

1. 다음 식이 이차함수가 되기 위한  $a$  의 조건은?

$$y = ax^2 + 3x + 4$$

- ①  $a > 0$     ②  $a < 0$     ③  $a = 0$     ④  $a \neq 0$     ⑤  $a = 4$

해설

$x^2$  의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.

$\therefore a \neq 0$

2. 이차함수  $y = 2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점  $(3, m)$  을 지난다.  $m$  의 값을 구하면?

① 8                      ② 12                      ③ 18                      ④ 20                      ⑤ 32

해설

$y = 2x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1만큼 평행이동시키면

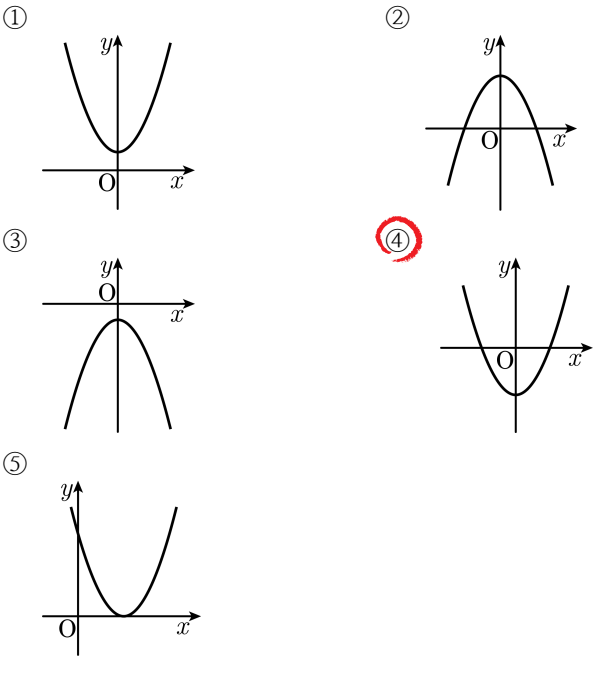
$$y = 2(x - 1)^2$$

점  $(3, m)$  을 지나므로

$$m = 2(3 - 1)^2$$

$$\therefore m = 8$$

3.  $a < 0$  ,  $q < 0$  일 때, 이차함수  $y = -ax^2 + q$  의 그래프로 알맞은 것은?



**해설**

이차함수의 그래프  $y = -ax^2 + q$  에서  $a < 0$  이므로  $-a > 0$  이다.  
따라서 아래로 볼록이다.  
또한, 이차함수  $y = -ax^2 + q$  꼴의 그래프는 대칭축이  $x = 0$  이다.  
 $q < 0$  이므로  $y$  축 아래에 꼭짓점이 존재한다.  
따라서 답은 ④번이다.

4. 포물선  $y = -x^2 + 8x - 7$  과  $x$  축과의 교점의 좌표를  $(a, 0)$  ,  $(b, 0)$  라고 할 때,  $a + b$  의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$  과  $x$  축과의 교점의  $x$  좌표는

$-x^2 + 8x - 7 = 0$  의 근과 같다.

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

5. 다음 함수 중 최댓값을 갖는 것은?

①  $y = 2(x - 3)^2$

②  $y = x(x - 1)$

③  $y = 3x^2 - x + 2$

④  $y = -x^2 + 4x - 3$

⑤  $y = (2x + 1)(2x - 1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서  $a < 0$  일 때 이차함수가 최댓값을 갖는다.

6. 함수  $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$  에서  $f(a) = 0$  일 때, 양수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$f(a) = 0$  이므로

$$3a^2 - 2a - 1 = 0, \quad (3a + 1)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a = 1$$

한편,  $a > 0$  이므로  $a = 1$  이다.

7.  $y$  가  $x^2$  에 비례하고,  $x = 3$  일 때,  $y = 3$  이다.  $y$  와  $x$  의 관계식을  $y = ax^2$  의 꼴로 나타낼 때,  $a$  의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0                      ②  $\frac{1}{5}$                       ③  $\frac{1}{4}$                       ④  $\frac{1}{3}$                       ⑤  $\frac{1}{2}$

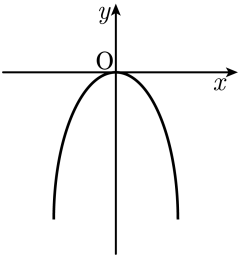
해설

$$y = ax^2$$

$$3 = 9a$$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

8. 다음 보기중 이차함수 중 그래프가 다음 그림과 같이 나타나는 것을 모두 골라라.



보기

㉠  $y = x^2$

㉡  $y = -3x^2$

㉢  $y = \frac{5}{4}x^2$

㉣  $y = -\frac{1}{2}x^2$

㉤  $y = 5x^2$

㉥  $y = -1.5x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉥

해설

그래프가 위로 볼록하므로  $y = ax^2$  의 그래프에서  $a < 0$  이다.  
따라서 ㉡,㉣,㉥이다.

9. 이차함수  $y = -5x^2$  의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는  $(0, 0)$  이다.
- ② 위로 볼록한 그래프이다.
- ③ 축의 방정식은  $x = 0$  이다.
- ④ 점  $(-1, 5)$  를 지난다.
- ⑤  $x > 0$  일 때,  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값은 감소한다.

해설

- ④  $x = -1$  일 때,  $y = -5$  를 지난다.

10. 이차함수  $y = \frac{1}{2}x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼  $y$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 점  $(m, 5)$  를 지난다. 이때,  $m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $m = -1$

▷ 정답 :  $m = 3$

해설

$y = \frac{1}{2}x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1 만큼  $y$  축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면

$$y = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 3$$

점  $(m, 5)$  를 지나므로

$$\frac{1}{2}(m-1)^2 + 3 = 5$$

$$(m-1)^2 = 4$$

$$m-1 = \pm 2$$

i )  $m-1 = 2$

$$m = 3$$

ii )  $m-1 = -2$

$$m = -1$$

$$\therefore m = -1 \text{ 또는 } m = 3$$

11. 이차함수  $y = x^2 - 4ax + 24$  의 그래프의 꼭짓점이 직선  $y = 2x$  의 위에 있을 때, 양수  $a$  의 값을 구하면?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4ax + 24 \\ &= (x - 2a)^2 - 4a^2 + 24 \end{aligned}$$

꼭짓점  $(2a, -4a^2 + 24)$  가 직선  $y = 2x$  의 위에 있으므로

$$-4a^2 + 24 = 4a$$

$$a^2 + a - 6 = 0$$

$$(a - 2)(a + 3) = 0$$

따라서 양수  $a = 2$  이다.

12. 이차함수  $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$  의 그래프에서  $x$  값이 증가함에 따라  $y$  값도 증가하는  $x$ 의 값의 범위는?

①  $x > 0$

②  $x < 2$

③  $x > 2$

④  $x > -2$

⑤  $x < -2$

해설

꼭짓점이  $(-2, 0)$  이고 위로 볼록한 그래프이다.  $x < -2$  일 때,  $x$ 가 증가하면  $y$ 도 증가한다.

13. 이차함수  $y = a(x+2)^2$  의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점  $(-2, 4)$  를 지난다.  $a$  의 값은?

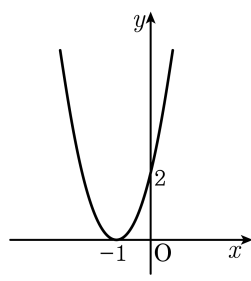
- ①  $-\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $-\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{1}{8}$

해설

$y = a(x+2)^2$  의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은  
 $-y = a(-x+2)^2$   
 $(-2, 4)$  를 대입하면  
 $-4 = 16a$   
 $\therefore a = -\frac{1}{4}$

14. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가  $(-1, 0)$  이고,  $y$  절편이 2 인 포물선의 식을  $y = a(x - p)^2$  이라 할 때,  $a + p$  의 값은?

- ①  $-3$                       ②  $-2$                       ③  $-1$   
④  $1$                           ⑤  $2$



해설

꼭짓점의 좌표가  $(-1, 0)$  이므로  
 $y = a(x + 1)^2$  이고,  $y$  절편이 2 이므로  
 $2 = a(0 + 1)^2, a = 2$   
 $y = 2(x + 1)^2$   
 $a = 2, p = -1$   
 $\therefore a + p = 2 - 1 = 1$

15. 이차함수  $y = ax^2 + 4x + q$  를  $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$  으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이  $(p, 10)$  이다. 상수  $a, p, q$  의 곱  $apq$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

16. 이차함수의 그래프가  $x$  축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

①  $y = 4x^2 - 4x + 1$

②  $y = x^2 - 3x + 2$

③  $y = 2x^2 + 3x + 4$

④  $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

②  $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤  $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

17.  $y = k(k + 3)x^2 + 2x^2 - 2x + k$  에서  $x$  에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수  $k$  의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

- ☐ 1
- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ -1
- ☐ -2
- ☐ -3

▶ 답 :

▶ 답 :

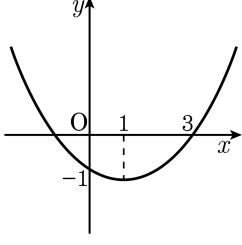
▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

이차함수는  $y = ax^2 + bx + c$  의 형태에서  $a \neq 0$  이어야 하므로  $k(k + 3) + 2 \neq 0$ ,  $k(k + 3) \neq -2$  이어야 한다. 따라서  $k \neq -1$ ,  $k \neq -2$  이다.

18. 다음 그림과 같은 포물선의 식을  $y = a(x - p)^2 + q$  라 할 때,  $a + p + q$  의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

축의 방정식이  $x = 1$  이므로  $y = a(x - 1)^2 + q$

두 점  $(3, 0)$ ,  $(0, -1)$  을 지나므로

$$0 = 4a + q \cdots \textcircled{A}$$

$$-1 = a + q \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$ ,  $\textcircled{B}$ 를 연립하여 풀면

$$a = \frac{1}{3}, q = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}(x - 1)^2 - \frac{4}{3}$$

$$\therefore a + p + q = \frac{1}{3} + 1 - \frac{4}{3} = 0$$

19. 축이  $x = 2$  이고, 두 점  $(0, 3)$ ,  $(1, 6)$  를 지나는 이차함수의 식은?

①  $y = x^2 - 4x - 2$

②  $y = x^2 + 4x + 2$

③  $y = -x^2 + 4x - 3$

④  $y = -x^2 + 4x + 3$

⑤  $y = -x^2 - 4x - 3$

해설

축이  $x = 2$  이므로  $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점  $(0, 3)$ ,  $(1, 6)$  을 지나므로

$$3 = 4a + q, 6 = a + q$$

$$\therefore a = -1, q = 7$$

$$y = -(x - 2)^2 + 7$$

$$y = -(x^2 - 4x + 4) + 7$$

$$y = -x^2 + 4x + 3$$

20. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 세 점  $(0, 2), (1, b + 5), (-1, 4a - 1)$  을 지날 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = ax^2 + bx + c$  에 세 점을 대입하면

$a = 3, b = -6, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3 - 6 + 2 = -1$

21. 다음 중  $x$  축과의 교점이  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$  이고 한 점  $(0, -2)$  를 지나는 포물선의 식은?

①  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$

②  $y = 3x^2 - 3x - 6$

③  $y = -x^2 + 6x - 8$

④  $y = x^2 + 6x - 8$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

해설

$y = a(x+2)(x-2)$  이고,  $(0, -2)$  를 지난다.

$$-2 = -4a$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x+2)(x-2) = \frac{1}{2}(x^2 - 4)$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x^2 - 2$$

22. 이차함수  $y = x^2 + 4x - m$  의 최솟값이 4 일 때, 상수  $m$  의 값을 고르면?

- ① -10      ② -8      ③ -4      ④ 0      ⑤ 2

해설

$$y = (x + 2)^2 - 4 - m \text{ 에서 } -4 - m = 4 \quad \therefore m = -8$$

23. 이차함수  $y = -x^2 + 4ax + a - 2$  의 최댓값을  $M$  이라 할 때,  $M$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-\frac{33}{16}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 4ax + a - 2 \\&= -(x^2 - 4ax) + a - 2 \\&= -(x - 2a)^2 + 4a^2 + a - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{최댓값 } M &= 4a^2 + a - 2 \\&= 4\left(a^2 + \frac{1}{4}a\right) - 2 \\&= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{16} - 2 \\&= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{33}{16}\end{aligned}$$

따라서  $M$  의 최솟값은  $-\frac{33}{16}$  이다.

24. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

해설

두 수를  $x$ ,  $x + 10$  이라고 하면  
 $y = x(x + 10) = x^2 + 10x = (x + 5)^2 - 25$   
 $x = -5$  일 때, 최솟값  $-25$  를 가진다.  
따라서 두 수는  $-5, 5$  이다.

25. 둘레의 길이가 48m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

①  $81\text{m}^2$

②  $100\text{m}^2$

③  $121\text{m}^2$

④  $144\text{m}^2$

⑤  $169\text{m}^2$

해설

가로의 길이를  $x\text{m}$ , 세로의 길이를  $(24 - x)\text{m}$ , 넓이를  $y\text{m}^2$  라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(24 - x) \\ &= -x^2 + 24x \\ &= -(x^2 - 24x + 144 - 144) \\ &= -(x - 12)^2 + 144 \end{aligned}$$

따라서  $x = 12$  일 때 넓이의 최댓값은  $144\text{m}^2$  이다.

26. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때,  $t$  초 후의 높이를  $h\text{m}$  라고 하면  $h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$  의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 :                      m

▷ 정답 :  $\frac{9}{2}\text{m}$

해설

$h = -\frac{1}{2}t^2 + 3t$  에서  $h = -\frac{1}{2}(t-3)^2 + \frac{9}{2}$  이다.

따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는  $\frac{9}{2}\text{m}$  이다.

27. 이차함수  $y = -\frac{2}{3}x^2$  의 그래프를  $y$  축 방향으로  $m$  만큼 평행이동하면 점  $(\sqrt{3}, -5)$  를 지난다고 할 때,  $m$  의 값은?

- ① 4                      ② 5                      ③ -5                      ④ -3                      ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$  에 점  $(\sqrt{3}, -5)$  를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

28. 이차함수  $f(x) = ax^2 + bx + c$  의 그래프가  $y$  절편은  $-3$  이고,  $f(-3) = f(1)$  ,  $a + b = 3$  을 만족할 때,  $a - b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$  의 그래프가  $y$  절편은  $-3$  이므로  $c = -3$

$f(-3) = f(1)$  이므로

$$9a - 3b + c = a + b + c$$

$$2a = b$$

또한  $a + b = 3$  이므로  $a = 1$ ,  $b = 2$

$$\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$$

29. 이차함수  $y = -2x^2 - 12x + 3$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $p$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $q$  만큼 평행이동하였더니 점  $(-2, 0)$ ,  $(0, -16)$ 을 지났다.  $p + q$  의 값을 구하여라.

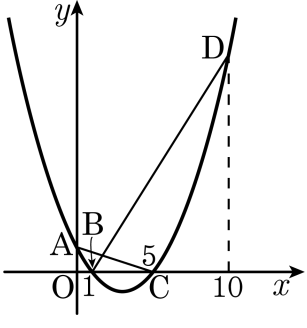
▶ 답 :

▷ 정답 :  $-19$

해설

평행이동한 그래프의 식을  $y = -2x^2 + bx + c$  라고 하자.  
 $y = -2x^2 + bx + c$  의 그래프가  $(-2, 0)$ ,  $(0, -16)$ 을 지나므로  
 $0 = -8 - 2b + c$ ,  $-16 = c$   
 $0 = -8 - 2b - 16 \quad \therefore b = -12$   
 $y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x + 3)^2 + 2$   
 $y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x + 3)^2 + 21$   
꼭짓점의 좌표가  $(-3, 21)$ 에서  $(-3, 2)$ 로 이동하였으므로  $p = 0$ ,  $q = -19$  이다.  
 $\therefore p + q = 0 - 19 = -19$

30. 다음 그림은 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다. 삼각형 ABC의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD의 넓이를 구하면?



- ① 106      ② 107      ③ 108      ④ 109      ⑤ 110

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$$c = 6, \text{ 즉 } A(0, 6) \text{ 이다.}$$

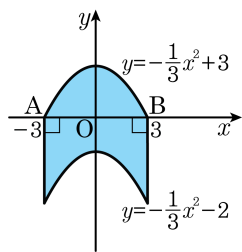
$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

31. 다음 그림은  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ ,  $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프이다. 이차함수  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ 의 그래프가  $x$  축과 두 점 A, B에서 만날 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

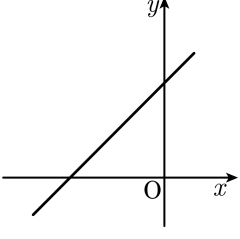
▷ 정답 : 30

해설

색칠한 부분 중  $y > 0$  인 부분을 잘라 아래에 붙이면 직사각형 모양이 된다. 가로 길이는 6 이고,  $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$  에  $x = 3$  를 대입하면  $y = -5$  이므로 높이는 5 이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는  $6 \times 5 = 30$  이다.

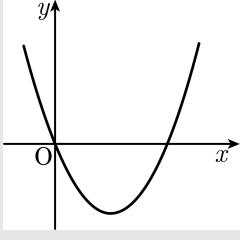
32. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음과 같을 때,  $y = ax^2 - bx$  의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

- ①  $x$  축 위
- ②  $y$  축 위
- ③ 제 1 사분면
- ④ 제 2 사분면
- ⑤ 제 4 사분면



해설

$a > 0, b > 0$  이므로  $y = ax^2 - bx$  의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은  $y$ 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



33. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 최댓값이 9 이고 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 두 근이 -2, 4 일 때,  $abc$  의 값은? (단,  $a, b, c$  는 상수이다.)

① -10      ② -12      ③ -14      ④ -16      ⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$  의 두 근이 -2, 4 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x+2)(x-4) \\ &= a(x^2 - 2x - 8) \\ &= a(x-1)^2 - 9a \end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로  $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는  $y = -x^2 + 2x + 8$  이고

$b = 2, c = 8$  이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$