

1. 다음 중 이차방정식은?

① $x^2 + 2x = x(x - 1)$

② $x^2 - 3x = (x + 1)(x - 1)$

③ $x(x^2 + 1) = x^2 - 2$

④ $(2x + 1)(3x - 4) = 6x^2$

⑤ $(x - 2)(x + 3) = (1 - x)(3 + x)$

해설

$$(x - 2)(x + 3) = (1 - x)(3 + x)$$

$$x^2 + x - 6 = 3 - 2x - x^2$$

$$\therefore 2x^2 + 3x - 9 = 0$$

2. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$

② $2x^2 - 6 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$

⑤ $2(x - 5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

3. 다음 이차방정식의 두 근의 합은?

$$2x^2 - 5x - 3 = 0$$

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{5}{2}$

③ $-\frac{5}{2}$

④ $-\frac{7}{2}$

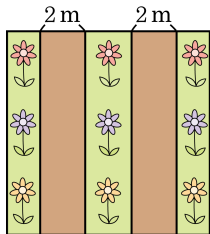
⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0) \text{ 의 두 근을 } \alpha, \beta \text{ 라 할 때, } \alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$\text{이를 이용하면 (두 근의 합)} = -\frac{(-5)}{2} = \frac{5}{2} \text{ 이다.}$$

4. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다.
 꽃밭 사이에 폭이 2m 가 되는 길을 2개 만들
 었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 45 m^2 였다.
 처음 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 6m ③ 7m
 ④ 8m ⑤ 9m

해설

정사각형의 가로 길이 $x\text{ m}$ 라고 하면

$$(\text{꽃밭의 넓이}) = (x - 4)x$$

$$(x - 4)x = 45$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

5. 평행이동에 의하여 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어지지 않는 것은?

① $y = \frac{1}{2}(x-1)^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

② $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

④ $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 1$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

6. 이차함수 $y = -7(x + 2)^2 + 3$ 의 축과 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① 꼭짓점 $(-2, -3)$, 축 $x = -2$

② 꼭짓점 $(-2, -3)$, 축 $x = -3$

③ 꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = -2$

④ 꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = 3$

⑤ 꼭짓점 $(2, 3)$, 축 $x = 2$

해설

꼭짓점 $(-2, 3)$, 축 $x = -2$

7. 이차함수 $y = 2(x - 1)^2$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(0, -1)$

② $(0, 1)$

③ $(0, -2)$

④ $(0, 2)$

⑤ $(0, 3)$

해설

y 축과의 교점 ($x = 0$ 을 대입) 은

$$y = 2 \times (0 - 1)^2 = 2$$

$\therefore y$ 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$

8. 이차방정식 $\frac{x-1}{3} = 0.2(x+1)(x-3)$ 의 해를 구하면?

① $x = 4$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

② $x = -4$ 또는 $x = \frac{1}{3}$

③ $x = 4$ 또는 $x = -3$

④ $x = -4$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = \frac{1}{4}$ 또는 $x = -\frac{1}{3}$

해설

$$10(x-1) = 6(x+1)(x-3)$$

$$10x - 10 = 6x^2 - 12x - 18$$

$$6x^2 - 22x - 8 = 0$$

$$2(3x^2 - 11x - 4) = 0$$

$$(3x+1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{3}$$

9. 다음 방정식 중에서 중근을 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 4x + 4 = 0$

② $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0$

③ $x^2 = x - 1$

④ $x^2 = x - \frac{1}{4}$

⑤ $x^2 - 6x = -9$

해설

③ $D = 1 - 4 < 0 \quad \therefore$ 근이 없다.

10. 이차방정식 $(x+1)(2x-5)=0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고칠 때,
 a, b, c 의 값은?

① $a = -2, b = -3, c = -5$

② $a = 2, b = -3, c = -5$

③ $a = -2, b = 3, c = 5$

④ $a = 2, b = 3, c = 5$

⑤ $a = -2, b = 3, c = -5$

해설

$$(x+1)(2x-5)=0$$

$$2x^2-3x-5=0$$

$$\therefore a=2, b=-3, c=-5$$

11. 면으로부터 50m 되는 높이에서 던져올린 물체의 t 초 후의 높이를 h 라고 할 때, t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 15t + 50$ 인 관계가 성립한다. 이 물체는 몇 초 후에 땅에 떨어지는가?

① 2 초

② 3 초

③ 4 초

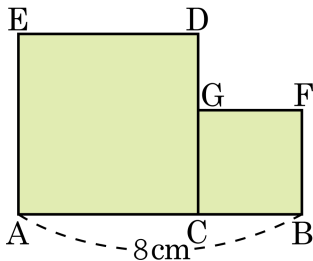
④ 5 초

⑤ 7 초

해설

$$\begin{aligned} -5t^2 + 15t + 50 &= 0 \rightarrow t^2 - 3t - 10 = 0 \\ \rightarrow (t - 5)(t + 2) &= 0 \rightarrow t = -2, 5 \text{ 이므로} \\ \text{따라서 } t &= 5(t > 0) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

12. 길이가 8cm 인 선분 AB 위에 점 C 를 잡아 다음 그림과 같이 정사각형 두 개를 만들었다. 큰 정사각형 ACDE 의 넓이가 작은 정사각형 CDBG 의 넓이의 세 배일 때, 선분 AC 의 길이를 구하면?



- ① $12 - 4\sqrt{3}$ (cm) ② $12 - 2\sqrt{3}$ (cm)
 ③ $12 - \sqrt{3}$ (cm) ④ $12 + 2\sqrt{3}$ (cm)
 ⑤ $12 + 4\sqrt{3}$ (cm)

해설

선분 AC 의 길이를 x 라고 하면 큰 정사각형 넓이는 x^2 , 작은 정사각형의 넓이는 $(8-x)^2$ 이므로

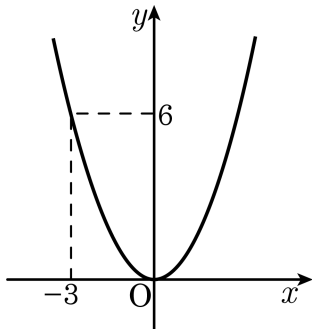
$$x^2 = 3(8-x)^2, x^2 = 192 - 48x + 3x^2$$

$$x^2 - 24x + 96 = 0$$

$$\therefore x = -(-12) \pm \sqrt{144 - 96} = 12 \pm 4\sqrt{3}$$

따라서 x 는 8 보다 작으므로 $12 - 4\sqrt{3}$ (cm)

13. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a =$

$$\frac{2}{3} \quad \therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$$

따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

14. 이차함수 $y = -4(x + 3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 범위는?

① $\{x \mid x < -3\}$

② $\{x \mid x > -3\}$

③ $\{x \mid x < 3\}$

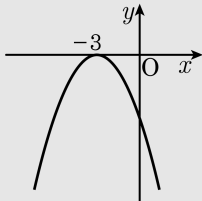
④ $\{x \mid x > 3\}$

⑤ $\{x \mid x \leq 3\}$

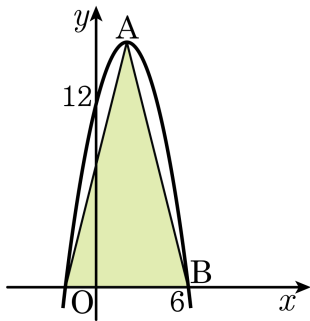
해설

꼭짓점의 좌표 : $(-3, 0)$

다음 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 범위는 $x < -3$



15. 다음 그래프의 식은 $y = -x^2 + bx + 12$ 이다. $\triangle AOB$ 의 넓이는?



① 20

② 24

③ 26

④ 48

⑤ 64

해설

그래프가 $(6, 0)$ 을 지나므로 $y = -x^2 + bx + 12$ 에 $(6, 0)$ 을 대입하면

$$0 = -36 + 6b + 12$$

$$\therefore b = 4$$

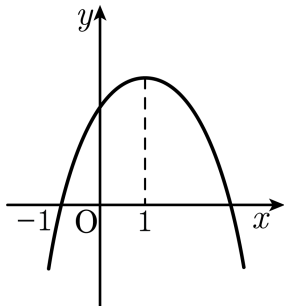
$$y = -x^2 + 4x + 12$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 12$$

$$= -(x - 2)^2 + 16 \text{ 이므로 } A(2, 16)$$

$$\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 16 = 64$$

16. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $ab < 0$

② $bc > 0$

③ $ac > 0$

④ $abc < 0$

⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서

$x = 1$ 일 때, $a + b + c = y$ 이고

y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

17. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 최솟값이 5 가 되었다. 이때, 상수 m 의 값을 구하면?

① -16

② -10

③ -6

④ 2

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10 \\&= \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) + m + 10 \\&= \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8 + m\end{aligned}$$

x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 식은

$$y = \frac{1}{2}(x - 2 - 1)^2 + 8 + m + 3 = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 11 + m$$

최솟값이 5 이므로 $11 + m = 5$ 에서 $m = -6$ 이다.

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 두 조건을 모두 만족할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

㉠ 두 점 $(-3, 0)$, $(-5, 0)$ 에서 만난다.

㉡ 최솟값이 $-\frac{1}{3}$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = a(x+3)(x+5)$ 로 놓으면 $y = a(x^2 + 8x + 15) = a(x+4)^2 - a$

최솟값이 $-\frac{1}{3}$ 이므로 $-a = -\frac{1}{3}$ 에서 $a = \frac{1}{3}$ 이다.

즉, $y = \frac{1}{3}(x^2 + 8x + 15) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 5$ 에서 $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{8}{3}$, $c = 5$ 이다.

$$\therefore a + b - c = \frac{1}{3} + \frac{8}{3} - 5 = -2$$

19. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

20. 다음 중 $(a-2)(b+1)=0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

㉠ $a=2, b=1$

㉡ $a=3, b=1$

㉢ $a=1, b=-1$

㉣ $a=2, b=-1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

$$a-2=0 \text{ 또는 } b+1=0$$

$$a=2 \text{ 또는 } b=-1$$

따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

21. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$10k = 2a \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

22. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

① 2, 5

② 2, -5

③ 1, 5

④ 1, 2

⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면

$$b = 1 \times 5 = 5, -a = -2 + (-4) = -6, a = 6$$

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x+1)(x+5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

해설

$$(x-1)(x-5) = 0, x^2 - 6x + 5 = 0$$

일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5

$$(x+2)(x+4) = 0, x^2 + 6x + 8 = 0$$

상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x+1)(x+5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

23. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 4부터 n 까지의 합이 85일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$(4 + 5 + 6 + \cdots n) = (1 + 2 + \cdots n) - (1 + 2 + 3)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 6 = 85 \text{ 이므로}$$

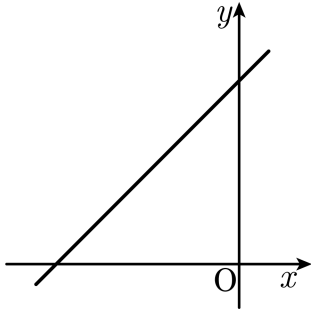
$$n(n+1) = 182$$

$$n^2 + n - 182 = 0$$

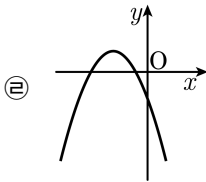
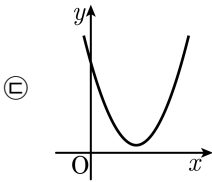
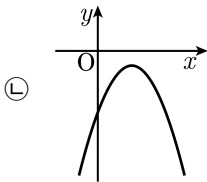
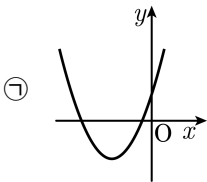
$$(n-13)(n+14) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 13 \text{ 이다.}$$

24. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로

꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

25. 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
㉡ y 절편은 3 이다.
㉢ x 절편은 두 개이다.
㉣ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
㉤ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠,㉡

② ㉡,㉢

③ ㉡,㉤

④ ㉢,㉣

⑤ ㉣,㉤

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나므로

$$-4 = c$$

$$-1 = a + b + c$$

$$8 = 4a + 2b + c$$

세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.

따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는

$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

26. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.



답:

초 후



정답: 4초 후

해설

$$y = 40x - 5x^2$$

$$y = -5(x - 4)^2 + 80$$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

27. $A = x^2 + 2x - 3$, $B = x^2 - 8x + 7$ 에 대하여, $A + B = 0$, $AB \neq 0$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$\begin{aligned} A + B &= (x^2 + 2x - 3) + (x^2 - 8x + 7) \\ &= 2x^2 - 6x + 4 = 0 \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0, (x - 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$AB \neq 0$ 이므로 $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$ 이어야 한다.

$$A = x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3) \neq 0 \text{ 에서}$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 이고 } x \neq -3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$B = x^2 - 8x + 7 = (x - 1)(x - 7) \neq 0$$

$$\therefore x \neq 1 \text{ 이고 } x \neq 7 \cdots \textcircled{㉢}$$

따라서 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 에서 $x = 2$ 이다.

28. 세 개의 이차방정식 $x^2 - (1 + p)x + p = 0$, $x^2 - (q - 1)x - q = 0$, $x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0$ 은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때, $p - 4q - 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -1

해설

$$x^2 - (1 + p)x + p = 0, x = 1, x = p \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - (q - 1)x - q = 0, x = -1, x = q \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0, x = 2p, x = 4q \cdots \textcircled{㉢}$$

세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,

㉠에서 공통근은 $x = p$

㉢에서 $2p \neq p$ 이므로 공통근은 $x = 4q$

㉡에서 $q \neq 4q$ 이므로 공통근은 $x = -1$

$$\therefore p = 4q = -1, p - 4q = 0$$

$$\therefore p - 4q - 1 = -1$$

29. 자연수 n 에 대하여 $x^2 - \frac{x}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} + 1 = 0$ 의 두 근을 p_n, q_n 이라 할 때, $(p_1 + p_2 + p_3 + \cdots p_{100}) + (q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_{100})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{101} - 1$

해설

근과 계수의 관계에서

$$p_n + q_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$\begin{aligned} \therefore (p_1 + p_2 + p_3 + \cdots p_{100}) + (q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_{100}) \\ &= (p_1 + q_1) + (p_2 + q_2) + (p_3 + q_3) + \cdots + (p_{100} + q_{100}) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \cdots + \sqrt{101} - \sqrt{100} \\ &= \sqrt{101} - 1 \end{aligned}$$

30. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 163 개

해설

$y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 이 만나는 두 점은 각각

$(-8, 16), (8, 16)$

둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-8 \leq x \leq 8$ 이므로 이 범위 안의 정수는 $-8, -7, \dots, 7, 8$ 의 17개가 있다. 따라서

x 좌표가 -8 일 때 : 1 개

x 좌표가 -7 일 때 :

y 좌표는 13 부터 16 까지이므로 4 개

x 좌표가 -6 일 때 :

y 좌표는 9 부터 16 까지이므로 8 개

x 좌표가 -5 일 때 :

y 좌표는 7 부터 16 까지이므로 10 개

x 좌표가 -4 일 때 :

y 좌표는 4 부터 16 까지이므로 13 개

x 좌표가 -3 일 때 :

y 좌표는 3 부터 16 까지이므로 14 개

x 좌표가 -2 일 때 :

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 -1 일 때 :

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 0 일 때 : 1 개

$\therefore 2 \times (4 + 8 + 10 + 13 + 14 + 16 + 16) + 1 = 163$ (개)

31. 두 이차함수 $f(x) = x^2 + 4x + 2$, $g(x) = x^2 - 2$ 에 대하여 $h(x) = \frac{g(x+1)}{f(x)}$ 이라고 할 때, $h(1)h(2)h(3) \cdots h(30)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{511}$

해설

$f(x) = (x+2)^2 - 2$, $g(x) = x^2 - 2$ 이므로

$y = f(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면

$y = g(x)$ 의 그래프가 되므로

$$\therefore g(x) = f(x-2)$$

$$\therefore h(1)h(2)h(3) \cdots h(30)$$

$$= \frac{g(2)g(3)g(4) \cdots g(31)}{f(1)f(2)f(3) \cdots f(30)}$$

$$= \frac{f(0)f(1)f(2) \cdots f(29)}{f(1)f(2)f(3) \cdots f(30)}$$

$$= \frac{f(0)}{f(30)} = \frac{2}{1022} = \frac{1}{511}$$

32. $2x + y = a + 2$, $x + 2y = 8(a + 2)$ 를 만족하는 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$2x + y = a + 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$x + 2y = 8(a + 2) \cdots \textcircled{2}$$

$2 \times \textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면

$$3x = -6a - 12, \quad x = -2a - 4$$

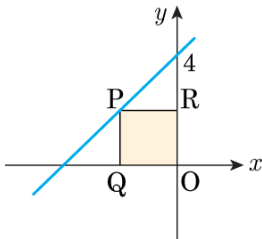
$x = -2a - 4$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$y = 5a + 10$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= (-2a - 4)^2 + (5a + 10)^2 \\ &= 4a^2 + 16a + 16 + 25a^2 + 100a + 100 \\ &= 29a^2 + 116a + 116 \\ &= 29(a + 2)^2 \end{aligned}$$

$\therefore$ 최솟값 0

33. 다음 그림과 같이 직선이 $y = x + 4$ 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발이 각각 Q, R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를 S 라 한다. S 가 최대가 될 때 점 P 의 좌표는?



① (2, 1)

② (2, 4)

③ (-2, 2)

④ (-2, -4)

⑤ (4, 2)

해설

점 P 의 좌표는 $(a, a + 4)$ 이고 넓이는 S 이므로

$$S = a(a + 4) = (a^2 + 4a + 4) - 4 = (a + 2)^2 - 4$$

$$\therefore P(-2, -2 + 4) = P(-2, 2)$$