

1. $y = k(k + 1)x^2 + 3x - 1$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k + 1) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq 0, k \neq -1$ 이다.

2. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 10 + k$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰을 때, x 축과 만나지 않는 k 값의 범위가 $k > a$ 이다. a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차함수의 식을 정리하면

$y = 2(x^2 - 6x + 9) - 18 + 10 + k = 2(x - 3)^2 - 8 + k$ 이므로

평행이동한 그래프의 식은 $y = 2(x - 4)^2 - 5 + k$ 이다.

이 그래프가 x 축과 만나지 않으려면

최솟값 $-5 + k$ 가 0 보다 커야 하므로 $k > 5$

따라서 $a = 5$ 이다.

3. 포물선 $y = x^2 + bx + c$ 를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하였더니 꼭짓점이 $(3, -1)$ 이 되었다고 한다. 상수 b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 2$

▷ 정답 : $c = 3$

해설

$$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c,$$

$$y = \left(x + \frac{b}{2} - 4\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c - 3,$$

$$\text{꼭짓점}\left(-\frac{b-8}{2}, -\frac{b^2}{4} + c - 3\right) = (3, -1) \text{ 이므로}$$

$$-\frac{b-8}{2} = 3, b = 2,$$

$$\text{따라서 } -\frac{b^2}{4} + c - 3 = -1 \text{ 이므로 } c = 3 \text{ 이다.}$$

4. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 두 점 $(2, 2), (-4, 10)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = \frac{1}{3}(x+2)^2 + \frac{2}{3}$$

x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$$y = \frac{1}{3}(x+2-p)^2 + \frac{2}{3} + q$$

두 점 $(2, 2), (-4, 10)$ 을 대입하면

$$2 = \frac{1}{3}(4-p)^2 + \frac{2}{3} + q$$

$$p^2 - 8p + 3q = -12 \cdots \textcircled{1}$$

$$10 = \frac{1}{3}(-2-p)^2 + \frac{2}{3} + q$$

$$p^2 + 4p + 3q = 24 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 에서 } p = 3, q = 1$$

$$\therefore p + q = 3 + 1 = 4$$

5. 이차함수 $y = 3x^2 - 18x + 31$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 두 점 $(7, 14), (4, 5)$ 를 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = 3x^2 - 18x + 31 = 3(x - 3)^2 + 4$$

x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x - 3 - p)^2 + 4 + q$$

두 점 $(7, 14), (4, 5)$ 를 대입하면

$$14 = 3(4 - p)^2 + 4 + q$$

$$3p^2 - 24p + q = -38 \cdots \textcircled{1}$$

$$5 = 3(1 - p)^2 + 4 + q$$

$$3p^2 - 6p + q = -2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서 } p = 2, q = -2$$

$$\therefore p + q = 2 - 2 = 0$$

6. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

① $x < 1$

② $x < -1$

③ $x > \frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{2}$

⑤ $x > 2$

해설

$(1, 6)$ 을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

7. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 $(1, 4)$ 를 지난다고 한다. 이 때, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 범위를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x < -1$
④ $x > -2$ ⑤ $x < -3$

해설

$(1, 4)$ 를 대입하면 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

$a = \frac{2}{3}$ 를 대입하면

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + 2x) + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 - \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

따라서 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

8. 이차함수 $y = 4x^2 + kx + 2$ 의 그래프의 꼭짓점이 $y = x - 1$ 의 그래프 위에 있고 $x > a$ 이면 y 의 값이 증가하고, $x < a$ 이면 y 의 값은 감소한다. 이 때 꼭짓점의 좌표를 구하여라. (단, $a < 0$)

- ① $(-1, -1)$ ② $(-1, -2)$ ③ $(1, 1)$
④ $(1, 2)$ ⑤ $(1, 3)$

해설

축의 방정식이 $x = a$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표가 a 이다.
따라서 $(a, a - 1)$ 을 지나므로 $y = 4(x - a)^2 + a - 1 = 4x^2 - 8ax + 4a^2 + a - 1$ 이고 $4a^2 + a - 1 = 2$ 이다.
따라서 $(4a - 3)(a + 1) = 0$ 이므로 $a = -1(a < 0)$ 이므로 꼭짓점은 $(-1, -2)$ 이다.

9. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

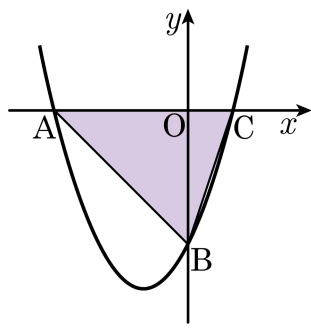
① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x < 2$ ⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

10. 다음 그림은 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프이다. 이 포물선과 x 축과의 교점을 A, C 라 하고, y 축과의 교점을 B 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

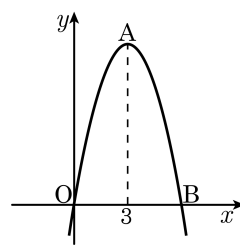
$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore A(-3, 0), C(1, 0)$$

$$\therefore B(0, -3)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-3)\} \times 3 = 6$$

11. 다음 그림은 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다.
 $b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

대칭축이 $x = 3$ 이므로 점 B 의 좌표는 (6, 0) 이다.

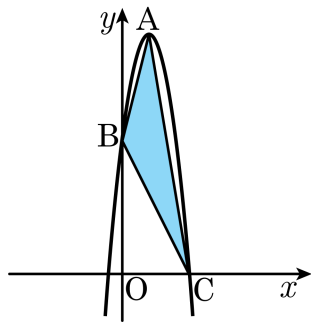
$y = -(x - 3)^2 + q$ 에서 점 (6, 0) 을 지나므로

$0 = -(6 - 3)^2 + q$, $q = 9$ 이다.

$y = -(x - 3)^2 + 9 = -x^2 + 6x$

$b = 6$, $c = 0$ $\therefore b - c = 6$

12. 다음 그림은 이차함수 $y = -2x^2 + 8x + 10$ 의 그래프이다. 점 A 가 꼭짓점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

B (0, 10)

$$y = -2x^2 + 8x + 10 = -2(x - 2)^2 + 18$$

A (2, 18)

점 C 는 y 좌표가 0 이므로

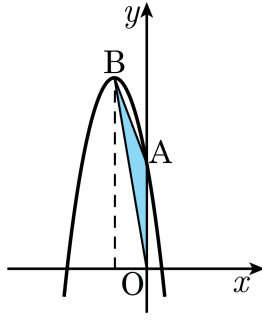
$$0 = -2x^2 + 8x + 10, \quad -2(x - 5)(x + 1) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 5 \quad \therefore C(5, 0)$$

$$\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AOC - \triangle BOC$$

$$= 10 + 45 - 25 = 30$$

13. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y 축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



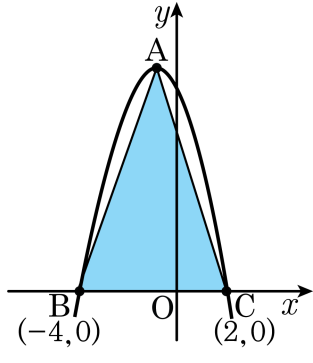
- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$y = -(x + 3)^2 + 17$ 이므로 B(-3, 17)

A(0, 8)이므로 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$

14. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A, x 축과의 교점을 각각 B, C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

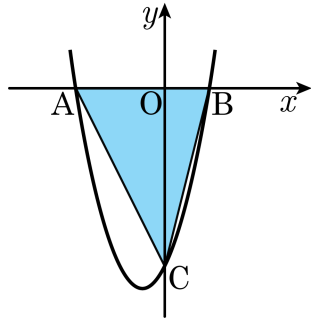


- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 24 ⑤ 27

해설

A(-1, 9), B(-4, 0), C(2, 0) 이므로 $\triangle \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

15. 다음 그림의 포물선은 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프이다. 이 포물선과 x 축과의 교점을 A, B 라 하고, y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

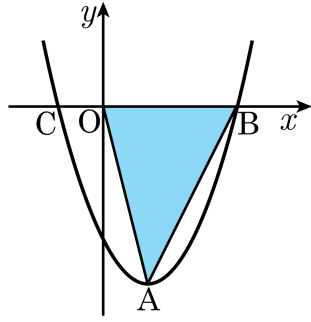


- ① 16 ② 24 ③ 30 ④ 32 ⑤ 48

해설

C(0, -8)
 $y = 0$ 을 대입하면
 $x^2 + 2x - 8 = 0$
 $(x + 4)(x - 2) = 0$
 $x = -4$ 또는 $x = 2$
A(-4, 0), B(2, 0)
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

16. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



- ① 16 ② 8 ③ 12 ④ 6 ⑤ 10

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 (1, -4) 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

B 의 좌표는 (3, 0) 이다.

$$\therefore (\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

17. $y = ax^2 + bx + c$ 그래프가 제 2, 3, 4 사분면을 지난다고 할 때, a, b, c 의 부호가 바르게 짝지어진 것은?

① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c < 0$

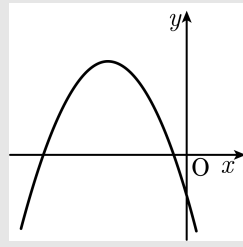
③ $a > 0, b < 0, c < 0$

④ $a < 0, b < 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

그림을 그려 보면 다음과 같다.



위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

18. $y = ax^2 + bx + c$ 그래프가 제 1, 3, 4사분면을 지난다고 할 때, a, b, c 의 부호가 바르게 짝지어 진 것은?

① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c < 0$

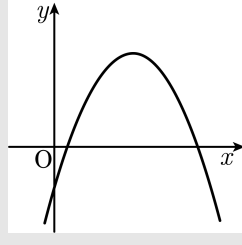
③ $a < 0, b < 0, c < 0$

④ $a < 0, b < 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b > 0, c < 0$

해설

제 2사분면을 지나지 않으려면 다음 그래프와 같다.

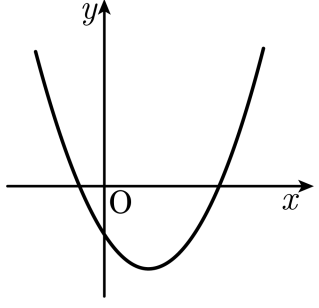


위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



- ① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

해설

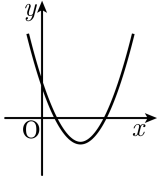
아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

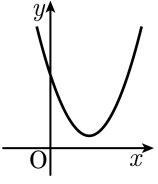
y 절편이 음수이므로 $c < 0$

20. 다음 중 $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?

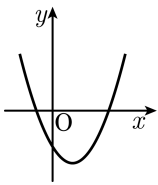
①



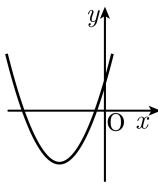
②



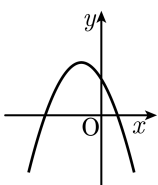
③



④



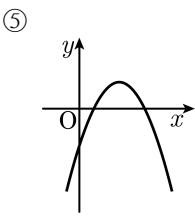
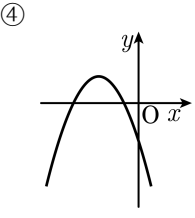
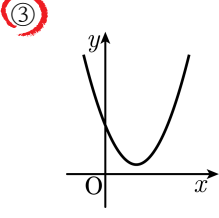
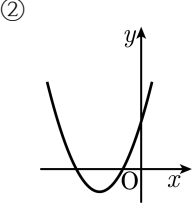
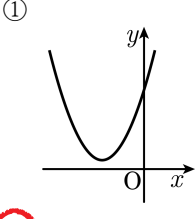
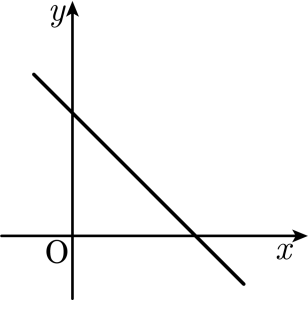
⑤



해설

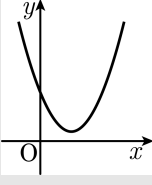
$a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선,
 $ab > 0$ 이므로 대칭축이 y 축의 왼쪽에 있고, $c > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 그래프

21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



해설

일차함수의 그래프의 기울기가 음수이므로 $a < 0$, y 절편이 양수이므로 $b > 0$ 이다.



$y = x^2 + ax + b$ 에서 $a < 0, b > 0$ 이면 아래로 볼록이고 축은 y 축 오른쪽에 있으며 y 축과의 교점은 x 축보다 위쪽에 있다.

22. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

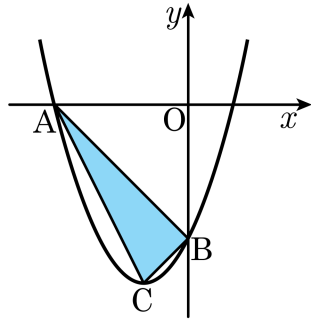
▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을 $y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.
 $y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2, 0)$, $(0, -16)$ 을 지나므로
 $0 = -8 - 2b + c$, $-16 = c$
 $0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$
 $y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$
 $y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$
꼭짓점의 좌표가 $(-3, 21)$ 에서 $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0$, $q = -19$ 이다.
 $\therefore p + q = 0 - 19 = -19$

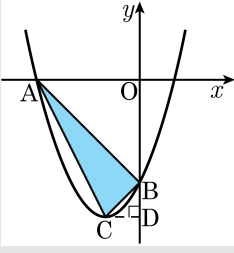
23. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A , y 축과 만나는 점을 B , 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 2 ② 3 ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

해설

점 A 는 x 축과 만나는 점이므로 $y = 0$ 일 때 x 값을 구한다.
 $0 = (x + 1)^2 - 4 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 4$
 $x + 1 = \pm 2$, $x = 1, -3$
A 의 x 좌표는 음수이다.
 $\therefore A(-3, 0)$
점 B 는 y 절편, 즉 $x = 0$ 일 때 y 값을 구한다.
점 C 는 꼭짓점의 좌표이므로 $y = (x + 1)^2 - 4$ 에서 $C(-1, -4)$ 이다.
 $\therefore B(0, -3)$



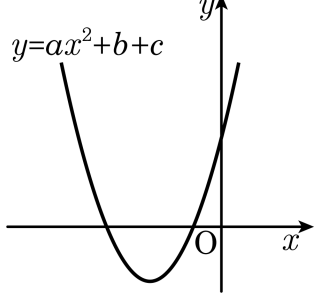
$\triangle ABC$ 의 넓이는 사다리꼴 OACD 에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle BCD$ 의 넓이를 뺀 것과 같다.
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \left\{ (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right\}$
 $\therefore \triangle ABC = 3$

24. 이차함수 $y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① 직선 $x = -1$ 을 축으로 한다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 7)$ 이다.
③ $y = -2x^2 + 4x + 7$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
④ x 축과 두 점에서 만난다.
⑤ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$ 이다.

해설

$y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면,
 $-2 - a + 7 = 1 \therefore a = 4$
따라서 포물선의 식은 $y = -2x^2 - 4x + 7 = -2(x + 1)^2 + 9$
① 축의 식은 $x = -1$
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 9)$
③ y 축에 대칭인 그래프는 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = -2x^2 + 4x + 7$
④ 그래프의 개형 (대략적인 모양) 을 그려보면 x 축과 두 점에서 만난다.
⑤ y 절편은 7 이고 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



- ☒ ① $a + b + c > 0$
- ☐ ② $a < 0$
- ☒ ③ $b > 0$
- ☐ ④ $c < 0$
- ☐ ⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$
축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$
y 절편이 양수이므로 $c > 0$
한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면
① $f(1) = a + b + c > 0$
⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.