

1. 다음 보기 중에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = 2x(x - 1)$

㉡ $y = \frac{x}{3} - 4$

㉢ $y = -3x^2 + 7$

㉣ $y = 2x^3 + x^2 - 5$

㉤ $y = \frac{5}{x^2}$

㉥ $y = \frac{x^2 + 2}{3}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a \neq 0$ 이면 이차함수
이차함수인 것은 ② ㉠, ㉢, ㉥이다.

2. 주어진 이차함수 중 축의 방정식이 $x = -1$ 이 아닌 식을 모두 고르면?

① $y = -(x + 1)^2 + 4$

② $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = -3(x + 1)^2 - 1$

⑤ $y = -(x - 1)^2$

해설

①, ②, ④의 축의 방정식은 $x = -1$ 이고, ③의 축의 방정식은 $x = 0$, ⑤의 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

3. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고 두 점 $(-1, 6)$, $(1, 2)$ 를 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + q$$

점 $(-1, 6)$ 과 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$6 = q, 2 = 4a + q$$

$$\therefore a = -1, q = 6$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6$$

$$\text{따라서 } y = -x^2 - 2x + 5$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = 5$$

$$\therefore abc = 10$$

4. 이차방정식 $15 - x = (x - 3)^2$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p + 2q$ 의 값을 구하여라.(단, $p > q$)

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$p > q \text{ 이므로 } p = 6, q = -1$$

$$\therefore p + 2q = 6 + 2 \times (-1) = 4$$

5. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 자연수의 합은 얼마인가?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } 4$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4$$

$\therefore$ 세 자연수는 3, 4, 5

세 자연수의 합 : $3 + 4 + 5 = 12$

6. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가?

① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초

② 6 초

③ $(3 + \sqrt{13})$ 초

④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초

⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.

$$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

$$\text{근의 짝수공식으로 풀면 } x = 3 \pm \sqrt{13}$$

$$\therefore x > 0 \text{ 이므로 } x = 3 + \sqrt{13}$$

7. 점 $(k, 2)$ 가 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있을 때, k 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$(k, 2) \text{ 를 } y = \frac{1}{2}x^2 \text{ 에 대입하면 } 2 = \frac{1}{2}k^2$$

$$k^2 = 4 \quad \therefore k = \pm 2$$

8. 이차함수 $y = 2x^2 - 4$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, -4)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = -4$ 이다.

③ 점 $(1, -2)$ 를 지난다.

④ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ y 의 값의 범위는 $\{y \mid y \geq -4\}$ 이다.

해설

② 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

9. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.

② $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

③ 축의 방정식은 $x = -3$ 이다.

④ 점 $(1, -8)$ 을 지난다.

⑤ $x > -3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.

10. 포물선 $y = -2x^2 + 2mx - 6$ 의 축의 방정식이 $x = 1$ 일 때, m 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

축의 방정식이 $x = 2$ 이므로

$$y = -2x^2 + 2mx - 6$$

$$= -2(x - 1)^2 + q$$

$$= -2x^2 + 4x - 2 + q$$

$$\therefore 2m = 4, m = 2$$

11. 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하여 $y = 2(x + 3)^2 + 3$ 이 되었다. $p + q$ 의 값은?

① -10

② -2

③ 2

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 4 - p)^2 - 6 + q \\&= 2(x + 3)^2 + 3\end{aligned}$$

$$-4 - p = 3$$

$$\therefore p = -7$$

$$-6 + q = 3$$

$$\therefore q = 9$$

$$p + q = (-7) + 9 = 2$$

12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ 의 그래프와 x 축과 만나는 두 점의 x 좌표가 p, q 이고, y 축과 만나는 점의 좌표가 r 일 때, pqr 의 값을 구하면?

- ① -32 ② -16 ③ -8 ④ 16 ⑤ 32

해설

x 축과의 교점 ($y = 0$ 을 대입) 의 x 좌표를 구하면

$$0 = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

y 축과 만나는 점의 좌표가 r 은 y 절편이므로 $r = 4$

$$\therefore pqr = (-2) \times 4 \times 4 = -32$$

13. $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ 의 그래프가 지나지 않는 곳은?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

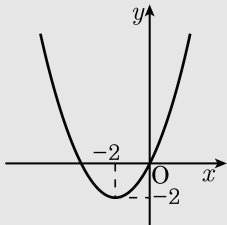
③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

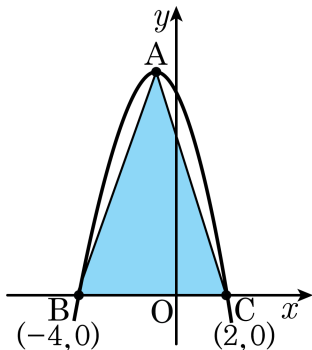
⑤ 원점

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x \\&= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) - 2 \\&= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2\end{aligned}$$



14. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A, x 축과의 교점을 각각 B, C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10

② 15

③ 20

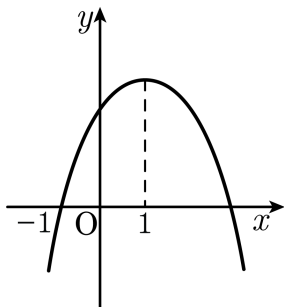
④ 24

⑤ 27

해설

A(-1, 9), B(-4, 0), C(2, 0) 이므로 $\triangle \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

15. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $ab < 0$

② $bc > 0$

③ $ac > 0$

④ $abc < 0$

⑤ $a + b + c > 0$

해설

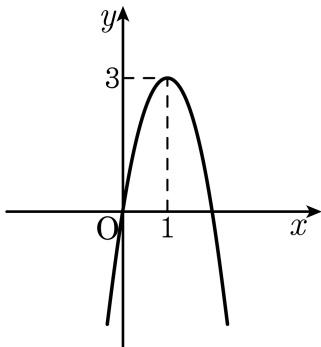
그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.

y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $x = 1$ 일 때 $a + b + c = y$ 이고 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

16. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = a(x - 1)^2 + 3$ 이 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$0 = a(0 - 1)^2 + 3, a = -3$$

$$y = -3(x - 1)^2 + 3 = -3x^2 + 6x$$

$$a = -3, b = 6, c = 0$$

$$\therefore a + b - c = -3 + 6 - 0 = 3$$

17. 세 점 $(0, 8)$, $(1, -2)$, $(3, -10)$ 을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 3$

④ $x = 4$

⑤ $x = 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점 $(0, 8)$, $(1, -2)$, $(3, -10)$ 을 각각 대입하면

$$c = 8, a + b + 8 = -2, 9a + 3b + 8 = -10$$

$$\therefore a = 2, b = -12, c = 8$$

$y = 2x^2 - 12x + 8 = 2(x - 3)^2 - 10$ 따라서 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.

18. x 축과의 교점의 x 좌표가 각각 $-2, 3$ 이고, 한 점 $(0, 6)$ 을 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$(-2, 0), (3, 0)$ 을 지나므로

$y = a(x + 2)(x - 3)$ 이라 하고 $(0, 6)$ 을 대입하면

$$6 = -6a, a = -1$$

$$y = -(x + 2)(x - 3) = -x^2 + x + 6$$

$$a = -1, b = 1, c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 6$$

19. $y = ax^2 + 2x + b$ 에서 $x = -1$ 에서 최솟값 6 을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + 2x + b \\&= a \left\{ \left(x + \frac{1}{a} \right)^2 - \frac{1}{a^2} \right\} + b \\&= a \left(x + \frac{1}{a} \right)^2 - \frac{1}{a} + b\end{aligned}$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } -1 + \frac{1}{a} = 0, \quad -\frac{1}{a} + b = 6$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 7$$

$$a + b = 1 + 7 = 8$$

20. 이차함수 $y = -x^2 - 4x + k$ 의 최댓값이 8 일 때, 상수 k 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$y = -x^2 - 4x + k = -(x + 2)^2 + 4 + k$$

최댓값이 8 이므로

$$4 + k = 8 \quad \therefore k = 4$$

21. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5$, $3x < 9 \therefore x < 3$
따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

22. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\alpha^3 + 2\alpha^2 = \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha$$

$$\therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} = \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10$$

23. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 - 2x - 3 = 0, (x - 3)(x + 1) = 0$$

$x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로

$m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로

$x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면

$a = -4, b = 0$ 이다.

따라서 $ab = 0$ 이다.

24. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로
 x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

25. 이차방정식 $x^2 - ax - 2x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 a 의 값이 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x^2 - ax - 2x + 4 = 0, \quad x^2 - (a + 2)x + 4 = 0$$

$$\left(\frac{a+2}{2}\right)^2 = 4, \quad \frac{a+2}{2} = \pm 2$$

$$a + 2 = \pm 4$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -6$$

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 2, -6 이므로

$$4 + 2m + n = 0$$

$$\begin{array}{r} -) 36 - 6m + n = 0 \\ \underline{-32 + 8m = 0} \end{array}$$

$$\therefore m = 4, \quad n = -12$$

$$\therefore m + n = 4 - 12 = -8$$

26. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서

$$x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$$

$$(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$$

$$\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

따라서 $a = 1$, a 값을 대입하면

$$\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$$

$$\therefore b = -19$$

따라서 $a + b = -18$ 이다.

27. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

28. 이차방정식 $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 의 두 개의 서로 다른 실수의 근을 p, q 라고 할 때 $p^2 + q^2 = 11$ 을 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$p + q = a, \quad pq = -a + 2$$

$$p^2 + q^2 = 11$$

$$(p + q)^2 - 2pq = 11$$

$$a^2 - 2(-a + 2) = 11$$

$$a^2 + 2a - 15 = 0$$

$$(a + 5)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -5, 3$$

한편, $x^2 - ax - a + 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실수의 근을 가지므로 $D = (-a)^2 - 4(-a + 2) > 0$ 이다.

$a^2 + 4a - 8 > 0$ 이어야 하는데 -5 는 위 부등식을 만족시키지 않는다.

$$\therefore a = 3$$

29. 어린이를 낳을 맞이하여 구슬 126 개를 어린이들에게 똑같이 나누어 주었다. 그 후에 어린이 5 명이 더 와서 어린이들에게 나누어 주었던 구슬을 5 개씩 회수하여, 나중에 온 5 명의 어린이들에게 똑같이 주었더니 모든 어린이들에게 돌아간 구슬의 수가 같게 되었다. 처음 어린이들의 수는?

① 5 명

② 6 명

③ 7 명

④ 8 명

⑤ 9 명

해설

처음 어린이의 수를 x 명이라 하면

처음 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\frac{126}{x}$ 개

나중 어린이 수는 $(x + 5)$ 명

나중에 한 사람당 받은 구슬의 수는 $\left(\frac{126}{x} - 5\right)$ 개 이므로

$$\left(\frac{126}{x} - 5\right)(x + 5) = 126$$

$x > 0$ 이므로 $x = 9$

30. 다음은 진규네 반과 영미네 반 학생들이 가지고 있는 책의 갯수를 조사하여 나타낸 것이다. 진규네 반과 영미네 반의 중앙값의 합을 구하여라.

진규네 반	4, 6, 3, 5, 7, 6, 8
영미네 반	8, 10, 9, 12, 2, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

진규네 반의 책의 갯수를 크기순으로 나열하면
3, 4, 5, 6, 6, 7, 8이므로 중앙값은 6이다.

영미네 반의 책의 갯수를 크기순으로 나열하면
2, 7, 8, 9, 10, 10, 12이므로 중앙값은 9이다.

따라서 중앙값의 합은 $6 + 9 = 15$ 이다.

31. 다음은 학생 10 명의 수학점수에 대한 도수분포표인데, 종이가 찢어져서 일부가 보이지 않게 되었다. 평균이 71 점임을 알고 있을 때, 70 점 을 받은 학생수를 구하여라.

점수 (점)	학생 수 (명)
50	2
60	1
70	
80	
90	1
합계	10

▶ **답:** 명

▷ 정답 : 2명

해설

70 점의 도수를 x 명, 80 점의 도수를 y 명이라고 하면 전체 학생 수가 10 명 이므로 $2 + 1 + x + y + 1 = 10 \therefore x + y = 6 \dots\dots ㉑$

또한, 평균이 71 점 이므로

$$\frac{50 \times 2 + 60 \times 1 + 70 \times x + 80 \times y + 90 \times 1}{10}$$

$$= 71,$$

$$100 + 60 + 70x + 80y + 90 = 710$$

$$\therefore 7x + 8y = 46 \dots\dots \textcircled{\text{L}}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 4$

따라서 70점을 받은 학생 수는 2명이다.

32. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800, 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

33. 세 수 a, b, c 의 평균이 8이고 분산이 3일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$$\therefore a+b+c = 24 \cdots \textcircled{7}$$

또, a, b, c 의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2}{3} = 3$$

$$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 9$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 16(a+b+c) + 192 = 9$$

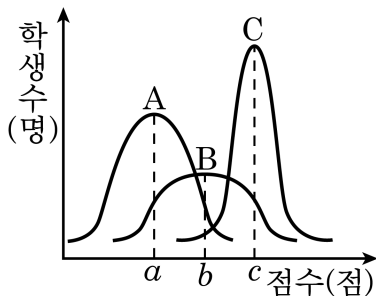
위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 16(24) + 192 = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 201$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.

34. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

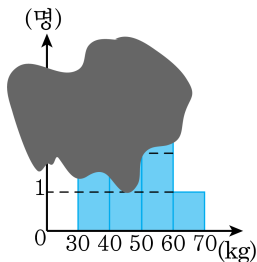


- ① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.
- ② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.
- ③ C반 성적이 가장 고르다.
- ④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.
- ⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

35. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 84

해설

계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$ (명)

50kg 미만인 학생은 모두 5 명이므로 $2 + x = 5$, $x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10} \\ &= \frac{490}{10} = 49 \text{ (kg)} \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{10} \{ (35 - 49)^2 \times 2 + (45 - 49)^2 \times 3 + (55 - 49)^2 \times 4 + (65 - 49)^2 \times 1 \} \\ &= \frac{1}{10} (392 + 48 + 144 + 256) = 84 \end{aligned}$$

이다.

36. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}$ 이고, $k = f(49) + f(50) + f(51) + \cdots + f(79) + f(80)$ 이다.
 k 가 x 에 관한 이차방정식 $(a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) = 0$ 의 한 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{8}{3}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{x+1-x}$$

$$= \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$k = f(49) + f(50) + f(51) + \cdots + f(79) + f(80)$$

$$= \sqrt{50} - \sqrt{49} + \sqrt{51} - \sqrt{50}$$

$$+ \cdots + \sqrt{81} - \sqrt{80}$$

$$= -\sqrt{49} + \sqrt{81}$$

$$= -7 + 9 = 2$$

$(a+5)x^2 + (a^2-2)x + 4(a-2) = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4a + 20 + 2a^2 - 4 + 4a - 8 = 0$$

$$2a^2 + 8a + 8 = 0, \quad a^2 + 4a + 4 = 0$$

$$(a+2)^2 = 0 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 식에 대입하면

$$3x^2 + 2x - 16 = 0, \quad (x-2)(3x+8) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{8}{3}$$

37. $x = 5 + 4\sqrt{3}$, $y = a - 2\sqrt{3}$ 일 때, $x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$ 를 만족시키는 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$x^2 + 4y^2 + 4xy + 4x + 8y = 5$$

$$(x + 2y)^2 + 4(x + 2y) - 5 = 0$$

$$(x + 2y - 1)(x + 2y + 5) = 0$$

$$x + 2y = 1 \text{ 또는 } x + 2y = -5$$

$$(i) \ x + 2y = 1 \text{ 일 때}$$

$$(5 + 4\sqrt{3}) + 2(a - 2\sqrt{3}) = 1$$

$$5 + 2a = 1$$

$$\therefore a = -2$$

$$(ii) \ x + 2y = -5 \text{ 일 때}$$

$$5 + 2a = -5$$

$$\therefore a = -5$$

$$(i), (ii) \text{에서 } a = -2 \text{ 또는 } a = -5$$

$$\therefore -2 - 5 = -7$$

38. 이차방정식 $x^2 - (a-b)x + b - 1 = 0$ 의 두 근 α, β 가 $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = 2$ 를 만족하는 모든 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a + b$ 의 값을 모두 구하여라.
(단, a, b 는 정수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : -2

해설

$\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = 2$ 에서

$$(\alpha + \beta)\alpha\beta = 2 \cdots \textcircled{1}$$

$$(\text{두 근의 합}) = \alpha + \beta = a - b$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \alpha\beta = b - 1 \text{ 이므로}$$

이들을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$(a - b)(b - 1) = 2 \text{ 이고 } a, b \text{ 는 모두 정수이므로}$$

$$(a - b, b - 1) = (1, 2) \quad \therefore a = 4, b = 3$$

$$= (2, 1) \quad \therefore a = 4, b = 2$$

$$= (-1, -2) \quad \therefore a = -2, b = -1$$

$$= (-2, -1) \quad \therefore a = -2, b = 0$$

따라서 $a + b = 7, 6, -3, -2$ 이다.

39. 이차방정식 $4x^2 - 15x + m = 0$ 의 두 근의 절댓값의 비가 $2 : 3$ 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설

주어진 이차방정식의 두 근을 a, b 라 하면 $|a| : |b| = 2 : 3$ 이다.
따라서 한 근이 $|a|$ 일 때 다른 한 근은 $\frac{3}{2}|a|$ 이다.

$$(\text{두 근의 합}) = |a| + \frac{3}{2}|a| = \frac{15}{4}, \frac{5}{2}|a| = \frac{15}{4}$$

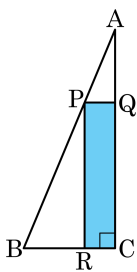
$$\therefore |a| = \frac{3}{2}, a = \pm \frac{3}{2}$$

$$\therefore |b| = \frac{9}{4}, b = \pm \frac{9}{4}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{m}{4} = \frac{27}{8}$$

$$\therefore m = \frac{27}{2}$$

40. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = 36$, $\overline{BC} = 15$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변 위의 한 점 P에서 나머지 변에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라고 하자. 사각형 PQCR의 넓이가 120 일 때, 선분 BR의 길이를 구하여라. (단, $\overline{BR} > \overline{RC}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle APQ$ 와 $\triangle ABC$ 가 닮음이므로

$$\overline{PQ} = x \text{ 라 하면 } \overline{AQ} = \frac{12}{5}x$$

$$\overline{QC} = 36 - \frac{12}{5}x$$

$$\text{따라서 } x \left(36 - \frac{12}{5}x \right) = 120$$

$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$(x - 10)(x - 5) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 10 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\overline{RC} = 5 \text{ 또는 } 10$$

$$\overline{RC} = 5 \text{ 일 때, } \overline{BR} = 15 - 5 = 10$$

$$\overline{RC} = 10 \text{ 일 때, } \overline{BR} = 15 - 10 = 5$$

$$\therefore \overline{BR} > \overline{RC} \text{ 이므로 } \overline{BR} = 10$$

41. 동서 방향으로 길이가 500 m, 남북방향으로 길이가 200 m 인 직사각형 모양의 땅에 동서 방향으로 x 개, 남북방향으로 $2x$ 개의 길을 내려고 한다. 도로의 넓이가 전체 땅의 넓이의 8.8% 가 되도록 할 때, x 의 값으로 알맞은 것은? (단 도로의 폭은 1 m 로 일정하다.)

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

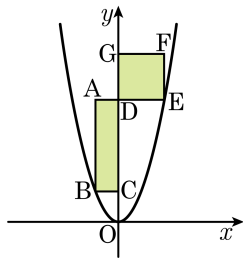
동서방향으로 난 도로의 넓이는 $500 \times x = 500x(\text{m}^2)$,
남북방향으로 난 도로의 넓이는 $200 \times 2x = 400x(\text{m}^2)$ 이고,
동서 방향과 남북 방향으로 난 도로가 겹치는 부분의 넓이는
 $x \times 2x = 2x^2$ 이므로

$$\text{도로의 넓이는 } 500x + 400x - 2x^2 = 500 \times 200 \times \frac{8.8}{100}, 900x - 2x^2 = 8800,$$

$$x^2 - 450x + 4400 = 0, (x - 440)(x - 10) = 0$$

$$\therefore x = 10 (\because 0 < x < 200)$$

42. 다음 그림에서 포물선은 $y = 2x^2$ 이고, 직사각형 ABCD의 넓이와 정사각형 DEFG의 넓이는 같다. $\overline{DE} = 2\overline{AD}$ 일 때, 점 E의 x 좌표값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

점 E의 x 좌표값을 p 라 하면 $\overline{DE} = 2\overline{AD} = p$ 이다.

□ABCD = □DEFG 에서 $\overline{AD} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$,

$$\frac{1}{2}\overline{DE} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{CD}, \overline{CD} = 2p \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $\overline{BC} = \overline{AD} = \frac{p}{2}$ 이므로 점 B $\left(-\frac{p}{2}, \frac{p^2}{2}\right)$, $\overline{OC} = \frac{p^2}{2}$,

$\overline{DE} = p$ 에서 점 E($p, 2p^2$), $\overline{OD} = 2p^2$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OD} - \overline{OC} = 2p^2 - \frac{p^2}{2} = \frac{3}{2}p^2 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } \frac{3}{2}p^2 = 2p, p(3p - 4) = 0$$

$$\therefore p = \frac{4}{3} (\because p > 0)$$

따라서 점 E의 x 좌표값은 $\frac{4}{3}$ 이다.

43. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 5$ 과 $y = a(x - 1)^2 + b$ 의 그래프가 서로의 꼭짓점을 지날 때, a , b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$y = x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1$ 의 꼭짓점은 $(2, 1)$

$y = a(x - 1)^2 + b$ 의 꼭짓점은 $(1, b)$

$(1, b)$ 를 $y = x^2 - 4x + 5$ 에 대입하면 $b = 2$

$(2, 1)$ 을 $y = a(x - 1)^2 + b$ 에 대입하면 $a = -1$

$\therefore a = -1, b = 2$

44. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4(a-1)x + a - 2b = 0$ 이 중근을 가질 때, b 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{32}$

해설

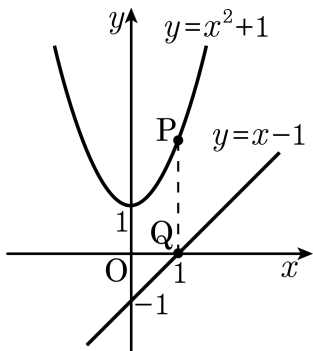
$x^2 - 4(a-1)x + a - 2b = 0$ 가 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4(a-1)^2 - (a-2b) = 4a^2 - 9a + 4 + 2b = 0$$

$$\therefore b = -2a^2 + \frac{9}{2}a - 2 = -2\left(a - \frac{9}{8}\right)^2 + \frac{17}{32}$$

따라서 $a = \frac{9}{8}$ 일 때, b 는 최댓값 $\frac{17}{32}$ 을 갖는다.

45. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점 P 에서 y 축에 평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{4}$

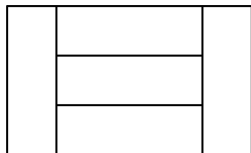
해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표는 $(t, t^2 + 1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, t - 1)$

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

46. 다음 그림에서 직사각형의 변을 제외한 직사각형 내부의 선분의 길이의 총합이 48 이고, 내부의 5 개의 직사각형의 넓이는 모두 같다. 큰 직사각형의 넓이가 최대일 때의 큰 직사각형의 가로의 길이를 y , 세로의 길이를 x 라 할 때, xy 의 값을 구하여라.

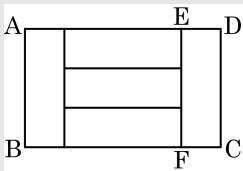


▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

그림에서



$$\square CDEF = \frac{1}{5} \square ABCD \text{ 이므로}$$

$$\overline{DE} = \frac{1}{5}y$$

직사각형 내부 선분의 길이의 합이 48 이므로

$$2x + \frac{6}{5}y = 48 ,$$

$$\therefore y = -\frac{5}{3}x + 40$$

직사각형 ABCD 의 넓이를 S 라 하면

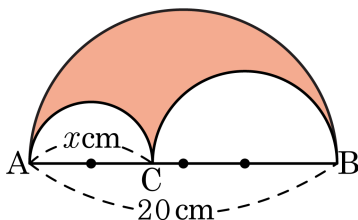
$$\begin{aligned} S &= xy = x \left(-\frac{5}{3}x + 40 \right) \\ &= -\frac{5}{3}(x - 12)^2 + 240 \end{aligned}$$

$\therefore x = 12$ 일 때, 큰 직사각형의 넓이가 최대가 되므로 $y =$

$$\left(-\frac{5}{3} \right) \times 12 + 40 = 20$$

따라서 $xy = 240$ 이다.

47. 다음 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. 큰 반원의 지름이 20 cm 이고 색칠한 부분의 넓이가 $y\pi \text{ cm}^2$ 일 때, y 의 최댓값을 구하면?



① 10

② 15

③ 16

④ 25

⑤ 36

해설

$\overline{AC} = x \text{ cm}$ 이므로 $\overline{BC} = (20 - x) \text{ cm}$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이 S 는

(전체 반원의 넓이 - 작은 두 원의 넓이의 합)이다.

$$\frac{1}{2} \times 10^2 \pi - \left\{ \frac{1}{2} \pi \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi \left(\frac{20-x}{2} \right)^2 \right\} = y\pi$$

$$50\pi - \left(\frac{x^2}{8} \pi + \frac{400 - 40x + x^2}{8} \pi \right) = y\pi$$

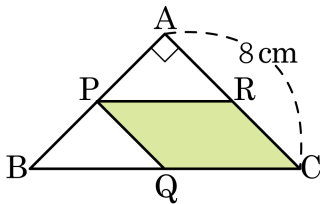
$$50\pi - \left(\frac{2x^2 - 40x + 400}{8} \right) \pi = y\pi$$

$$-\frac{1}{4}x^2\pi + 5x\pi = y\pi$$

$$\begin{aligned} y\pi &= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x) \\ &= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{4}\pi(x - 10)^2 + 25\pi \text{이다.} \end{aligned}$$

따라서 두 원의 반지름이 각각 10 cm 일 때, 넓이는 최댓값 $25\pi \text{ cm}^2$ 를 갖는다.

48. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 $\overline{AB}$ 위에 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 Q, R 라 한다. $\square PQCR$ 의 넓이가 최대가 될 때, $\overline{BP}$ 의 길이를 구하면?



① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

$\overline{BP} = x$ 라 놓으면

$$\square PQCR = \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle PBQ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 - \left\{ \frac{1}{2} \times (8-x)^2 + \frac{1}{2} x^2 \right\}$$

$$= 32 - (x^2 - 8x + 32)$$

$$= -x^2 + 8x = -(x-4)^2 + 16$$

따라서 $\overline{BP} = 4\text{cm}$ 일 때, $\square PQCR$ 의 넓이가 최대가 된다.

49. 지면으로부터 20 m 높이의 옥상에서 초속 20 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, 관계식 $h = 20t - t^2 + 20$ 이 성립한다. 높이가 가장 높을 때는 던진 후 몇 초 후인가?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}h &= 20t - t^2 + 20 \\&= -(t^2 - 20t) + 20 \\&= -(t - 10)^2 + 120\end{aligned}$$

따라서 $t = 10$ 일 때 최댓값 120 를 가진다.

50. 세 실수 a, b, c 가 $a^2 + b^2 + c^2 = 24$, $a + b, b + c, c + a$ 의 평균이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a + b, b + c, c + a$ 의 평균이 4 이므로

$$\frac{2(a + b + c)}{3} = 4, \quad a + b + c = 6$$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에서

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$24 = 6^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$\therefore ab + bc + ca = 6$ 따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\frac{ab + bc + ca}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ 이다.}$$