하나로 결정되는 것을 함수라 한다.

① $y = 3x$ (함수)

② $y = 60x$ (함수)

1시간은 60분, x 시간이면 $60x$ (분)

③ 예를 들어 $x = 2$ 에 대응하는 $y = 1, 2$ 의 2개이므로 함수가 아니다.

④ $y = 3.14 \times x$

$\therefore y = 6.28x$ (함수)

⑤ $y = 10 - x$ (함수)

5. 일차함수 $f(x) = -2x + 3$ 에서 $f(a) = 7$ 일 때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$-2a + 3 = 7$$

$$-2a = 4$$

$$\therefore a = -2$$

6. 두 일차함수 $y = -4x + b$, $y = ax + 4$ 가 서로 점 $(2, -6)$ 에서 만난다. 이때, 다음 중 그래프 $y = ax + b$ 위의 점의 개수는?

보기

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ $(1, -3)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $(0, 2)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $(-3, 17)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ $(-1, 7)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ $\left(\frac{1}{5}, 1\right)$

- $\textcircled{1}$ 1개
- $\textcircled{2}$ 2개
- $\textcircled{3}$ 3개
- $\textcircled{4}$ 4개
- $\textcircled{5}$ 5개

해설

두 함수의 그래프가 모두 점 $(2, -6)$ 을 지나므로
 $-6 = -4 \times 2 + b$, $-6 = a \times 2 + 4$ 가 성립한다.
 $\therefore b = 2, a = -5$
따라서 주어진 일차함수는 $y = -5x + 2$ 이고
 $\textcircled{\tiny \text{㉠}}, \textcircled{\tiny \text{㉡}}, \textcircled{\tiny \text{㉢}}, \textcircled{\tiny \text{㉣}}, \textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 은 모두 $y = -5x + 2$ 위의 점이다.

7. 일차함수 $y = ax + 1$ 의 그래프는 점 $(-2, 5)$ 를 지나고, 이 그래프를 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 $(-1, 3)$ 을 지난다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$y = ax + 1$ 의 그래프가 점 $(-2, 5)$ 를 지나므로, $5 = a \times (-2) + 1$
 , $a = -2$ 이므로 주어진 함수는 $y = -2x + 1$ 이다.

이 함수를 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동한 함수는 $y = -2x + 1 + b$

이고 이 그래프 위에 점 $(-1, 3)$ 이 있으므로

$3 = -2 \times (-1) + 1 + b$, $b = 0$ 이다.

따라서 $\frac{b}{a} = \frac{0}{-2} = 0$ 이다.

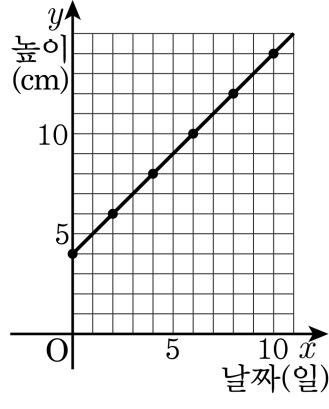
8. x 절편이 같은 두 일차함수 $y = \frac{1}{3}x - 6$, $y = ax + b$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 72 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 를 구하면? (단, $a < 0$, $b > 0$)

① $y = -\frac{1}{3}x + 2$ ② $y = -\frac{1}{9}x - 2$ ③ $y = -\frac{1}{9}x + 2$
④ $y = -\frac{2}{9}x + 2$ ⑤ $y = -\frac{2}{9}x - 2$

해설

넓이가 72 이려면 $y = ax + b$ 의 x 절편은 18, y 절편은 2 이므로
 $y = -\frac{1}{9}x + 2$

9. 분꽃이 땅속줄기에서 4 cm 자랐을 때부터 관찰하여 이틀마다 변화한 높이를 나타낸 것이다. 분꽃이 계속 같은 속도로 자란다고 할 때, 28 일 후의 분꽃의 높이는?



- ① 18 cm ② 20 cm ③ 22 cm ④ 32 cm ⑤ 44 cm

해설

y 절편이 4 이고, 점 $(2, 6)$ 을 지난다.
날짜를 x 일, 자란 높이를 y cm라고 하면
 $y = ax + 4$ 에 $(2, 6)$ 을 대입하면 $6 = 2a + 4$, $a = 1$
 $y = x + 4$ 에 $x = 28$ 을 대입하면 $y = 28 + 4$, $y = 32$ (cm)

10. 세 점 $(1, 2)$, $(-2, -3)$, (p, q) 가 한 직선 위에 있을 때, $-\frac{3q}{5p+1}$ 의 값은?

- ① 0 ② 2 ③ -2 ④ 1 ⑤ -1

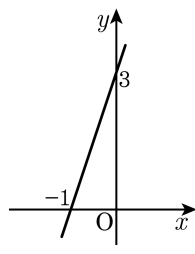
해설

$$\frac{2 - (-3)}{1 - (-2)} = \frac{q - 2}{p - 1} \text{에서}$$

$$\frac{5}{3} = \frac{q - 2}{p - 1}, \quad 5p - 5 = 3q - 6 \quad \therefore 5p + 1 = 3q$$

$$\text{따라서 } -\frac{3q}{5p + 1} = -\frac{3q}{3q} = -1 \text{이다.}$$

11. 일차함수 $y = ax + b - 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것을 모두 고르면?



- ① $a > 0, b = 4$
- ② $y = ax + b - 2$ 의 그래프와 평행하지 않다.
- ③ $a + b - 1 > 0$
- ④ $y = ax + b$ 의 그래프는 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ⑤ $y = -ax + b - 1$ 의 그래프와 x 축 위에서 만난다.

해설

- ① 기울기가 양수이므로 $a > 0$ 이고, y 절편은 3이므로 $b = 4$ 이다.
- ② 기울기가 같으므로 평행하다.
- ③ $x = 1$ 일 때의 $y = a + b - 1 > 0$ 이므로 $a + b - 1 > 0$ 이다.
- ④ $a > 0, 1 < b < 4$ 이므로 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.
- ⑤ $y = ax + b - 1$ 와 $y = -ax + b - 1$ 의 y 절편이 $b - 1$ 로 같으므로 y 축 위에서 만난다.

12. 두 직선 $2ax + 3by = 1$, $3bx + 2ay = 1$ 이 평행할 때, a, b 사이의 관계식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -\frac{3}{2}b$

해설

$2ax + 3by = 1$ 에서 $3by = -2ax + 1$ 이다.

$$y = -\frac{2a}{3b}x + \frac{1}{3b}$$

$3bx + 2ay = 1$ 에서 $2ay = -3bx + 1$ 이다.

$$y = -\frac{3b}{2a}x + \frac{1}{2a}$$

두 직선이 평행하면

기울기가 같으므로 $-\frac{2a}{3b} = -\frac{3b}{2a}$, $a^2 = \frac{9}{4}b^2$ 즉, $a = \frac{3}{2}b$ 또는

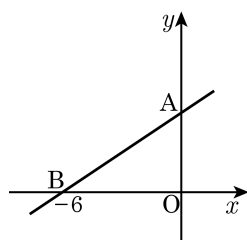
$$a = -\frac{3}{2}b$$

y 절편은 다르므로 $\frac{1}{3b} \neq \frac{1}{2a}$, $2a \neq 3b$, $a \neq \frac{3}{2}b$

따라서 $a = -\frac{3}{2}b$ 이다.

13. 다음 그림은 일차방정식 $ax + by + 24 = 0$ 의 그래프이다.
 $\triangle AOB$ 의 넓이가 12 이고, 이 직선이 $(3, q)$ 를 지날 때, q 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9



해설

$\triangle AOB$ 의 넓이가 12 이므로 $(-6, 0)$, $(0, 4)$ 를 지난다.

$$-6a + 24 = 0$$

$$\therefore a = 4$$

$$4b + 24 = 0$$

$$\therefore b = -6$$

그러므로

$$4x - 6y + 24 = 0 \text{ 에 } (3, q) \text{ 를 대입하면}$$

$$12 - 6q + 24 = 0$$

$$-6q = -36$$

$$\therefore q = 6$$

14. 일차방정식 $(2a-1)x - by + 2 = 0$ 의 그래프가 점 $(3, -4)$ 를 지나고 일차방정식 $y = 2$ 에 평행한 직선일 때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$(2a-1)x - by + 2 = 0$ 이 x 축에 평행한 직선이므로 $2a-1=0$ 이고 $y = \frac{2}{b}$ 가 성립한다.

점 $(3, -4)$ 를 지나므로 식은 $y = -4$ 이고, $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 $\frac{b}{a} = -1$ 이다.

15. 세 직선 $\begin{cases} x+3y = 11 \\ x+ay = -1 \\ 2x-3y = -5 \end{cases}$ 가 한 점에서 만나도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

세 직선이 한 점에서 만나므로 $x+ay=-1$ 이 다른 두 직선의 교점을 지난다.

$$\begin{cases} x+3y=11 \cdots \textcircled{1} \\ 2x-3y=-5 \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \text{에서 } \textcircled{1} + \textcircled{2} \text{ 하면, } x=2 \text{ 이고, } y=3$$

이므로 $x+ay=-1$ 에 대입하면, $a=-1$

16. 함수 $f(x) = ax+3$ 에 대하여 $f(1) = 1$ 일 때, $f(f(3))+f(5)$ 의 값은?

① -23

② -10

③ -7

④ 10

⑤ 23

해설

$f(1) = 1$ 을 대입하면 $1 = a + 3, a = -2$

$\therefore f(x) = -2x + 3$

$f(3) = -2 \times 3 + 3 = -3$

$f(5) = -2 \times 5 + 3 = -7$

$\therefore f(-10) = -2 \times (-10) + 3 = 23$

17. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 그릴 때, a 를 잘못 보고 그린 직선은 두 점 $(0, 1), (3, 7)$ 을 지났고, b 를 잘못 보고 그린 직선은 x 절편이 $\frac{1}{3}$ 이고, 점 $(3, 8)$ 을 지나는 직선이였다. 이때 정확한 a, b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

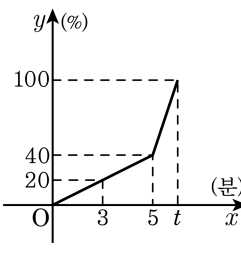
두 점 $(0, 1), (3, 7)$ 을 지나는 직선은 $y = 2x + 1$ 이고 a 를 잘못 보았으므로

$\therefore b = 1$

x 절편이 $\frac{1}{3}$ 이고, 점 $(3, 8)$ 을 지나는 직선은 $y = 3x - 1$ 이고 b 를 잘못 보았으므로

$\therefore a = 3$

18. 다음 그림은 어떤 제품을 완성하는데 걸리는 시간과 완성도의 관계를 나타낸 그래프이다. 처음 도구를 사용하지 않고 수작업으로 시작하여 3 분 후 A 도구를 사용하였고 5 분 후 A 와 B 도구를 동시에 사용하였다. 만약 B 도구를 사용하지 않고 A 도구만으로 계속 작업을 하였다면 제품이 완성되는데 걸리는 시간을 작업 시작한지 t 분 후라고 할 때, 새로운 그래프와 y 축, 직선 $y = 100$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

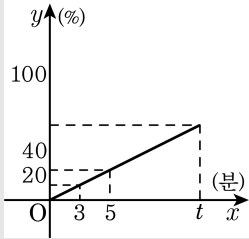


▶ 답 :

▷ 정답 : 590

해설

주어진 그래프에서 물의 높이의 변화 비율이 처음으로 달라지는 시각인 3 분에서 A 도구를 사용하기 시작하였고, 두 번째로 달라지는 시각인 5 분에서 A , B 도구를 함께 사용했다. 따라서 B 도구를 빼고 작업한지 x 분 후의 제품완성도 $y\%$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



3 분이 지났을 때, 제품완성도 그래프의 방정식은 $y - 20 = \frac{40 - 20}{5 - 3}(x - 3)$ 이므로

$y = 10x - 10$ 이므로 100 % 완성되었을 때의 시간은 $t = 11$ 분이다.

따라서 새로운 그래프와 y 축, 직선 $y = 100$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 20 + \frac{1}{2} \times \{(3 + 11) \times 80\} = 590 \text{ 이다.}$$

19. 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = f(f(f(x)))$ 가 $f(0) = 3$, $g(5) - g(3) = -2$ 를 만족할 때, $f(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$g(x) = a(a(ax + b) + b) + b = a^3x + a^2b + ab + b \text{ 이므로}$$

$$g(5) = 5a^3 + a^2b + ab + b, \quad g(3) = 3a^3 + a^2b + ab + b$$

$$\text{즉, } g(5) - g(3) = 2a^3 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = -1$$

$$\therefore f(x) = -x + b$$

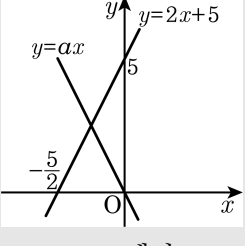
$$\text{또한 } f(0) = b = 3 \text{ 이므로 } b = 3$$

$$\therefore f(4) = -4 + 3 = -1$$

20. 직선 $y = ax$ 의 그래프가 $y = 2x + 5$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 이등분한다고 할 때, 상수 a 의 값은?

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{1}{2}$

해설



$y = 2x + 5$ 에서
 x 절편 : $0 = 2x + 5, x = -\frac{5}{2}$
 y 절편 : $y = 5 \quad \therefore (\text{넓이}) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 5 = \frac{25}{4}$
 $y = ax$ 가 넓이를 이등분하려면 $y = 2x + 5$ 와 $y = \frac{5}{2}$ 일 때 만나야한다.
 $\frac{5}{2} = 2x + 5, x = -\frac{5}{4}$
 $y = ax$ 에 점 $\left(-\frac{5}{4}, \frac{5}{2}\right)$ 를 대입하면
 $\frac{5}{2} = a \times \left(-\frac{5}{4}\right) \quad \therefore a = -2$