

1. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$

$\therefore 2a^2 - 4a = 3$

2. 이차방정식 $3x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -3$ 또는 $x = \frac{5}{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$3x^2 + ax + b = 0$ 의 해가

$x = -3$ 또는 $x = \frac{5}{3}$ 이므로

$$(x + 3)(3x - 5) = 0$$

$$3x^2 + 4x - 15 = 0$$

$$\therefore a = 4, b = -15$$

$$a - b = 4 - (-15) = 19$$

3. 이차방정식 $6x^2 + 11x - 35 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근이 $x^2 + 3x + 9a = 0$ 의 근이라 할 때, a 의 값은?

① $-\frac{70}{9}$

② $-\frac{70}{3}$

③ $-\frac{70}{81}$

④ 70

⑤ $\frac{70}{3}$

해설

$6x^2 + 11x - 35 = 0$ 을 인수분해하면 $(2x + 7)(3x - 5) = 0$ 이므로

$x = -\frac{7}{2}, \frac{5}{3}$ 이고 이 중에서 큰 근 x 는 $\frac{5}{3}$ 이다.

$x = \frac{5}{3}$ 가 $x^2 + 3x + 9a = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$\frac{25}{9} + 3 \times \frac{5}{3} + 9a = 0, 9a = -\frac{70}{9}$$

$$\therefore a = -\frac{70}{81}$$

4. x 에 대한 이차방정식 $3(x-4)^2 = \frac{a}{2}$ 가 중근을 가진다고 할 때, 상수 a 의 값과 중근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

중근을 가지기 위한 조건은
(완전제곱식) = 0 이므로

$$3(x-4)^2 = \frac{a}{2}, (x-4)^2 = \frac{a}{6}, a = 0 \text{ 이다.}$$

또한 중근은 $x = 4$ 이므로
 $0 + 4 = 4$

5. 이차방정식 $3(x+3)^2 = 8$ 의 두 근의 합을 구하면?

① 18

② 6

③ 0

④ -3

⑤ -6

해설

$$3(x+3)^2 = 8, (x+3)^2 = \frac{8}{3}$$

$$x+3 = \pm \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{\frac{8}{3}} = -3 \pm \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \left(-3 + \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) + \left(-3 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right) = -6$$

6. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 모양으로 고칠 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -3$

▷ 정답 : $B = 8$

해설

$$x^2 - 6x + 9 = 8$$

$$(x-3)^2 = 8$$

$$\therefore A = -3, B = 8$$

7. 책을 펼쳐서 나타난 쪽수의 곱이 156 이었을 때, 뒷 쪽의 쪽수를 구하여라.

▶ 답: 쪽

▷ 정답: 13 쪽

해설

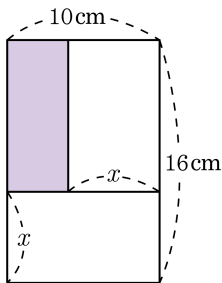
펼쳐진 책의 쪽수를 $x - 1$, x 라 하면

$$(x - 1)x = 156$$

$$(x - 13)(x + 12) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 13 \text{ (쪽)}$$

8. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 10cm, 세로의 길이가 16cm 인 직사각형에서 가로와 세로를 똑같이 줄였더니 그 넓이가 처음 직사각형 넓이의 $\frac{1}{4}$ 이 되었다. 이 때, 줄인 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6cm

해설

처음 직사각형의 넓이는 $10 \times 16 = 160$,
 칠한 부분의 넓이는 $(10 - x)(16 - x)$ 이다.

$$(10 - x)(16 - x) = 160 \times \frac{1}{4}$$

$$x^2 - 26x + 160 = 40$$

$$x^2 - 26x + 120 = 0$$

$$(x - 20)(x - 6) = 0$$

$0 < x < 10$ 이므로 $x = 6$ (cm) 이다.

9. $2(x-1)^2 + 3 = ax^2 - 4x + 5$ 가 이차방정식일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$2(x^2 - 2x + 1) + 3 = ax^2 - 4x + 5$$

$$2x^2 - 4x + 2 + 3 = ax^2 - 4x + 5$$

$$(2 - a)x^2 = 0$$

$$\therefore a \neq 2$$

10. x 가 -2 이상 3 이하의 정수일 때, $x^2 - x - 2 = 0$ 의 근은?

① $x = -1$

② $x = -2$ 또는 $x = 1$

③ $x = -2$

④ $x = 2$

⑤ $x = -1$ 또는 $x = 2$

해설

x 에 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ 을 대입해 보면 성립하는 것은 $x = -1$,
 $x = 2$ 일 때이다.

11. 이차방정식 $ax^2 - (a + 3)x + 3a = 0$ 의 한 근이 $x = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

이차방정식 $ax^2 - (a + 3)x + 3a = 0$ 에 $x = -2$ 를 대입하면,
 $4a + 2a + 6 + 3a = 0, 9a + 6 = 0$

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

12. 이차방정식 $x^2 + ax + 6 = 0$ 의 한 근이 3이고 다른 한 근이 이차방정식 $5x^2 - x + b = 0$ 의 한 근일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$x^2 + ax + 6 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면 $a = -5$ 이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$, $(x - 2)(x - 3) = 0$ 이므로

다른 한 근은 $x = 2$ 이다.

$5x^2 - x + b = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면 $b = -18$

$\therefore a - b = -5 - (-18) = 13$

13. 다음의 이차방정식의 음의 근만 모두 더하면?

$$\textcircled{㉠} (x-3)(x-5) = 0$$

$$\textcircled{㉡} (2x-1)(x+3) = 0$$

$$\textcircled{㉢} (3x+1)(4x-2) = 0$$

$$\textcircled{㉠} -\frac{5}{3}$$

$$\textcircled{㉡} -\frac{7}{3}$$

$$\textcircled{㉢} -\frac{8}{3}$$

$$\textcircled{㉣} -\frac{10}{3}$$

$$\textcircled{㉤} -\frac{11}{3}$$

해설

$$\textcircled{㉠} x-3=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

$$\therefore x=3 \text{ 또는 } x=5$$

$$\textcircled{㉡} 2x-1=0 \text{ 또는 } x+3=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=-3$$

$$\textcircled{㉢} 3x+1=0 \text{ 또는 } 4x-2=0$$

$$\therefore x=-\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=\frac{1}{2}$$

$$\text{따라서 음의 근만 모두 더하면 } -3 - \frac{1}{3} = -\frac{10}{3}$$

14. 이차방정식 $x^2 + ax - 8 = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$x^2 + ax - 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$\therefore a = 2$$

$$x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -4$$

15. 이차방정식 $5(2a-3)x^2 - 5(4a^2-9)x - 4(2a+3) = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$5(2a-3)x^2 - 5(4a^2-9)x - 4(2a+3) = 0$ 의 한 근이 1 이므로

$$5(2a-3) \times 1 - 5(4a^2-9) \times 1 - 4(2a+3) = 0,$$

$$10a - 15 - 20a^2 + 45 - 8a - 12 = 0,$$

$$-20a^2 + 2a + 18 = 0, 20a^2 - 2a - 18 = 0, (20a+18)(a-1) = 0$$

,

a 는 정수이므로 $a = 1$,

$$-5x^2 + 25x - 20 = 0, x^2 - 5x + 4 = 0, (x-1)(x-4) = 0,$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 4,$$

따라서 다른 한 근은 4 이다.

16. 이차방정식 $(x-a)^2 = 2b$ 의 근이 $3 \pm 2\sqrt{2}$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - bx + a = 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$(x-a)^2 = 2b, \quad x = a \pm \sqrt{2b} = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 3, \quad b = 4$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-1)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

17. 두 이차방정식 $2x^2 - 2x - 12 = 0$, $3x^2 - 11x + 6 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$2(x - 3)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ 또는 } x = -2$$

$$3x^2 - 11x + 6 = (3x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = \frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 3$$

18. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x-6) + 9 = 0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식) = 0 의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④ $x^2 = 1$ 이므로 $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2a + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값과 중근을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{5}{2}$ 또는 2.5

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$$x^2 - 6x + 2a + 4 = 0, 2a + 4 = 9, a = \frac{5}{2}$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0, (x - 3)^2 = 0, x = 3(\text{중근})$$

20. 이차방정식 $(x+4)^2 = k$ 의 두 근의 곱이 13 일 때, k 의 값은?

① 3

② 5

③ 6

④ 8

⑤ 9

해설

$$x+4 = \pm \sqrt{k}$$

$$x = -4 \pm \sqrt{k}$$

$$(-4 + \sqrt{k})(-4 - \sqrt{k}) = 13$$

$$16 - k = 13$$

$$\therefore k = 3$$

21. 이차방정식 $x^2 + a = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 12

② 0

③ -3

④ -5

⑤ -12

해설

$x^2 = -a$ 의 근이 존재하려면 $-a \geq 0, a \leq 0$

22. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 이고,}$$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

23. $A = \{x \mid 6(x-1)^2 + 7x = (2x-3)(4x+1)\}$ 의 해가 $\{\alpha, \beta\}$ 일 때, $4(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2 - 5x - 9 = 0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}, \beta = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$$

$$\therefore 4(\alpha + \beta) = 10$$

24. $3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

① 0

② 1

③ $\frac{1}{2}$

④ $-\frac{5}{6}$

⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x + \frac{1}{3} = A$ 로 치환하면

$$3A^2 - 2A - 1 = (3A + 1)(A - 1) = 0$$

$A = -\frac{1}{3}$ 또는 $A = 1$

$x = -\frac{2}{3}$ 또는 $x = \frac{2}{3}$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$ 이다.

25. 두 실수 x, y 에 대하여 $x = \frac{-m + \sqrt{2}}{2}$, $y = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $4x^2 - 4xy + y^2 + 4x - 2y - 24 = 0$ 이 성립하는 m 의 값들의 합은?

① -3

② -4

③ 5

④ -5

⑤ 6

해설

$(2x - y)^2 + 2(2x - y) - 24 = 0$ 에서 $2x - y = t$ 로 치환하면

$$t^2 + 2t - 24 = 0$$

$$(t + 6)(t - 4) = 0$$

$$\therefore t = 4 \text{ 또는 } t = -6$$

i) $t = 4$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = 4$$

$$m = -7$$

ii) $t = -6$ 일 때

$$2x - y = -m + \sqrt{2} - (3 + \sqrt{2}) = -6$$

$$m = 3$$

따라서 모든 m 의 값의 합은 $(-7) + 3 = -4$ 이다.

26. 이차방정식 $3x^2 - 2x - k = 0$ 은 해를 갖고, 이차방정식 $(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 은 해가 없도록 하는 정수 k 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$3x^2 - 2x - k = 0$ 이 해를 가질 조건은

$$D = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-k) = 4 + 12k \geq 0 \therefore k \geq -\frac{1}{3} \cdots \textcircled{㉠}$$

$(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 이 해를 가지지 않을 조건은

$$D = 4^2 - 4 \times (k-1) \times (-5) = 16 + 20k - 20 < 0 \therefore k < \frac{1}{5} \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 에서 } -\frac{1}{3} \leq k < \frac{1}{5}$$

$$\therefore k = 0$$

27. 이차방정식 $x^2 - 4x + m - 3 = 0$ 이 근을 갖지 않을 때, m 의 값의 범위는?

① $m > 7$

② $m < 7$

③ $m \geq 7$

④ $m < -7$

⑤ $m > -7$

해설

$$D = 4^2 - 4 \times 1 \times (m - 3) < 0, m > 7$$

28. 이차방정식 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

④ $\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = \frac{1}{2}$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 2^2 - 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

$$\alpha - \beta = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore |\alpha - \beta| = \sqrt{2}$$

29. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은?

① $2 + 2\sqrt{2}$

② 4

③ $4\sqrt{2}$

④ -6

⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

근과 계수와의 관계에 의해 $\alpha + \beta = 2$, $\alpha\beta = -1$

$$\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{2^2 - 2 \times (-1)}{-1} = -6$$

30. 이차방정식 $2x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 $2, -3$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = 24$

해설

두 근이 $2, -3$ 이고 이차항의 계수가 2 인 이차방정식은

$$2(x - 2)(x + 3) = 0 ,$$

$$2x^2 + 2x - 12 = 0 \text{ 이므로}$$

$$a = -2, b = -12$$

$$\therefore ab = 24$$

31. 이차방정식 $ax^2 + bx - 1 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, 유리수 $a + b$ 의 값은?

① -8

② -4

③ 0

④ 4

⑤ 8

해설

한 근이 $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ 이므로 다른 한 근은 $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$

근과 계수의 관계에서 두 근의 합은 $-\frac{b}{a} = 1$

두 근의 곱은 $-\frac{1}{a} = -\frac{1}{4}$

$\therefore a = 4, b = -4$

$\therefore a + b = 0$

32. 이차방정식 $2x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 $\alpha - 3$ 이므로

$$\alpha + \alpha - 3 = 1$$

따라서 $\alpha = 2$ 이다.

$$\alpha(\alpha - 3) = \frac{m}{2} \quad \therefore m = -4$$

33. 어떤 자연수에 4를 더하여 제공해야 할 것을 잘못하여 2를 더하고 4를 곱했더니 29만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x + 4)^2 = 4(x + 2) + 29$$

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$(x - 3)(x + 7) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 3$ 이다.

34. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 의 해가 $-\frac{1}{2}, 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서

두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$ 이고, 두 근의 곱은 $\frac{1}{a}$

$$-\frac{b}{a} = \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{a} = -\frac{1}{2} \therefore a = -2, b = 1$$

$$\therefore a + b = -2 + 1 = -1$$

35. 이차방정식 $x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 5 인 이차방정식은?

① $5x^2 + x - 3 = 0$

② $5x^2 - x - 3 = 0$

③ $5x^2 + 3x - 1 = 0$

④ $5x^2 - 3x - 1 = 0$

⑤ $5x^2 - 5x - 1 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = -5$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{3}{-5} = -\frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}$$

$$\therefore x^2 + \frac{3}{5}x - \frac{1}{5} = 0$$

$$\therefore 5x^2 + 3x - 1 = 0$$

36. 세 자연수 a, b, c 는 연속하는 홀수이다. $ab = 3c - 12$ 일 때, c 의 값을 구하여라. (단, $a < b < c$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

a, b, c 를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$$(x-2)x = 3(x+2) - 12$$

$$x^2 - 2x = 3x + 6 - 12$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x-3)(x-2) = 0$$

x 는 홀수이므로 $x = 3$ 이다.

$$\therefore c = 5$$

37. 차가 3 인 두 양의 정수의 곱이 108 일 때, 이 두 양의 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

두 양의 정수를 x , $x + 3$ 이라 하면

$$x(x + 3) = 108, \quad x^2 + 3x - 108 = 0$$

$$(x + 12)(x - 9) = 0$$

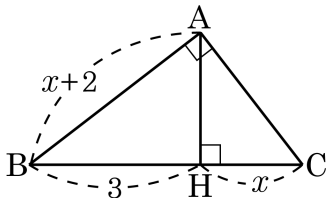
$$x = -12 \text{ 또는 } x = 9$$

x 는 양수이므로

$$x = 9, \quad x + 3 = 12$$

$$\therefore 9 + 12 = 21$$

38. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고 점 H 는 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발이다. 이 때, x 의 값은?



① 1

② 2

③ $\frac{-1 + \sqrt{21}}{2}$

④ $\frac{-1 + \sqrt{21}}{4}$

⑤ $\frac{1 + \sqrt{21}}{2}$

해설

$$(x+2)^2 = 3(3+x)$$

$$x^2 + 4x + 4 = 9 + 3x$$

$$x^2 + x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-5)}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} (\because x > 0)$$

39. 밑변의 길이와 높이가 같은 삼각형이 있다. 이 삼각형의 밑변의 길이를 4 cm 늘이고, 높이를 6 cm 늘였더니, 그 넓이가 처음 삼각형의 넓이의 2배가 되었다. 이 때, 처음 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 72 cm^2

해설

$$\frac{1}{2}(x+4)(x+6) = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times x \times x\right)$$

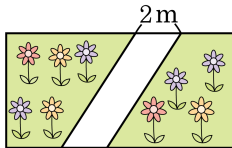
$$x^2 + 10x + 24 = 2x^2$$

$$x^2 - 10x - 24 = 0$$

$$\therefore x = 12 (\because x > 0)$$

$$\text{따라서 처음 삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 12 \times 12 = 72 (\text{cm}^2)$$

40. 가로, 세로의 길이의 비가 $2:1$ 인 직사각형 모양의 꽃밭에 다음 그림과 같은 길을 내었더니, 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 40m^2 가 되었다. 처음 꽃밭의 세로의 길이를 $x\text{m}$ 라 할 때, x 를 구하기에 알맞은 이차방정식은?



① $x^2 + 2x + 40 = 0$

② $x^2 - x - 20 = 0$

③ $2x^2 - 40 = 0$

④ $2x^2 + 2x - 40 = 0$

⑤ $x^2 + 2x - 40 = 0$

해설

세로의 길이를 $x\text{m}$ 라고 하면 가로의 길이는 $2x\text{m}$
 길을 제외한 넓이는 40m^2 이므로 $(2x - 2) \times x = 40$
 $\therefore x^2 - x - 20 = 0$

41. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

① $x = 1, x = 3$

② $x = 1, x = 5$

③ $x = 1$

④ $x = 2, x = 3$

⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

42. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더하면?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

따라서 a 값들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

43. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때, x 에 대한 이차 방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ② 하나의 중근을 갖는다.
- ③ 근은 존재하지 않는다.
- ④ 근의 개수는 무한하다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

직선 $y = ax + b$ 의 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 $a < 0$, $b < 0$,

$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서 $D = b^2 - 4a > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

44. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + m = 0$ 의 해가 1개가 되는 확률은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{12}$

③ $\frac{1}{18}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$D = (k-1)^2 - 4m = 0$$

$$(k-1)^2 = 4m \text{ 이므로}$$

$$(k, m) = (3, 1), (5, 4)$$

따라서 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

45. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k + a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2

② 2

③ -1

④ 1

⑤ 0

해설

$$D/4 = (k + a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a + 1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{ 에 관한 항등식이므로 } 2a + 1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{4} \right) = -1$$

46. 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 의 두근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -12

해설

근과 계수의 관계로부터

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -1,$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 6$$

$$\begin{aligned}\alpha^3 + \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 + \beta^3 &= \alpha^2(\alpha + \beta) + \beta^2(\alpha + \beta) \\ &= (\alpha^2 + \beta^2)(\alpha + \beta) \\ &= 6 \times (-2) = -12\end{aligned}$$

47. $x^2 - mx + n = 0$ 의 해를 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 이다. 실수 m, n 에 대해 $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, $m > n$)

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$x^2 - mx + n = 0 \text{ 에서 } \begin{cases} \alpha + \beta = m \\ \alpha\beta = n \end{cases} \quad \dots \textcircled{㉠}$$

또 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 에서

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \alpha\beta = 5 \\ (\alpha + \beta)\alpha\beta = 6 \end{cases} \quad \dots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $m + n = 5, mn = 6$

$$\therefore m + n = 5$$

48. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근의 비가 1:2 가 되는 a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

▷ 정답: $a = -1$

해설

$x^2 - 3ax + 2 = 0$ 의 두 근을 $t, 2t$ 이라고 할 때, 근과 계수와의 관계로부터 $t \times 2t = 2, t = \pm 1$

$$t + 2t = 3t = 3a,$$

$$t = -1 \text{ 일 때 } a = -1$$

$$t = 1 \text{ 일 때 } a = 1$$

$$\therefore a = \pm 1$$

49. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 7부터 $n-1$ 까지의 합이 57일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\begin{aligned} & (7 + 8 + 9 + \cdots + n - 1) \\ &= (1 + 2 + \cdots + n - 1) - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \end{aligned}$$

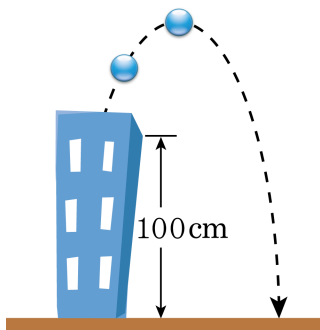
$$\frac{(n-1)n}{2} - 21 = 57 \text{ 이므로}$$

$$n(n-1) = 156$$

$$n^2 - n - 156 = (n+12)(n-13) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 13 \text{ 이다.}$$

50. 지면으로부터 100m 되는 건물의 높이에서 초속 40m 로 위에 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 t 와 h 사이에는 $h = -5t^2 + 40t + 100$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 지면으로부터 160m 인 지점을 지날 때부터 최고점에 도달하기까지 걸리는 시간과 최고점의 높이는?



- ① 2 초, 170m ② 3 초, 175m ③ 2 초, 175m
 ④ 3 초, 180m ⑤ 2 초, 180m

해설

$$-5t^2 + 40t + 100 = 160$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

$$(t - 2)(t - 6) = 0$$

$$\therefore t = 2 \text{ 또는 } t = 6$$

물체가 올라갔다 떨어지는 것이므로 처음으로 160m 를 지나는 시간부터 최고점까지

올라가는데 걸리는 시간은 두 시간 간격사이의 절반이다.

$$t = \frac{6 - 2}{2} = 2(\text{초})$$

최고점까지의 거리는 물체가 4 초만큼 움직인 거리이므로

$$\begin{aligned} h &= -5t^2 + 40t + 100 \\ &= -5(4^2) + 40 \times 4 + 100 \\ &= 180(\text{m}) \end{aligned}$$