1. 이차방정식 $2x^2-4x-3=0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2-4a$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x=a$ 를 대입하면 $2a^2-4a-3=0$

$\therefore\ 2a^2-4a=3$

2. 이차방정식 $3x^2+ax+b=0$ 의 해가 $x=-3$ 또는 $x=\frac{5}{3}$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

$3x^2+ax+b=0$ 의 해가

$x=-3$ 또는 $x=\frac{5}{3}$ 이므로

$(x+3)(3x-5)=0$

$3x^2+4x-15=0$

$\therefore\ a=4,\ b=-15$

$a-b=4-(-15)=19$

3. 이차방정식 $6x^2+11x-35=0$ 의 두 근 중에서 큰 근이 $x^2+3x+9a=0$ 의 근이라 할 때, a 의 값은?

① $-\frac{70}{9}$ ② $-\frac{70}{3}$ ③ $-\frac{70}{81}$ ④ 70 ⑤ $\frac{70}{3}$

해설

$6x^2+11x-35=0$을 인수분해하면 $(2x+7)(3x-5)=0$ 이므로

$x=-\frac{7}{2}, \frac{5}{3}$ 이고 이 중에서 큰 근 x는 $\frac{5}{3}$ 이다.

$x=\frac{5}{3}$ 가 $x^2+3x+9a=0$ 의 근이므로 대입하면

$\frac{25}{9}+3\times\frac{5}{3}+9a=0$, $9a=-\frac{70}{9}$

$\therefore a=-\frac{70}{81}$

4. x 에 대한 이차방정식 $3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 a 의 값과 중근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식)= 0 이므로
$3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$, $(x-4)^2 = \frac{a}{6}$, $a = 0$ 이다.
또한 중근은 $x = 4$ 이므로
$0 + 4 = 4$

5. 이차방정식 $3(x+3)^2=8$ 의 두 근의 합을 구하면?

① 18 ② 6 ③ 0 ④ −3 ⑤ −6

해설

$3(x+3)^2=8, (x+3)^2=\frac{8}{3}$

$x+3=\pm\sqrt{\frac{8}{3}}$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{\frac{8}{3}}=-3\pm\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\therefore \left(-3+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)+\left(-3-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)=-6$

6. 이차방정식 $(x-1)(x-5)=4$ 를 $(x+A)^2=B$ 의 모양으로 고칠 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $A=-3$

▷ 정답: $B=8$

해설

$x^2-6x+9=8$
$(x-3)^2=8$
$\therefore\ A=-3,\ B=8$

7. 책을 펼쳐서 나타난 쪽수의 곱이 156 이었을 때, 뒷 쪽의 쪽수를 구하여라.

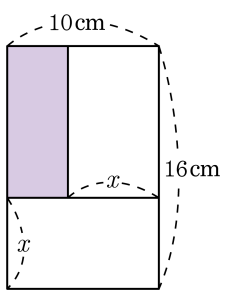
▶ 답 : 쪽

▷ 정답 : 13 쪽

해설

펼쳐진 책의 쪽수를 $x-1$, x라 하면
$(x-1)x = 156$
$(x-13)(x+12) = 0$
$x > 0$ 이므로 $x = 13$ (쪽)

8. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 10cm , 세로의 길이가 16cm 인 직사각형에서 가로와 세로를 똑같이 줄였더니 그 넓이가 처음 직사각형 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이 되었다. 이 때, 줄인 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

처음 직사각형의 넓이는 $10 \times 16 = 160$,
칠한 부분의 넓이는 $(10 - x)(16 - x)$ 이다.

$(10 - x)(16 - x) = 160 \times \frac{1}{4}$

$x^2 - 26x + 160 = 40$

$x^2 - 26x + 120 = 0$

$(x - 20)(x - 6) = 0$

$0 < x < 10$ 이므로 $x = 6(\text{cm})$ 이다.

9. $2(x-1)^2+3=ax^2-4x+5$ 가 이차방정식일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$2(x^2-2x+1)+3=ax^2-4x+5$

$2x^2-4x+2+3=ax^2-4x+5$

$(2-a)x^2=0$

$\therefore\ a\neq 2$

10. x 가 -2 이상 3 이하의 정수일 때, $x^2 - x - 2 = 0$ 의 근은?

① $x = -1$ ② $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = -2$ ④ $x = 2$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = 2$

해설

x 에 -2, -1, 0, 1, 2, 3을 대입해 보면 성립하는 것은 $x = -1$, $x = 2$ 일 때이다.

11. 이차방정식 $ax^2-(a+3)x+3a=0$의 한 근이 $x=-2$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2-(a+3)x+3a=0$에 $x=-2$를 대입하면,

$4a+2a+6+3a=0$, $9a+6=0$

$\therefore\ a=-\frac{2}{3}$

12. 이차방정식 $x^2+ax+6=0$ 의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식 $5x^2-x+b=0$ 의 한 근일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$x^2+ax+6=0$ 에 $x=3$을 대입하면 $a=-5$ 이다.
$x^2-5x+6=0$, $(x-2)(x-3)=0$이므로
다른 한 근은 $x=2$이다.
$5x^2-x+b=0$ 에 $x=2$ 를 대입하면 $b=-18$
$\therefore\ a-b=-5-(-18)=13$

13. 다음의 이차방정식의 음의 근만 모두 더하면?

㉠ $(x-3)(x-5)=0$	㉡ $(2x-1)(x+3)=0$
㉢ $(3x+1)(4x-2)=0$	

① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{8}{3}$ ④ $-\frac{10}{3}$ ⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

㉠ $x-3=0$ 또는 $x-5=0$

$\therefore\ x=3$ 또는 $x=5$

㉡ $2x-1=0$ 또는 $x+3=0$

$\therefore\ x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$

㉢ $3x+1=0$ 또는 $4x-2=0$

$\therefore\ x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 음의 근만 모두 더하면 $-3-\frac{1}{3}=-\frac{10}{3}$

14. 이차방정식 $x^2 + ax - 8 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$x^2 + ax - 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면
$\therefore\ a = 2$
$x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2) = 0$
$\therefore x = 2$ 또는 $x = -4$

15. 이차방정식 $5(2a-3)x^2-5(4a^2-9)x-4(2a+3)=0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$5(2a-3)x^2-5(4a^2-9)x-4(2a+3)=0$ 의 한 근이 1 이므로
$5(2a-3)\times 1-5(4a^2-9)\times 1-4(2a+3)=0$,
$10a-15-20a^2+45-8a-12=0$,
$-20a^2+2a+18=0$, $20a^2-2a-18=0$, $(20a+18)(a-1)=0$,
a 는 정수이므로 $a=1$,
$-5x^2+25x-20=0$, $x^2-5x+4=0$, $(x-1)(x-4)=0$,
$x=1$ 또는 $x=4$,
따라서 다른 한 근은 4 이다.

16. 이차방정식 $(x-a)^2 = 2b$ 의 근이 $3 \pm 2\sqrt{2}$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - bx + a = 0$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

▷ 정답: $x = 3$

해설

$(x-a)^2 = 2b,\ x = a \pm \sqrt{2b} = 3 \pm 2\sqrt{2}$
$\therefore\ a = 3,\ b = 4$
$x^2 - 4x + 3 = 0$
$(x-1)(x-3) = 0$
$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = 3$

17. 두 이차방정식 $2x^2-2x-12=0$, $3x^2-11x+6=0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2x^2-2x-12=0$

$2(x-3)(x+2)=0$

$\therefore\ x=3$ 또는 $x=-2$

$3x^2-11x+6=(3x-2)(x-3)=0$

$\therefore\ x=\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=3$

18. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x-6)+9=0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x+14)$

해설

(완전제곱식)$= 0$의 꼴이어야 중근을 갖는다.
④ $x^2 = 1$이므로 $x = \pm 1$
따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값과 중근을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답: $x = 3$

해설

$x^2 - 6x + 2a + 4 = 0, 2a + 4 = 9, a = \frac{5}{2}$

$x^2 - 6x + 9 = 0, (x-3)^2 = 0, x = 3$(중근)

20. 이차방정식 $(x+4)^2 = k$ 의 두 근의 곱이 13 일 때, k 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 8 ⑤ 9

해설

$x+4 = \pm\sqrt{k}$
$x = -4 \pm \sqrt{k}$
$(-4+\sqrt{k})(-4-\sqrt{k}) = 13$
$16-k = 13$
$\therefore k = 3$

21. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 12 ② 0 ③ -3 ④ -5 ⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0$, $a \leq 0$

22. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$의 두 근을 a, b라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$의 두 근을 c, d라 할 때, $a + b + c + d$의 값은?

① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$의 두 근을 구하면

$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$ 이고,

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$x = \frac{-4 \pm 2}{6}$ 이므로

$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$

23. $A = \{x \mid 6(x-1)^2 + 7x = (2x-3)(4x+1)\}$ 의 해가 $\{\alpha,\ \beta\}$ 일 때, $4(\alpha+\beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2 - 5x - 9 = 0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha = \frac{5+\sqrt{97}}{4},\ \beta = \frac{5-\sqrt{97}}{4}$$

$\therefore\ 4(\alpha+\beta) = 10$

24. $3\left(x+\frac{1}{3}\right)^2-2\left(x+\frac{1}{3}\right)-1=0$ 의 두 근의 합은?

① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{5}{6}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x+\frac{1}{3}=A$로 치환하면

$3A^2-2A-1=(3A+1)(A-1)=0$

$A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=1$

$x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3}+\frac{2}{3}=0$이다.

25. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = \dfrac{-m+\sqrt{2}}{2}$, $y = 3+\sqrt{2}$ 일 때, $4x^2-4xy+y^2+4x-2y-24=0$ 이 성립하는 m 의 값들의 합은?

① -3 ② -4 ③ 5 ④ -5 ⑤ 6

해설

$(2x-y)^2+2(2x-y)-24=0$ 에서 $2x-y=t$로 치환하면
$t^2+2t-24=0$
$(t+6)(t-4)=0$
$\therefore\ t=4$ 또는 $t=-6$
i) $t=4$일 때
$2x-y=-m+\sqrt{2}-(3+\sqrt{2})=4$
$m=-7$
ii) $t=-6$일 때
$2x-y=-m+\sqrt{2}-(3+\sqrt{2})=-6$
$m=3$
따라서 모든 m 의 값의 합은 $(-7)+3=-4$ 이다.

26. 이차방정식 $3x^2-2x-k=0$ 은 해를 갖고, 이차방정식 $(k-1)x^2+4x-5=0$ 은 해가 없도록 하는 정수 k 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x^2-2x-k=0$ 이를 해를 가질 조건은

$D=(-2)^2-4\times3\times(-k)=4+12k\geq0 \therefore k\geq-\frac{1}{3}\cdots$㉠

$(k-1)x^2+4x-5=0$ 이 해를 가지지 않을 조건은

$D=4^2-4\times(k-1)\times(-5)=16+20k-20<0 \therefore k<\frac{1}{5}\cdots$㉡

㉠, ㉡ 에서 $-\frac{1}{3}\leq k<\frac{1}{5}$

$\therefore k=0$

27. 이차방정식 $x^2 - 4x + m - 3 = 0$ 이 근을 갖지 않을 때, m 의 값의 범위는?

① $m > 7$ ② $m < 7$ ③ $m \geq 7$
④ $m < -7$ ⑤ $m > -7$

해설

$D = 4^2 - 4 \times 1 \times (m - 3) < 0,\ m > 7$

28. 이차방정식 $2x^2-4x+1=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha-\beta|$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=\dfrac{1}{2}$

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=2^2-4\times\dfrac{1}{2}=2$

$\alpha-\beta=\pm\sqrt{2}$

$\therefore |\alpha-\beta|=\sqrt{2}$

29. 이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 두 근을 α ,β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① $2+2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$

④ -6 ⑤ $2-2\sqrt{2}$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=-1$

$$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\frac{2^2-2\times(-1)}{-1}=-6$$

30. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $2, -3$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $ab = 24$

해설

두 근이 $2, -3$ 이고 이차항의 계수가 2 인 이차방정식은
$2(x-2)(x+3) = 0$,
$2x^2 + 2x - 12 = 0$ 이므로
$a = -2, b = -12$
$\therefore ab = 24$

31. 이차방정식 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ 일 때, 유리수 $a+b$ 의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

한 근이 $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

근과 계수의 관계에서 두 근의 합은 $-\frac{b}{a} = 1$

두 근의 곱은 $-\frac{1}{a} = -\frac{1}{4}$

$\therefore a = 4$, $b = -4$

$\therefore a + b = 0$

32. 이차방정식 $2x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 $\alpha - 3$ 이므로

$\alpha + \alpha - 3 = 1$

따라서 $\alpha = 2$ 이다.

$\alpha(\alpha - 3) = \frac{m}{2}$ $\quad \therefore\ m = -4$

33. 어떤 자연수에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하고 4를 곱했더니 29만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

어떤 자연수를 x라고 하면
$(x+4)^2 = 4(x+2)+29$
$x^2+4x-21=0$
$(x-3)(x+7)=0$
x는 자연수이므로 $x=3$ 이다.

34. x 에 관한 이차방정식 $ax^2+bx+1=0$ 의 해가 $-\frac{1}{2}$, 1 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

이차방정식 $ax^2+bx+1=0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이고, 두 근의 곱은 $\frac{1}{a}$

$-\frac{b}{a}=\left(-\frac{1}{2}\right)+1=\frac{1}{2}$

$\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$ $\therefore$ $a=-2,\ b=1$

$\therefore$ $a+b=-2+1=-1$

35. 이차방정식 $x^2-3x-5=0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 5 인 이차방정식은?

① $5x^2+x-3=0$ ② $5x^2-x-3=0$

③ $5x^2+3x-1=0$ ④ $5x^2-3x-1=0$

⑤ $5x^2-5x-1=0$

해설

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=-5$

$\therefore\ \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{-5}=-\frac{3}{5}$

$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{-5}=-\frac{1}{5}$

$\therefore\ x^2+\frac{3}{5}x-\frac{1}{5}=0$

$\therefore\ 5x^2+3x-1=0$

36. 세 자연수 a, b, c는 연속하는 홀수이다. $ab = 3c - 12$일 때, c의 값을 구하여라. (단, $a < b < c$)

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$a,\ b,\ c$를 $x-2,\ x,\ x+2$라 하면
$(x-2)x = 3(x+2) - 12$
$x^2 - 2x = 3x + 6 - 12$
$x^2 - 5x + 6 = 0$
$(x-3)(x-2) = 0$
x는 홀수이므로 $x = 3$이다.
$\therefore\ c = 5$

37. 차가 3 인 두 양의 정수의 곱이 108 일 때, 이 두 양의 정수의 합을 구하여라.

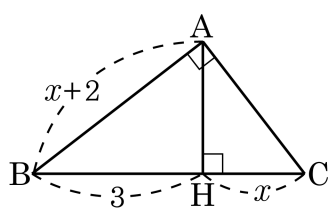
▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

두 양의 정수를 $x,\ x+3$ 이라 하면
$x(x+3)=108,\ x^2+3x-108=0$
$(x+12)(x-9)=0$
$x=-12$ 또는 $x=9$
x 는 양수이므로
$x=9,\ x+3=12$
$\therefore\ 9+12=21$

38. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형이고 점 H 는 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발이다. 이 때, x 의 값은?



① 1 ② 2 ③ $\frac{-1+\sqrt{21}}{2}$

④ $\frac{-1+\sqrt{21}}{4}$ ⑤ $\frac{1+\sqrt{21}}{2}$

해설

$(x+2)^2 = 3(3+x)$

$x^2 + 4x + 4 = 9 + 3x$

$x^2 + x - 5 = 0$

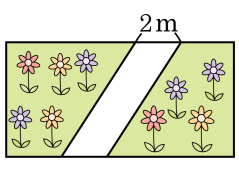
$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-5)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$

$\therefore x = \frac{-1+\sqrt{21}}{2} (\because x > 0)$

39. 밑변의 길이와 높이가 같은 삼각형이 있다. 이 삼각형의 밑변의 길이를 4 cm 늘이고, 높이를 6 cm 늘였더니, 그 넓이가 처음 삼각형의 넓이의 2 배가 되었다. 이 때, 처음 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad

40. 가로, 세로의 길이의 비가 2 : 1 인 직사각형 모양의 꽃밭에 다음 그림과 같은 길을 내었더니, 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 $40\,\mathrm{m}^2$ 가 되었다. 처음 꽃밭의 세로의 길이를 $x\,\mathrm{m}$ 라 할 때, x 를 구하기에 알맞은 이차방정식은?



① $x^2 + 2x + 40 = 0$

② $x^2 - x - 20 = 0$

③ $2x^2 - 40 = 0$

④ $2x^2 + 2x - 40 = 0$

⑤ $x^2 + 2x - 40 = 0$

해설

세로의 길이를 $x\,\mathrm{m}$ 라고 하면 가로의 길이는 $2x\,\mathrm{m}$
길을 제외한 넓이는 $40\,\mathrm{m}^2$ 이므로 $(2x-2)\times x = 40$
$\therefore\ x^2 - x - 20 = 0$

41. $5x+2 \le 4x+5$이고 x는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$x^2-6x+5=0$

① $x=1,\ x=3$　② $x=1,\ x=5$　③ $x=1$

④ $x=2,\ x=3$　⑤ $x=2,\ x=5$

해설

$5x+2 \le 4x+5$ 에서 $x \le 3$ 이다.
따라서 x의 값은 1, 2, 3이다.
$x^2-6x+5=0$를 만족하는 x의 값은 $x=1,\ x=5$이므로
이차방정식의 해는 $x=1$이다.

42. 이차방정식 $x^2-6x+(a-1)=0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더하면?

① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x^2-6x=-a+1$, $x^2-6x+9=-a+10$, $(x-3)^2=-a+10$

$x-3=\pm\sqrt{-a+10}$, $x=3\pm\sqrt{10-a}$

두 근이 정수가 되려면 $10-a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$10-a=9, 4, 1$ 에서 $a=1, 6, 9$

따라서 a 값들의 합은 $1+6+9=16$ 이다.

43. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때, x 에 대한 이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 서로 다른 두 실근을 갖는다.

② 하나의 중근을 갖는다.

③ 근은 존재하지 않는다.

④ 근의 개수는 무한하다.

⑤ 알 수 없다.

해설

직선 $y = ax + b$ 의 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 $a < 0,\ b < 0,$
$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서 $D = b^2 - 4a > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

44. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2+(k-1)x+m=0$ 의 해가 1 개가 되는 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면
$D=(k-1)^2-4m=0$
$(k-1)^2=4m$ 이므로
$(k,\ m)=(3,1),\ (5,4)$
따라서 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 이다.

45. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$

k 에 대해서 정리하면

$(2a+1)k + a^2 - b = 0$, 이 식이 k에 관한 항등식이므로 $2a+1 = 0$, $a^2 - b = 0$

$\therefore a = -\frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{4}$

$\therefore 8ab = 8\left(-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = -1$

46. 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$\alpha + \beta = -2$, $\alpha\beta = -1$,

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 6$

$\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 = \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta)$

$= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta)$

$= 6 \times (-2) = -12$

47. $x^2-mx+n=0$의 해를 α, β라 할 때, $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$를 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2-5x+6=0$이다. 실수 m, n에 대해 $m+n$의 값을 구하여라. (단, $m>n$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2-mx+n=0$ 에서 $\begin{cases} \alpha+\beta=m \\ \alpha\beta=n \end{cases}$ …㉠

또 $x^2-5x+6=0$ 에서

$\begin{cases} \alpha+\beta+\alpha\beta=5 \\ (\alpha+\beta)\alpha\beta=6 \end{cases}$ …㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $m+n=5$, $mn=6$

$\therefore m+n=5$

48. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 1: 2 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 t, $2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2$, $t = \pm 1$

$t + 2t = 3t = 3a$,

$t = -1$ 일 때 $a = -1$

$t = 1$ 일 때 $a = 1$

$\therefore\ a = \pm 1$

49. 자연수 1 에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 7 부터 $n-1$ 까지의 합이 57 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$(7+8+9+\cdots+n-1)$

$=(1+2+\cdots+n-1)-(1+2+3+4+5+6)$

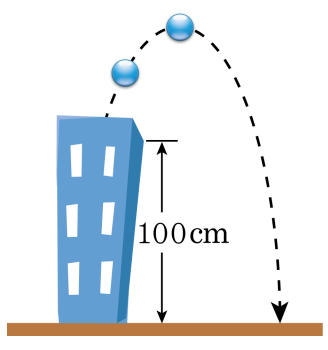
$\frac{(n-1)n}{2}-21=57$ 이므로

$n(n-1)=156$

$n^2-n-156=(n+12)(n-13)=0$

$n>0$ 이므로 $n=13$ 이다.

50. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m

④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$-5t^2 + 40t + 100 = 160$

$t^2 - 8t + 12 = 0$

$(t-2)(t-6) = 0$

$\therefore\ t = 2$ 또는 $t = 6$

물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지

올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$t = \dfrac{6-2}{2} = 2$(초)

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$h = -5t^2 + 40t + 100$

$= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100$

$= 180$(m)