

1. 다음은 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?
- ① 위로 볼록한 포물선이다.
 - ② $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이고, 대칭축은 y 축이다.
 - ④ 점 $(-1, 2)$ 를 지난다.
 - ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가한다.

해설

- ④ 점 $(-1, -2)$ 를 지난다.

2. 이차함수 $y = -(x + 6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -6$

해설

이차함수 $y = -(x + 6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.

따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

3. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x$ 의 최댓값을 구하면?

① 8

② 4

③ 2

④ -2

⑤ -4

해설

$$y = -2x^2 + 8x = -2(x - 2)^2 + 8$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 8 이다.

4. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x - 4$ 에서 $f(a) = -4$ 일 때, a 의 값을 모두 고르면?

① -3

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$f(a) = a^2 - 6a - 4 = -4$, $a(a - 6) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 6$ 이다.

5. 이차함수 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 7)$, $(2, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 를 차례대로 나열하면?

① $a = 4, b = -6$

② $a = -4, b = -6$

③ $a = 4, b = -8$

④ $a = 6, b = -6$

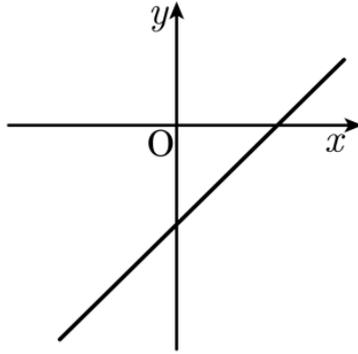
⑤ $a = 6, b = -8$

해설

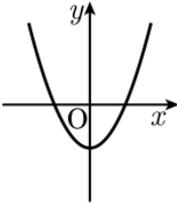
점 $(-1, 7)$ 를 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 가 지나므로 $7 = -2(-1)^2 - 3(-1) + a, a = 6$ 이다.

$f(x) = -2x^2 - 3x + 6$ 이고 점 $(2, b)$ 를 지나므로 $b = -2(2)^2 - 3(2) + 6, b = -8$ 이다.

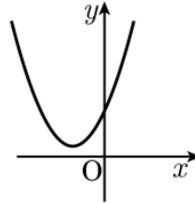
6. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = bx^2 + a$ 의 그래프는?



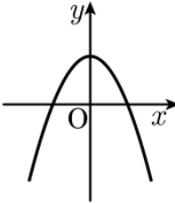
①



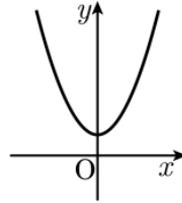
②



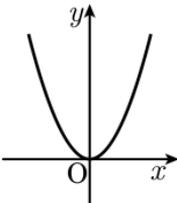
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 그래프에서 $a > 0$, $b < 0$ 이므로 이차함수 $y = bx^2 + a$ 는 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

7. 다음 보기 중 $y = 2x^2$ 과 서로 x 축에 대하여 대칭을 이루는 함수를 고르면?

① $y = 4x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = x^2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 이차함수를 찾는다.

8. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 점 $(3, -9)$ 를 지난다.
- ② 위로 볼록한 그래프이다.
- ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 이다.
- ④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ 항상 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

9. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 원점이 꼭짓점이다.

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

10. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

② 대칭축은 x 축이다.

③ 이차함수 $y = -x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

② 대칭축은 y 축 ($x = 0$) 이다. ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

11. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동하면 점 $(8, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$

이므로 $y = \frac{4}{3}(x-5)^2$ 이고, x 의 값이 8 이므로 대입하면 $y = 12$

이다. 따라서 $k = 12$ 이다.

12. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동할 때, 대칭축 $x = a$ 는 제 1, 4 사분면을 지난다. 다음 보기 중 a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 찾아 기호로 써라.

보기

㉠ $a = -2$

㉡ $a = -1$

㉢ $a = 1$

㉣ $a = 2$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉣

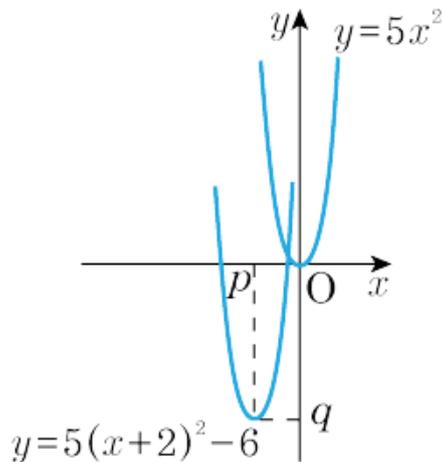
해설

이차함수의 그래프가 오른쪽으로 평행이동해야 하므로 $a > 0$ 이 되어야 한다. 따라서 ㉢, ㉣이다.

13. $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, $p + q$ 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ -4

- ④ -8 ⑤ 12



해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x - p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = 5(x + 2)^2 - 6$ 이므로 $p = -2$, $q = -6$ 이다. 따라서 $p + q = -8$ 이다.

14. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 10$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, p, q 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $p = 1$

▷ 정답: $q = 7$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x + 10 \\ &= 3(x-1)^2 + 7\end{aligned}$$

$$\therefore p = 1, q = 7$$

15. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 8$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있을 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$y = (x - a)^2 - a^2 + 8$$

꼭짓점 $(a, -a^2 + 8)$ 이 직선 $y = 2x$ 의 위에 있으므로

$$-a^2 + 8 = 2a$$

$$a^2 + 2a - 8 = 0$$

$$(a - 2)(a + 4) = 0$$

따라서 양수 $a = 2$ 이다.

16. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x < 2$

③ $x > 2$

④ $x > -2$

⑤ $x < -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다. $x < -2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

17. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 다시 x 축에 대하여 대칭이동 한 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2(x + 3)^2$

② $y = -2(x - 3)^2$

③ $y = 2(x - 3)^2$

④ $y = 2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(3x - 1)^2$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2(x - 3)^2$ 이고, 이를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $-y = 2(x - 3)^2$ 이다.

따라서 $y = -2(x - 3)^2$ 이다.

18. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\ &= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

19. 다음 중 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
- ② 제 2 사분면을 지나지 않는다.
- ③ $y = -3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.
- ④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ⑤ $y = 3x^2 - 6x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 2)$ 이다

20. $y = -2x^2 + 4x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -1$

② $-1 < k < 1$

③ $k \leq -1$

④ $k > -1$

⑤ $0 \leq k \leq 1$

해설

$$y = -2x^2 + 4x + k - 1$$

$$y = -2(x - 1)^2 + k + 1$$

꼭짓점이 $(1, k + 1)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\therefore k + 1 > 0, k > -1$$

21. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = (-3)^2 - 4k > 0$$

$$9 - 4k > 0$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}$$

22. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq -2$ 이다.

② 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.

④ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

⑤ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$$y = (x - 2)^2 - 2$$

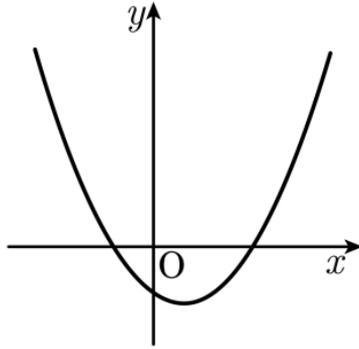
① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq -2$ 이다.

② 아래로 볼록하다.

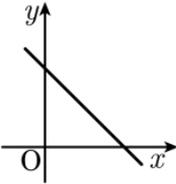
③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.

⑤ y 도 증가한다.

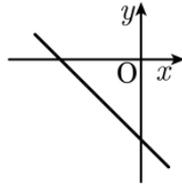
23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프로 옳은 것은?



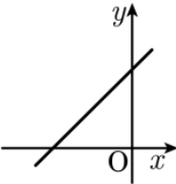
①



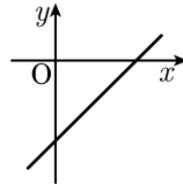
②



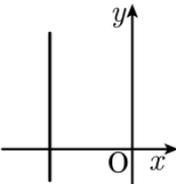
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$,

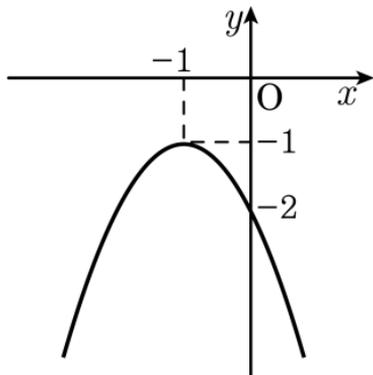
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$

따라서 $b < 0$, y 절편이 음수이므로 $c < 0$,

$ax + by + c = 0$ 은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 이므로 기울기는 양수이고, y

절편은 음수이다.

24. 다음 포물선의 함수식을 바르게 나타낸 것은?



① $y = -(x+1)^2 - 1$

② $y = -(x-1)^2 - 1$

③ $y = -2(x+1)^2 - 2$

④ $y = -2(x-1)^2 - 1$

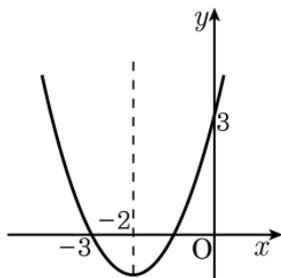
⑤ $y = -2(x+1)^2 - 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -1)$ 이고 지나는 점은 $(0, -2)$ 이므로
 $y = a(x+1)^2 - 1$ 에 지나는 점 $(0, -2)$ 를 대입하면 $-2 = a(0+1)^2 - 1$, $a = -1$ 이다.

따라서 $y = -(x+1)^2 - 1$ 이 된다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b + c$ 의 값은?



① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $y = a(x + 2)^2 + q$
 두 점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로

$$a + q = 0, 4a + q = 3$$

$$a = 1 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$q = -1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

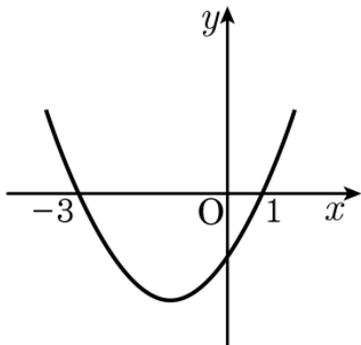
㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$\begin{aligned} y &= (x + 2)^2 - 1 \\ &= x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 1, b = 4, c = 3$$

$$\therefore a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$$

26. 이차함수 $y = a(x + p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$

따라서 함수식은 $y = a(x + 1)^2 - 2$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = 4a - 2$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$$

27. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$y = x^2 + 4x + 1 = (x + 2)^2 - 3$$

위의 그래프를 y 축의 방향으로 2만큼 평행이동 시키면

$$y = (x + 2)^2 - 3 + 2 = (x + 2)^2 - 1$$

$\therefore x = -2$ 일 때, 최솟값은 -1 이다.

28. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 갖는다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$

$$y = (x + 2)^2 + 3$$

$$= x^2 + 4x + 7$$

$$= x^2 + ax + b$$

$$\therefore a = 4, b = 7$$

$$\therefore ab = 4 \times 7 = 28$$

29. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k + 1$ 의 최댓값이 15 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6x + k + 1 \\ &= -(x - 3)^2 + 9 + k + 1 \\ &= -(x - 3)^2 + k + 10\end{aligned}$$

$x = 3$ 일 때, 최댓값 $k + 10$ 을 가지므로

$$k + 10 = 15$$

$$\therefore k = 5$$

30. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최솟값이 -1 일 때, 이 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하면 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{5}{9}$

해설

$$y = a(x-3)^2 - 1$$

$$9a - 1 = 0 \therefore a = \frac{1}{9}$$

$$y = \frac{1}{9}(x^2 - 6x + 9) - 1$$

$$y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x$$

$$a = \frac{1}{9}, b = -\frac{2}{3}, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{5}{9}$$

31. 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 13

▷ 정답: 13

해설

두 수를 각각 x , $26 - x$ 라고 하면,

$$y = x(26 - x)$$

$$= -x^2 + 26x$$

$$= -(x - 13)^2 + 169$$

$x = 13$ 일 때, 최댓값 169를 가진다.

$26 - x = 13$ 이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.

32. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $\frac{15}{2}$ m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$ m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}\text{m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\text{m}^2$ 을 가진다.

33. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

34. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$

이다.

35. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{74}{3}$

④ $-\frac{80}{3}$

⑤ -10

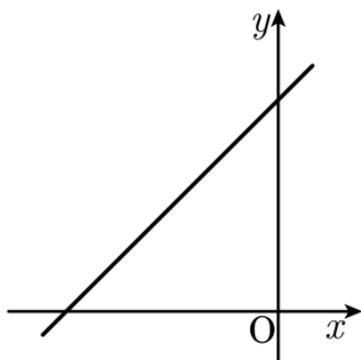
해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고

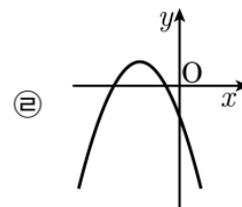
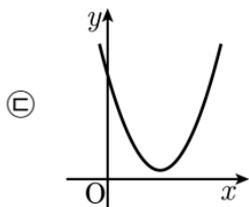
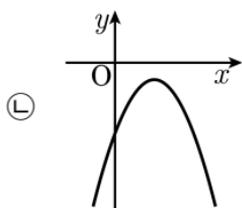
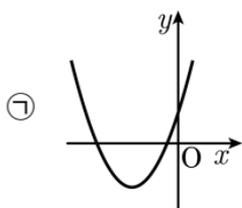
$y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.

상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로
 $\frac{74}{3}$ 이다.

36. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로

꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

37. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $x = 1$ 인 직선에 대해 대칭이고 x 절편은 3 이다. $a + b = -2$ 를 만족할 때, $2a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$ 의 그래프가 $x = 1$

인 직선에 대해 대칭이면

꼭짓점의 x 좌표가 1 이므로 $-\frac{b}{2a} = 1$,

$$b = -2a \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a + b = -2 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에 의하여 $a = 2$, $b = -4$

또한 x 절편이 3 이므로 $9a + 3b + c = 0$

$$\therefore c = -6$$

따라서 $2a + b + c = 4 - 4 - 6 = -6$ 이다.

38. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

39. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

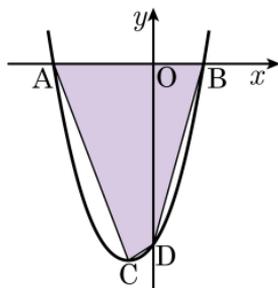
③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

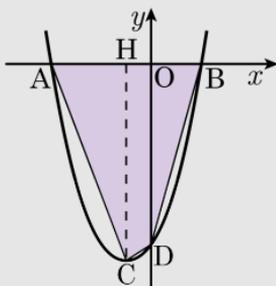
40. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y 축과의 교점을 D라 할 때 $\square ABDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설



$$i) 0 = x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore A(-4, 0), B(2, 0), D(0, -8)$$

$$ii) y = x^2 + 2x - 8$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 9$$

$$= (x + 1)^2 - 9$$

$$\therefore C(-1, -9)$$

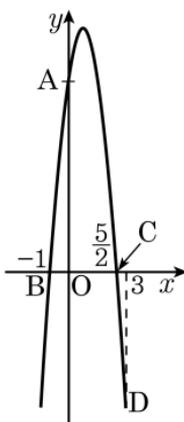
$$iii) \square ABDC$$

$$= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO$$

$$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8 + 9) \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30$$

41. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $\frac{35}{2}$ 일 때, $\triangle BCD$ 의 넓이를 구하여라. (단, A, B, C, D는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 위의 점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$A(0, c), B(-1, 0), C\left(\frac{5}{2}, 0\right), D(3, p), \triangle ABC = \frac{1}{2} \times$$

$$\left(1 + \frac{5}{2}\right) \times c = \frac{35}{2}, c = 10$$

$$A(0, 10)$$

$$y = ax^2 + bx + c = a(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right),$$

$$-\frac{5}{2}a = 10, a = -4$$

$$y = -4(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right) = -4x^2 + 6x + 10,$$

$$y = -4x^2 + 6x + 10 \text{ 에 } D(3, p) \text{ 를 대입하면}$$

$$p = -36 + 18 + 10 = -8, D(3, -8)$$

$$\therefore \triangle BCD = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{5}{2}\right) \times 8 = 14 \text{ 이다.}$$

42. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

\therefore 제 1 사분면

43. 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
 ㉡ y 절편은 3 이다.
 ㉢ x 절편은 두 개이다.
 ㉣ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
 ㉤ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠,㉡

② ㉡,㉢

③ ㉡,㉤

④ ㉢,㉣

⑤ ㉣,㉤

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나므로

$$-4 = c$$

$$-1 = a + b + c$$

$$8 = 4a + 2b + c$$

세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.

따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는

$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

44. $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 1)^2 + 1 \\&= a(x^2 - 2x + 1) + 1 \\&= ax^2 - 2ax + a + 1\end{aligned}$$

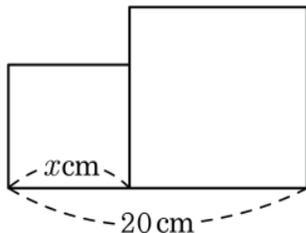
$$a + 1 = 2, a = 1$$

$$y = (x - 1)^2 + 1$$

$$p = 1, q = 1$$

$$\therefore apq = 1$$

45. 다음 그림과 같이 길이가 20cm 인 선분을 두 부분으로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형 두 개를 만들려고 한다. 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 10 cm

해설

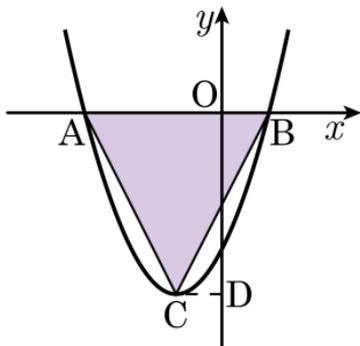
작은 정사각형의 한 변의 길이를 x , 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $20 - x$,

넓이를 y 라고 하면

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (20 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 40x + 400 \\ &= 2(x - 10)^2 + 200 \end{aligned}$$

따라서 $x = 10$ 일 때, 최솟값 200 을 갖는다.

46. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

$$C(-1, -4)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

47. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

① 1 초

② 2 초

③ 3 초

④ 4 초

⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned}h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\ &= -5(t - 3)^2 + 67\end{aligned}$$

$t = 3$ 일 때, 최댓값 $h = 67$

48. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 사이에 둘러싸인 도형 내부의 좌표 중, x, y 좌표의 값이 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 163 개

해설

$y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = 16$ 이 만나는 두 점은 각각

$(-8, 16), (8, 16)$

둘러싸인 부분의 x 좌표의 범위는 $-8 \leq x \leq 8$ 이므로 이 범위 안의 정수는 $-8, -7, \dots, 7, 8$ 의 17개가 있다. 따라서

x 좌표가 -8 일 때: 1 개

x 좌표가 -7 일 때:

y 좌표는 13 부터 16 까지이므로 4 개

x 좌표가 -6 일 때:

y 좌표는 9 부터 16 까지이므로 8 개

x 좌표가 -5 일 때:

y 좌표는 7 부터 16 까지이므로 10 개

x 좌표가 -4 일 때:

y 좌표는 4 부터 16 까지이므로 13 개

x 좌표가 -3 일 때:

y 좌표는 3 부터 16 까지이므로 14 개

x 좌표가 -2 일 때:

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 -1 일 때:

y 좌표는 1 부터 16 까지이므로 16 개

x 좌표가 0 일 때: 1 개

$\therefore 2 \times (4 + 8 + 10 + 13 + 14 + 16 + 16) + 1 = 163$ (개)

49. 함수 $f(x) = \frac{-4}{\sqrt{px^2 + 2x - p + 3}}$ 가 최솟값을 가질 때, 정수 p 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

분모가 항상 음수이므로 주어진 함수가 최소가 될 때는 함수 $y = px^2 + 2x - p + 3 \cdots \textcircled{1}$ 이 최댓값을 가질 때이다.

만약 함수 y 가 음수나 0 을 최솟값으로 갖게 되면 함수값이 존재하지 않으므로 함수 y 의 최솟값은 양수이다.

따라서 $p > 0 \cdots \textcircled{2}$

$D = p^2 - 3p + 1 < 0 \cdots \textcircled{3}$ 의 두 식이 모두 만족되면, $\textcircled{1}$ 이 양의 최솟값을 갖는다.

$$p^2 - 3p + 1 < 0 \text{ 에서 } \frac{3 - \sqrt{5}}{2} < p < \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

따라서 정수 p 의 최댓값은 2 이다.

50. 가을 전어철을 맞아 전어의 어획량은 매일 현재 어획량의 10% 씩 늘어나고, 마리당 판매 가격은 매일 현재 가격의 5% 씩 줄어들고 있다. 며칠 후에 전어를 한꺼번에 팔아야 최대의 수입을 얻을 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 5 일

▷ 정답: 5 일

해설

현재의 전어의 양과 가격을 각각 m 마리, p 원 라고 할 때, x 일 후의 전어의 양과 가격은 각각

$$m \left(1 + \frac{1}{10}x \right) \text{ 마리, } p \left(1 - \frac{1}{20}x \right) \text{ 원 이다.}$$

이때, x 일 후의 수입을 y 원이라고 하면

$$\begin{aligned} y &= mp \left(1 + \frac{1}{10}x \right) \left(1 - \frac{1}{20}x \right) \\ &= mp \left(1 + \frac{1}{20}x - \frac{1}{200}x^2 \right) \\ &= -\frac{mp}{200}(x^2 - 10x - 200) \\ &= -\frac{mp}{200}(x - 5)^2 + \frac{9}{8}mp \end{aligned}$$

따라서 $x = 5$ 일 때, y 는 최댓값을 가지므로 5 일 후에 팔면 최대의 수입을 얻을 수 있다.