1. 다음 표는 종후네 학교의 각반의 수학성적 편차를 나타낸 것이다. a의 값을 구하여라.

회	1	2	3	4	5	6	7	8
편차	3	2	-2	1	-1	-2	a	3

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

회	1	2	3	4	5	6	7	8
편차	3	2	-2	1	-1	-2	-4	3

2. 용제는 4 회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 평균이 90 점이 되게 하고 싶다. 3 회까지 치른 수학 평균이 89 점일 때, 4 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 90 점 ② 91 점 ③ 92 점 ④ 93 점 ⑤ 94 점

해설

1, 2, 3 회 때 각각 받은 점수를 a, b, c , 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$\frac{a+b+c}{3} = 89, \quad a+b+c = 267$

$\frac{a+b+c+x}{4} = 90, \quad (a+b+c)+x = 360, \quad 267+x = 360 \quad \therefore x = 93$

따라서 93 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

3. 다음은 어느 가게에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 우유의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 우유 개수의 중앙값이 30, 최빈값이 38 일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
우유의 개수	24	y	14	28	x	38	31

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

최빈값이 38 이므로 $x = 38$ 또는 $y = 38$ 이다.
$x = 38$ 이라고 하면 14, 24, 28, 31, 38, 38, y 에서 중앙값이 30 이므로 $y = 30$ 이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은
$30 + 38 = 68$ 이다.

4. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간 ② 2 시간 ③ 3 시간
④ 4 시간 ⑤ 5 시간

해설

$(\text{평균}) = \dfrac{\{(\text{변량})\text{의총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \dfrac{14}{7} = 2(\text{시간})$ 이다.

5. 세 수 a, b, c의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

a, b, c의 평균이 6이므로 $\dfrac{a+b+c}{3} = 6$

$\therefore a+b+c = 18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5} = \frac{8+18+4}{5} = 6$$

6. 다음은 학생 20 명의 체육 실기 점수를 나타낸 도수분포표이다. 이 분포의 평균을 구하여라.

계급(점)	도수(명)
$0^{\text{이상}} \sim 4^{\text{미만}}$	1
$4^{\text{이상}} \sim 8^{\text{미만}}$	2
$8^{\text{이상}} \sim 12^{\text{미만}}$	5
$12^{\text{이상}} \sim 16^{\text{미만}}$	10
$16^{\text{이상}} \sim 20^{\text{미만}}$	2
합계	20

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 12 점

해설

계급값이 각각 2, 6, 10, 14, 18 이므로

$$(\text{평 균}) = \frac{(2\times 1 + 6\times 2 + 10\times 5 + 14\times 10 + 18\times 2)}{20} = \frac{2 + 12 + 50 + 140 + 36}{20} = \frac{240}{20} = 12(\text{점})$$

7. 다음 표는 종국이네 학급 학생 25 명의 미술 실기 점수를 조사하여 나타낸 표이다. 평균 점수를 구하여라.

점수(점)	학생 수(명)
3	1
4	1
5	3
6	5
7	4
8	6
9	3
10	2
계	25

▶ 답: 점

▷ 정답: 7점

해설

$$\frac{3\times1+4\times1+5\times3+6\times5}{25}$$
$$+\frac{7\times4+8\times6+9\times3+10\times2}{25}$$
$$=7$$

8. 영희가 4회에 걸쳐 치른 음악 실기시험 성적은 15점, 18점, 17점, x점이고, 최빈값은 18점이다. 5회의 음악 실기 시험 성적이 높아서 5회까지의 평균이 4회 까지의 평균보다 1점 올랐다면 5회의 성적은 몇 점인지 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 22점

해설

최빈값이 18점이므로 $x = 18$(점)이다.

4회까지의 평균은

$\frac{15+18+17+18}{4} = \frac{68}{4} = 17$(점)이다.

5회까지의 평균은 $17 + 1 = 18$(점)이고 5회 성적을 y점이라 하면

$\frac{15+18+17+18+y}{5} = 18$(점)이다.

$68 + y = 90$

$\therefore y = 22$(점)

9. 영이의 4 회에 걸친 수학 성적이 $90, 84, 88, 94$ 점이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점이 되는지 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 94 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 라 하면

$(\text{평균}) = \dfrac{90 + 84 + 88 + 94 + x}{5} = 90$

$\therefore x = 450 - 356 = 94$

10. 다음 표는 20 명의 학생에 대한 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 도수분포표이다. 턱걸이 횟수의 평균이 8 회 일 때, a, b 의 값은?

계급값 (회)	6	7	8	9	10	합계
도수	2	a	8	4	b	20

① $a=1,\ b=5$ ② $a=2,\ b=4$ ③ $a=3,\ b=2$

④ $a=4,\ b=2$ ⑤ $a=5,\ b=1$

해설

전체 학생 수가 20 명이므로 $2+a+8+4+b=20$

$\therefore\ a+b=6\cdots$㉠

또한, 평균이 8 회 이므로

$$\frac{6\times 2+7\times a+8\times 8+9\times 4+10\times b}{20}=8,$$

$12+7a+64+36+10b=160$

$\therefore\ 7a+10b=48\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4,\ b=2$

$\therefore\ a=4,\ b=2$

11. 다음은 성희네 반 학생 20 명의 수학 성적을 도수분포표로 나타낸 것이다. 20 명의 수학 성적의 평균이 65 점일 때, x 의 값은?

계급(점)	도수(명)
$30^{\text{이상}} \sim 40^{\text{미만}}$	3
$40^{\text{이상}} \sim 50^{\text{미만}}$	x
$50^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	1
$60^{\text{이상}} \sim 70^{\text{미만}}$	y
$70^{\text{이상}} \sim 80^{\text{미만}}$	4
$80^{\text{이상}} \sim 90^{\text{미만}}$	2
$90^{\text{이상}} \sim 100^{\text{미만}}$	2
합계	20

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

전체 학생 수가 20 이므로

$3+x+1+y+4+2+2=20$

$x+y=8 \cdots$㉠

20 명의 학생의 수학 성적의 평균이 65 점이므로

$\frac{35\times3+45\times x+55\times1+65\times y+75\times4}{20}+\frac{85\times2+95\times2}{20}=65$

$\frac{820+45x+65y}{20}=65,\ 45x+65y=480$

$9x+13y=96 \cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2,\ y=6$

12. 다음은 중학교 3 학년 학생 20 명의 100m 달리기 기록에 대한 도수분포표이다. 학생 20 명의 100m 달리기 기록의 평균이 17.7 초일 때, $3x-y$ 의 값은?

계급(점)	도수(명)
$13^{\text{이상}} \sim 15^{\text{미만}}$	x
$15^{\text{이상}} \sim 17^{\text{미만}}$	6
$17^{\text{이상}} \sim 19^{\text{미만}}$	7
$19^{\text{이상}} \sim 21^{\text{미만}}$	y
$21^{\text{이상}} \sim 23^{\text{미만}}$	2
합계	20

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

13 초 이상 15 초 미만의 도수를 x 명, 19 초 이상 21 초 미만의 도수를 y 명이라고 하면 전체 학생 수가 20 명이므로 $x+6+7+y+2=20$

$\therefore\ x+y=5\cdots$㉠

또한, 평균이 17.7 초이므로

$$\frac{14\times x+16\times 6+18\times 7+20\times y+22\times 2}{20}=17.7,$$

$14x+96+126+20y+44=354$

$\therefore\ 7x+10y=44\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2,\ y=3$

$\therefore\ 3x-y=3\times 2-3=3$

13. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수 Y : 1 부터 200 까지의 홀수 Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$ ② $x < y = z$ ③ $x = y < z$

④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

14. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3+5+9+6+x}{5}=6$$

$$23+x=30$$

$$\therefore x=7$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5}=\frac{9+1+9+1}{5}=\frac{20}{5}=4$$

15. 다섯 개의 수 5, 3, a, b, 9 의 평균이 5 이고, 분산이 6 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

다섯 개의 수 5, 3, a, b, 9 의 평균이 5 이므로

$\frac{5+3+a+b+9}{5}=5,\ a+b+17=25$

$\therefore\ a+b=8\cdots$㉠

또, 분산이 6 이므로

$\frac{(5-5)^2+(3-5)^2+(a-5)^2}{5}+$

$\frac{(b-5)^2+(9-5)^2}{5}=6$

$\frac{0+4+a^2-10a+25+b^2-10b+25+16}{5}=6$

$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+70}{5}=6$

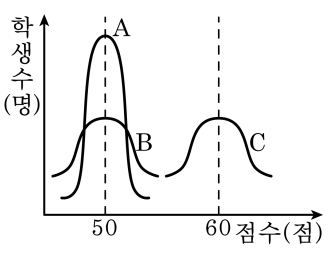
$a^2+b^2-10(a+b)+70=30$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times 8-40=40$

16. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.



보기

㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.
㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.
㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.
㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
㉤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉤

해설

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

17. 3개의 변량 x, y, z의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균은 m, 분산은 n이다. 이 때, $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 50

해설

$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$

$\therefore m+n = 10+40 = 50$

18. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 $8, 5$이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$m^2 = \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3}$$

$$= \frac{4\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\}}{3}$$

$$= 4 \cdot 25 = 100$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

19. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $a+1$, $b+1$, $c+1$, $d+1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1 만큼 크다.

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.

③ $2a+3$, $2b+3$, $2c+3$, $2d+3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2 배만큼 크다.

④ $4a+7$, $4b+7$, $4c+7$, $4d+7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4 배이다.

⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.

해설

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 만큼 크다.
⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3 배이다.

20. 다음은 주영이가 10 회의 수학 쪽지 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1 회	2 회	3 회	4 회	5 회
점수 (점)	62	77	60	71	74

6 회	7 회	8 회	9 회	10 회
78	62	54	65	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 68

▷ 정답 : 최빈값 : 62

해설

주영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 62, 62, 65, 71, 74, 77, 78, 80 이므로
중앙값은 $\frac{65+71}{2} = 68$, 최빈값은 62 이다.

21. 다음은 민영이의 10 회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 중앙값 : 71

▷ 정답: 최빈값 : 78

해설

민영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로
중앙값은 $\frac{64+78}{2} = 71$, 최빈값은 78 이다.

22. 다음은 진규네 반과 영미네 반 학생들이 가지고 있는 책의 갯수를 조사하여 나타낸 것이다. 진규네 반과 영미네 반의 중앙값의 합을 구하여라.

진규네 반	4, 6, 3, 5, 7, 6, 8
영미네 반	8, 10, 9, 12, 2, 10, 7

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

진규네 반의 책의 갯수를 크기순으로 나열하면
3, 4, 5, 6, 6, 7, 8 이므로 중앙값은 6 이다.
영미네 반의 책의 갯수를 크기순으로 나열하면
2, 7, 8, 9, 10, 10, 12 이므로 중앙값은 9 이다.
따라서 중앙값의 합은 $6 + 9 = 15$ 이다.

23. 영수네 반의 과학 성적의 남자평균과 여자 평균이 다음 표와 같을 때, 전체 평균을 구하여라.

	남자	여자
학생 수(명)	20	15
평균 점수(점)	76	83

▶ 답: 점

▷ 정답: 79 점

해설

$$\frac{20\times 76+15\times 83}{20+15}=79(\text{점})$$

24. 은정이는 5 회에 걸친 사회 시험에서 4 회까지 83 점, 84 점, 79 점, 90 점을 받았고, 5 회는 병결로 인해 4 회까지의 평균 성적의 50 % 를 받았다. 은정이의 5 회에 걸친 사회시험 성적의 평균은?

① 72 점　② 73.2 점　③ 75.6 점

④ 77.8 점　⑤ 82 점

해설

4 회 까지의 평균 : $\frac{83+84+79+90}{4} = \frac{336}{4} = 84$(점)

5 회 성적 : $84 \times \frac{50}{100} = 42$(점)

(5 회에 걸친 사회 성적의 평균)

$= \frac{83+84+79+90+42}{5} = \frac{378}{5} = 75.6$(점)

25. 다음 도수분포표는 지수의 일주일 동안의 컴퓨터 게임 이용시간을 나타낸 것이다. 화요일의 컴퓨터 이용시간을 x분, 이 자료의 중앙값을 y분이라 할 때, $x+y$는?

요일	월	화	수	목	금	토	일	평균
시간(분)	10	x	40	30	30	60	60	40

① 70분 ② 80분 ③ 90분
④ 100분 ⑤ 110분

해설

평균이 40분이므로 컴퓨터 총 이용시간은 $40 \times 7 = 280$(분)이다.
$x = 280 - (10 + 40 + 30 + 30 + 60 + 60) = 50$(분)
주어진 자료를 크기순으로 나열하면
$10, 30, 30, 40, 40, 50, 60, 60$이므로 중앙값 $y = 40$(분)이다.
$\therefore x + y = 50 + 40 = 90$(분)

26. 다음은 학생 10 명의 수학점수에 대한 도수분포표인데, 종이가 찢어져서 일부가 보이지 않게 되었다. 평균이 71 점임을 알고 있을 때, 70 점을 받은 학생수를 구하여라.

점수(점)	학생 수(명)
50	2
60	1
70	
80	
90	1
합계	10

▶ 답: 명

▷ 정답: 2 명

해설

70 점의 도수를 x 명, 80 점의 도수를 y 명이라고 하면 전체 학생수가 10 명이므로 $2+1+x+y+1=10 \therefore\ x+y=6 \cdots\cdots$ ㉠

또한, 평균이 71 점 이므로

$$\frac{50\times 2+60\times 1+70\times x+80\times y+90\times 1}{10}$$

$=71$,

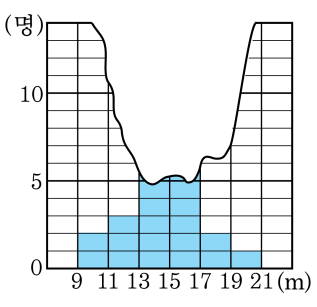
$100+60+70x+80y+90=710$

$\therefore\ 7x+8y=46 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2, y=4$

따라서 70 점을 받은 학생 수는 2 명이다.

27. 다음 히스토그램은 어느 학급 학생 20명의 던지기 기록을 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 던지기 기록이 13m 이상 15m 미만인 학생이 전체의 25% 일 때, 전체 학생의 평균을 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : 14.7 m

해설

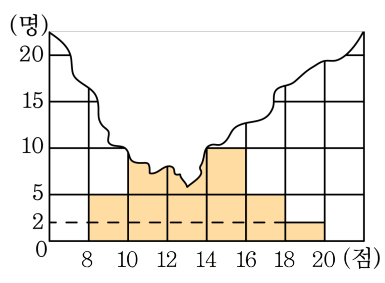
13 이상 15 미만 : $20 \times \frac{25}{100} = 5$(명)

15 이상 17 미만의 도수 : 7(명)

$\frac{10 \times 2 + 12 \times 3 + 14 \times 5}{20} + \frac{16 \times 7 + 18 \times 2 + 20 \times 1}{20} =$

14.7(m)

28. 다음 히스토그램은 어느 반 학생 40 명의 미술 실기 점수를 나타낸 것인데, 일부가 찢어져 보이지 않는다. 미술 실기 점수가 10 점 이상 12 점 미만인 학생이 전체의 25 % 일 때, 전체 학생의 평균은?



① 13 점 ② 13.1 점 ③ 13.2 점

④ 13.3 점 ⑤ 13.4 점

해설

10 점 이상 12 점 미만 : $40 \times \frac{25}{100} = 10$(명)

12 점 이상 14 점 미만 : $40 - (5 + 10 + 10 + 5 + 2) = 8$(명)

$$\frac{9 \times 5 + 11 \times 10 + 13 \times 8 + 15 \times 10}{40}$$

$$+\frac{17 \times 5 + 19 \times 2}{40} = \frac{532}{40} = 13.3(\text{ 점})$$

29. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800 , 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 200

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{ 의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

30. x, y, z의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2의 평균은?

① 20 ② 23 ③ 24 ④ 26 ⑤ 27

해설

세 수 x, y, z의 평균이 8이므로

$\frac{x+y+z}{3} = 5$

$\therefore x+y+z = 15 \cdots$㉠

또, 분산이 2이므로 $\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3} = 2$

$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2 = 6$

$\therefore x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75 = 6$

위 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-10(15)+75 = 6$

$x^2+y^2+z^2 = 81$

따라서 $x^2+y^2+z^2$의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$이다.

31. 세 수 a, b, c 의 평균이 8 이고 분산이 3 일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8 이므로

$\frac{a+b+c}{3} = 8$

$\therefore a+b+c = 24 \cdots ㉠$

또, a, b, c 의 분산이 3 이므로

$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3} = 3$

$(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2 = 9$

$\therefore a^2+b^2+c^2-16(a+b+c)+192 = 9$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-16(24)+192 = 9$

$a^2+b^2+c^2 = 201$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2+b^2+c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.

32. 다음 자료의 평균이 8이고 분산이 2일 때, x^2+y^2의 값을 구하여라.

9	7	x	10	y

▶ 답:

▷ 정답: 100

해설

평균이 8이므로

$$\frac{9+7+x+10+y}{5}=8$$

$$26+x+y=40$$

$$\therefore x+y=14\cdots㉠$$

분산이 2이므로

$$\frac{(9-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$$

$$+\frac{(10-8)^2+(y-8)^2}{5}$$

$$=\frac{1+1+(x-8)^2+(10-8)^2+(y-8)^2}{5}=2$$

$$(x-8)^2+(y-8)^2=10-6=4$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+128=4$$

위 식에 ㉠을 대입하면 $x^2+y^2-16(14)+128=4$

$$\therefore x^2+y^2=100$$

33. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2=\sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2}=\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}=\sqrt{\frac{10}{4}}=\sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

34. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

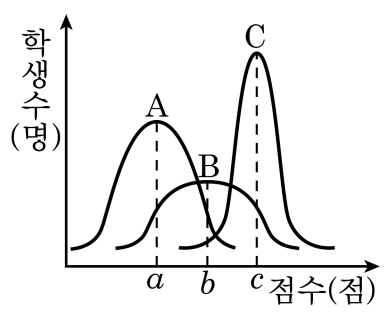
학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1=\sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}=\sqrt{\frac{10}{9}}=\sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

35. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

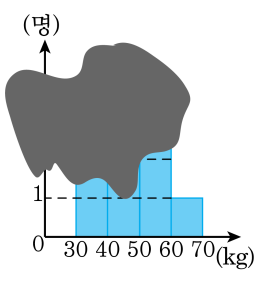
④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

36. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 84

해설

계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$(명)

50kg 미만인 학생은 모두 5 명이므로 $2 + x = 5, \quad x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10}$$

$$= \frac{490}{10} = 49(\text{ kg})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(35-49)^2 \times 2 + (45-49)^2 \times 3 + (55-49)^2 \times 4 + (65-49)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{10}(392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

37. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 2

해설

평균:

$$\frac{1+2\times3+3\times7+4\times5+5\times7+6\times9}{40}$$

$$+\frac{7\times4+8\times2+9+10}{40}=5$$

편차: $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

분산: $\frac{16+9\times3+4\times7+5}{40}$

$$+\frac{9\times2+16+25}{40}=4$$

표준편차: 2

38. 1 학년 성적의 1 반평균과 2 반평균이 다음 표와 같을 때, 전체 평균을 구하여라.(단, 소수 첫째자리까지 구하여라.)

	1 반	2 반
학생 수 (명)	25	35
평균 점수 (점)	84	90

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 87.5 점

해설

$$\frac{25 \times 84 + 35 \times 90}{25 + 35} = 87.5(\text{ 점})$$

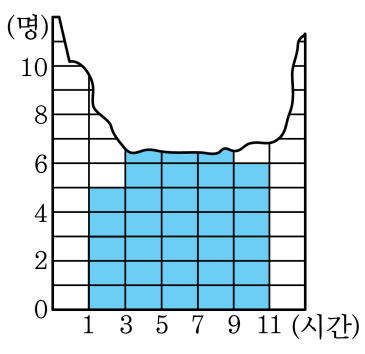
39. 지호네 반 학생 40 명의 몸무게의 평균은 60 kg 이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38 명의 몸무게의 평균이 59.5 kg 이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg　② 65.5 kg　③ 67 kg
④ 69 kg　⑤ 69.5 kg

해설

40 명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$
전학생 2 명을 뺀 38 명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$
전학생 2 명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$
$\therefore$ (전학생 2 명의 몸무게의 평균)$= \frac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

40. 다음은 영웅이네 반 학생 40 명의 일주일 동안의 운동 시간을 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어졌다. 이때, 3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 25 % 이고, 7 시간 미만인 학생은 모두 26 명이다. 이 반 학생 40 명의 평균 운동시간은 ?



① 2 시간 ② 4 시간 ③ 6 시간
④ 8 시간 ⑤ 10 시간

해설

3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 25 % 이므로 $40\times\frac{25}{100}=10$(명)
7 시간 미만인 학생은 26 명이므로 $5+10+x=26,\ \ x=11$
7 시간 이상 9 시간 미만의 도수는 $40-(5+10+11+6)=8$(명)
∴ (평균)
$=\frac{2\times5+4\times10+6\times11+8\times8+10\times6}{40}$
$=\frac{240}{40}=6$(시간)

41. 다음 조건을 만족하는 50 개의 변량 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_{48}, x_{49}, x_{50} 의 분산을 구하여라.

㉠ $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$
㉡ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2 = 800$

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$ 이므로 평균은

$\dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50}}{50} = \dfrac{100}{50} = 2$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $x_1 - 2$, $x_2 - 2$, $x_3 - 2$, $\cdots$, $x_{48} - 2$, $x_{49} - 2$, $x_{50} - 2$ 이다.

따라서 분산은

$\dfrac{1}{50}\{(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + \cdots + (x_{48} - 2)^2 + (x_{49} - 2)^2 + (x_{50} - 2)^2\}$

$= \dfrac{1}{50}\{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2) - 4(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50}) + 4 \times 50\}$

$= \dfrac{800 - 4 \times 100 + 4 \times 50}{50} = 12$ 이다.

42. 세 실수 a, b, c 가 $a^2+b^2+c^2=24$, $a+b$, $b+c$, $c+a$ 의 평균이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$a+b$, $b+c$, $c+a$ 의 평균이 4 이므로

$\frac{2(a+b+c)}{3}=4$, $a+b+c=6$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$24=6^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=6$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$\frac{ab+bc+ca}{3}=\frac{6}{3}=2$ 이다.

43. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$ ② $\frac{51}{3}$ ③ $\frac{52}{3}$ ④ $\frac{53}{3}$ ⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$\frac{x+y+z}{3} = 4$

$\therefore\ x+y+z = 12\ \cdots\cdots$㉠

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3} = 2$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2 = 6$

$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16 = 6$

$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48 = 6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48 = 6$

$\therefore x^2+y^2+z^2 = 54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$\frac{x^2+y^2+z^2}{3} = \frac{54}{3} = 18$ 이다.

44. 네 수 5, 7, x, y 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

변량 5, 7, x, y 의 평균이 4 이므로

$\frac{5+7+x+y}{4} = 4, \quad x+y+12 = 16$

$\therefore x+y = 4 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 분산이 3 이므로

$\frac{(5-4)^2+(7-4)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{4} = 3,$

$\frac{1+9+x^2-8x+16+y^2-8y+16}{4} = 3,$

$\frac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4} = 3$

$x^2+y^2-8(x+y)+42 = 12$

$\therefore \ x^2+y^2-8(x+y) = -30 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore \ x^2+y^2 = 8(x+y)-30 = 8\times 4-30 = 2$

따라서 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은

$\frac{5+2x^2+2y^2+7}{4} = \frac{12+2(x^2+y^2)}{4} = \frac{12+4}{4} = 4$ 이다.

45. 다섯 개의 변량 1, 2, a, b, 3 의 평균이 2 이고, 분산이 4 일 때, 6, 8, $\frac{1}{3}a^2$, $\frac{1}{3}b^2$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{17}{3}$

해설

다섯 개의 변량 1, 2, a, b, 3 의 평균이 2 이므로

$\frac{1+2+a+b+3}{5} = 2$, $a+b+6 = 10$

$\therefore a+b = 4$ ……㉠

또, 분산이 4 이므로

$\frac{(1-2)^2+(2-2)^2+(a-2)^2}{5}$

$+\frac{(b-2)^2+(3-2)^2}{5} = 4$

$\frac{1+0+a^2-4a+4+b^2-4b+4+1}{5} = 4$

$\frac{a^2+b^2-4(a+b)+10}{5} = 4$

$a^2+b^2-4(a+b)+10 = 20$

$\therefore a^2+b^2-4(a+b) = 10$ ……㉡

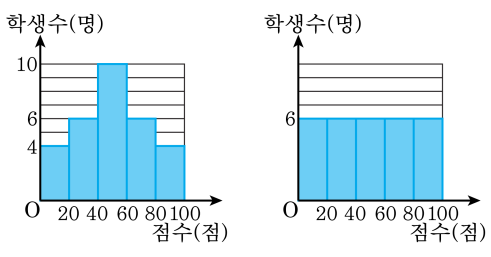
㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore a^2+b^2 = 4(a+b)+10 = 4\times 4+10 = 26$

따라서 6, 8, $\frac{1}{3}a^2$, $\frac{1}{3}b^2$ 의 평균은

$\frac{1}{4}\left(6+8+\frac{a^2}{3}+\frac{b^2}{3}\right) = \frac{1}{4}\left\{14+\frac{1}{3}(a^2+b^2)\right\} = \frac{17}{3}$ 이다.

46. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.



〈A반〉 〈B반〉

보기

㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.

㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다.

㉢ A 반 학생 성적의 표준편차가 B 반 학생 성적의 표준편차보다 크다.

㉣ 80 점 100 점 사이에 있는 학생은 B 반에 더 많다.

㉤ 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다. ⇒ 평균은 같다.
㉢ A 반 성적이 더 고르므로 표준편차가 B반 보다 더 작다.

47. 세 수 a, b, c 의 평균이 2 이고 분산이 2 일 때, 변량 $2a$, $2b$, $2c$ 의 분산을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$\frac{a+b+c}{3} = 2$

$\therefore a+b+c = 6$ ·····㉠

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3} = 2$

$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2 = 6$

$a^2-4a+4+b^2-4b+4+c^2-4c+4 = 6$

$a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)+12 = 6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-4\times 6+12 = 6$

$\therefore a^2+b^2+c^2 = 18$

한편, $2a$, $2b$, $2c$ 의 평균은

$\frac{2a+2b+2c}{3} = \frac{2(a+b+c)}{3} = \frac{2\times 6}{3} = 4$

따라서 분산은

$\frac{(2a-4)^2+(2b-4)^2+(2c-4)^2}{3}$

$= \frac{4a^2+4b^2+4c^2-16(a+b+c)+16\times 3}{3}$

$= \frac{4\times 18-16\times 6+48}{3}$

$= \frac{24}{3} = 8$

48. 네 개의 변량 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균이 2 이고, 표준편차가 2 일 때, $2a-1,\ 2b-1,\ 2c-1,\ 2d-1$ 의 평균을 m , 분산을 s 라고 하자. 이때, 상수 $m,\ s$ 의 합 $m+s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

네 개의 변량 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균이 2 이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=2$

$\therefore a+b+c+d=8 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, $a,\ b,\ c,\ d$ 의 표준편차가 2 이므로 분산은 $2^2=4$ 이다.

즉,

$\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2+(d-2)^2}{4}=4$

$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2+(d-2)^2=16$

$a^2-4a+4+b^2-4b+4+c^2-4c+4+d^2-4d+4=16$

$a^2+b^2+c^2+d^2-4(a+b+c+d)+16=16$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2+d^2-4\times 8+16=16$

$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2=32$

한편, $2a-1,\ 2b-1,\ 2c-1,\ 2d-1$ 의 평균은

$\frac{(2a-1)+(2b-1)+(2c-1)+(2d-1)}{4}$ =

$\frac{2(a+b+c+d)-4}{4}=\frac{2\times 8-4}{4}=3$

이고, 분산은

$\frac{(2a-1-3)^2+(2b-1-3)^2+(2c-1-3)^2}{4}+\frac{(2d-1-3)^2}{4}$

$=\frac{(2a-4)^2+(2b-4)^2+(2c-4)^2+(2d-4)^2}{4}$

$=\frac{4(a^2+b^2+c^2+d^2)-16(a+b+c+d)}{4}+\frac{4\times 16}{4}$

$=\frac{4\times 32-16\times 8+64}{4}=16$

따라서 $m=3,\ s=16$ 이므로 $m+s=3+16=19$ 이다.

49. 세 개의 변량 $a,\ b,\ c$ 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① $M,\ S^2$ ② $M,\ S^2+1$

③ $M+1,\ S^2$ ④ $M+1,\ S^2+1$

⑤ $M+1,\ (S+1)^2$

해설

세 개의 변량 $a,\ b,\ c$ 의 평균과 분산이 각각 M , S^2 이므로

$M=\dfrac{a+b+c}{3}$

$S^2=\dfrac{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2}{3}$

$a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$M_1=\dfrac{(a+1)+(b+1)+(c+1)}{3}$

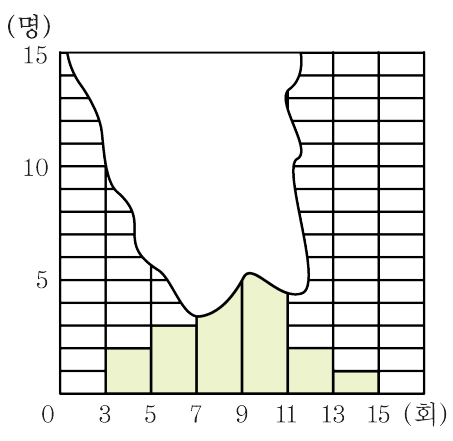
$=\dfrac{(a+b+c)+3}{3}=\dfrac{a+b+c}{3}+1=M+1$

$S_1^2=\dfrac{1}{3}\{(a+1-M-1)^2+(b+1-M-1)^2+(c+1-M-1)^2\}$

$=\dfrac{1}{3}\{(a-M)^2+(b-M)^2+(c-M)^2\}=S^2$

따라서 $a+1,\ b+1,\ c+1$ 의 평균과 분산은 각각 $M+1,\ S^2$ 이다.

50. 다음 히스토그램은 영진이네 반 학생 20명의 턱걸이 횟수를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 8 인 도수가 전체의 25 % 일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균은 소수첫째자리에서 반올림한다.)



▶ 답:

▷ 정답: 6.6

해설

계급값이 8 인 도수는 $20 \times \frac{25}{100} = 5$(명)

계급값이 10 인 도수를 x 라고 하면 $20 - (2+3+5+2+1) = 7 \quad \therefore x = 7$

이므로 평균은

$$\frac{4\times 2 + 6\times 3 + 8\times 5 + 10\times 7 + 12\times 2 + 14\times 1}{20}$$

$$\frac{8+18+40+70+24+14}{20} = 8.7\text{(회)}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 9 회이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(4-9)^2\times 2 + (6-9)^2\times 3 + (8-9)^2\times 5 + (10-9)^2\times 7 + (12-9)^2\times 2 + (14-9)^2\times 1\}$$

$$= \frac{1}{20}(50+27+5+7+18+25) = 6.6$$

이다.