

1. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.

② 제3 사분면을 지나지 않는다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.

④ y 축과의 교점은 $(0, -5)$ 이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 4x - 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -2(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$

② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$, y 절편이 $(0, -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다

2. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	65	70	68
표준편차(점)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.

3. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 1$

② $x < 1$

③ $x > 0$

④ $x > -1$

⑤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4x + 10 \\ &= -2(x+1)^2 + 12 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $\{x \mid x > -1\}$ 이다.

4. 축이 $x = 2$ 이고, 두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = x^2 - 4x - 2$

② $y = x^2 + 4x + 2$

③ $y = -x^2 + 4x - 3$

④ $y = -x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -x^2 - 4x - 3$

해설

축이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 을 지나므로

$$3 = 4a + q, 6 = a + q$$

$$\therefore a = -1, q = 7$$

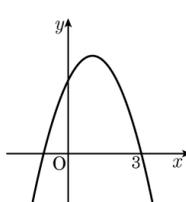
$$y = -(x - 2)^2 + 7$$

$$y = -(x^2 - 4x + 4) + 7$$

$$y = -x^2 + 4x + 3$$

5. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 3$ 의 그래프이다. 이 함수의 최댓값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6



해설

$y = -x^2 - 2ax + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로
 $0 = -9 - 6a + 3, a = -1$
 $\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$
 $x = 1$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

6. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax + b$ 의 최댓값은 -1 이고, 점 $(1, -1)$ 을 지난다.
 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$y = -x^2 + 2ax + b = -(x - a)^2 + a^2 + b,$$

$$a^2 + b = -1 \cdots \textcircled{1}$$

$y = -x^2 + 2ax + b$ 에 $(1, -1)$ 대입하면

$$b = -2a \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$a^2 - 2a = -1, (a - 1)^2 = 0,$$

$$\therefore a = 1, b = -2,$$

따라서 $a + b = 1 + (-2) = -1$ 이다.

7. 다음 표는 동건의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

- ① 1시간 ② 2시간 ③ 3시간
④ 4시간 ⑤ 5시간

해설

(평균) = $\frac{\{(변량)의총합\}}{\{(변량)의갯수\}}$ 이므로

$$\frac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \frac{14}{7} = 2(\text{시간}) \text{이다.}$$

8. 다음 도수분포표에서 평균이 5.25 점 일 때, B 의 값을 구하여라.

계급값(점)	3	4	5	6	7	합계
도수(명)	2	A	8	B	3	20

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

전체 도수가 20 이므로

$$2 + A + 8 + B + 3 = 20$$

$$A + B = 7 \cdots \textcircled{1}$$

평균이 5.25 점 이므로

$$\frac{3 \times 2 + 4 \times A + 5 \times 8 + 6 \times B + 7 \times 3}{20} = 5.25$$

$$\frac{6 + 4A + 40 + 6B + 21}{20} = 5.25, 4A + 6B = 38$$

$$2A + 3B = 19 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $A = 2$, $B = 5$

$\therefore B = 5$

9. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4이므로

$$\frac{5+8+a+b}{4} = 4, a+b+13 = 16$$

$$\therefore a+b = 3 \cdots \text{㉠}$$

또, 분산이 7이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4} = 7$$

$$a^2+b^2-8(a+b)+49 = 28$$

$$\therefore a^2+b^2-8(a+b) = -21 \cdots \text{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

10. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생수(명)	2	5	8	3	2

- ① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$
 ② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$
 ③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$
 ④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$
 ⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

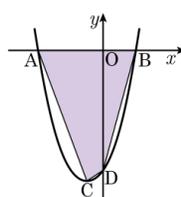
$$\text{평균} : \frac{2 \times 1 + 2 \times 5 + 3 \times 8 + 4 \times 3 + 5 \times 2}{20} = 2.9$$

$$\text{편차} : -1.9, -0.9, 0.1, 1.1, 2.1$$

$$\text{분산} : \frac{(-1.9)^2 \times 2 + (-0.9)^2 \times 5 + 0.1^2 \times 8 + 1.1^2 \times 3 + 2.1^2 \times 2}{20} = 1.19$$

$$\text{표준편차} : \sqrt{1.19}$$

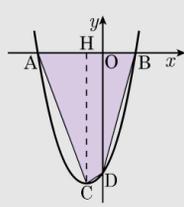
11. 다음 이차함수 $y = x^2 + 2x - 8$ 의 그래프에서 x 축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y 축과의 교점을 D라 할 때 $\square ABDC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설



$$i) 0 = x^2 + 2x - 8 = (x + 4)(x - 2)$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore A(-4, 0), B(2, 0), D(0, -8)$$

$$ii) y = x^2 + 2x - 8$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 9$$

$$= (x + 1)^2 - 9$$

$$\therefore C(-1, -9)$$

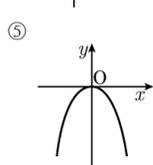
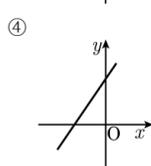
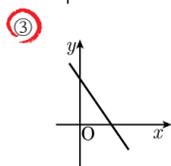
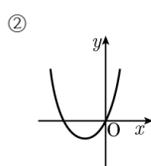
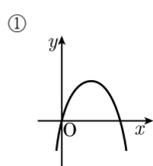
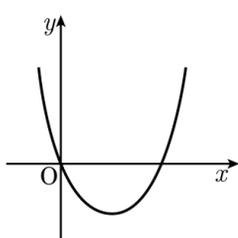
$$iii) \square ABDC$$

$$= \triangle ACH + \triangle ODB + \square HCDO$$

$$= 3 \times 9 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} \times 8 + (8 + 9) \times 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{27}{2} + 8 + \frac{17}{2} = 30$$

12. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



해설

주어진 그래프에서 y 절편이 0 이므로 $c = 0$, 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 축 $x = -\frac{b}{2a}$ 가 양이므로 $b < 0$
 $\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$ 에서 기울기가 음이고 y 절편이 양인 직선을 구하면 된다.

13. 밑변의 길이와 높이의 합이 28 cm 인 삼각형의 최대 넓이는?

- ① 90 cm² ② 92 cm² ③ 94 cm²
④ 96 cm² ⑤ 98 cm²

해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 높이를 y cm²라 하면

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(28 - x) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 28x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 98\end{aligned}$$

14. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
- ② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
- ⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

15. 3개의 변량 x, y, z 의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$$

$$\therefore m + n = 10 + 40 = 50$$

16. 10개의 변량 x_1, x_2, \dots, x_{10} 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$$-3x_1 + 1, -3x_2 + 1, \dots, -3x_{10} + 1$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균 : -17

▷ 정답: 분산 : 45

해설

$$(\text{평균}) = -3 \cdot 6 + 1 = -17,$$

$$(\text{분산}) = (-3)^2 \cdot 5 = 45$$

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 1$ 일 때 최대이고 최댓값은 16 이다. 또, 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A, B 라고 할 때, $AB = 8$ 이다. 이 때, $|a| + |b| + |c|$ 의 값을 구하여라.

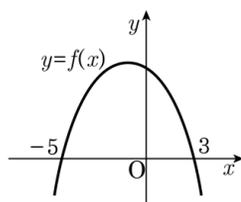
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 1$ 일 때
 최대이고 최댓값은 16 이므로
 $y = ax^2 + bx + c = a(x-1)^2 + 16 = ax^2 - 2ax + a + 16$ ($a < 0$)
 $\therefore b = -2a, c = a + 16$ ($a < 0$)㉠
 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면
 $AB = |\beta - \alpha| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$ ㉡
 ㉠을 ㉡에 대입하면 $\frac{\sqrt{4a^2 - 4a(a+16)}}{-a} = 8$
 $\therefore \sqrt{-64a} = -8a$ 양변을 제곱하면
 $-64a = 64a^2, a^2 = -a, a(a+1) = 0$
 그런데 $a < 0$ 이므로 $a = -1$
 $\therefore b = -2a = 2, c = a + 16 = 15$
 $\therefore |a| + |b| + |c| = 18$

19. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$ ($a < 0$) 으로 놓으면

$$f\left(\frac{x-4}{2}\right) = a\left(\frac{x-4}{2}+5\right)\left(\frac{x-4}{2}-3\right) \\ = \frac{a}{4}(x+6)(x-10) \text{ 이므로}$$

$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$ 에서

$x = -6$ 또는 $x = 10$

따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은 4

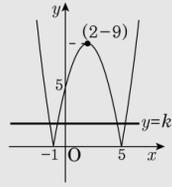
20. x 에 대한 방정식 $|x^2 - 4x - 5| = k$ 가 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $0 < k < 3$ ② $0 < k < 5$ ③ $3 < k < 5$
 ④ $1 < k < 4$ ⑤ $-2 < k < 5$

해설

방정식 $|x^2 - 4x - 5| = k$ 의 실근의 개수는 함수 $y = |x^2 - 4x - 5|$ 의 그래프와 직선 $y = k$ 의 교점의 개수와 같다.

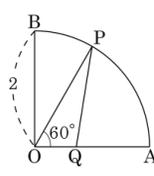
$$y = |x^2 - 4x - 5| = |(x + 1)(x - 5)| = |(x - 2)^2 - 9|$$



따라서 주어진 방정식이 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는 $0 < k < 5$

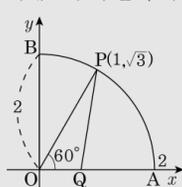
21. 반지름의 길이가 2 인 사분원 OAB 의 호 AB 위에 $\angle AOP = 60^\circ$ 가 되도록 점 P 를 정한다. 이 때, 선분 OA 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{15}{4}$
 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



해설

아래 그림과 같이 좌표평면을 도입하여 생각해 보면



$A(2, 0), B(0, 2), P(1, \sqrt{3})$ 이 된다.

이 때, $Q(x, 0)$ 로 놓으면 ($0 < x < 2$)

$$\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 = x^2 + (x - 1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 2x^2 - 2x + 4 =$$

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}$$

따라서, $x = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 은

최솟값 $\frac{7}{2}$ 을 갖는다.

22. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답: 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면

$$45 = 45 + 40x - 5x^2$$

$$5x^2 - 40x = 0$$

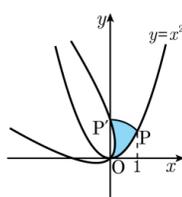
$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x - 8) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 8$$

따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

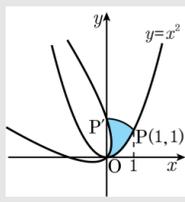
23. 다음 그림과 같이 $y = x^2$ 의 그래프를 원점을 중심으로 회전했을 때, P' 에 대응한다. 점 P 가 회전한 선과 두 포물선으로 이루어지는 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}\pi$

해설



\overline{OP} 를 이으면 두 부분의 넓이가 같아지므로 구하려는 부분의 넓이는 부채꼴 OPP' 의 넓이와 같다.

점 P 의 좌표가 $(1, 1)$ 이므로

$\angle POP' = 45^\circ$, $\overline{OP} = \sqrt{2}$

따라서 넓이는 $\pi \times (\sqrt{2})^2 \times \frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{4}\pi$ 이다.

24. 이차함수 $y = -2x^2 - 4(k-1)x + 3k$ 의 최댓값을 K 라 할 때, K 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{15}{8}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 - 4(k-1)x + 3k \\ &= -2\{x^2 + 2(k-1)x + (k-1)^2\} + 2(k-1)^2 + 3k \\ &= -2\{x + (k-1)\}^2 + 2(k-1)^2 + 3k \\ \therefore K &= 2(k-1)^2 + 3k \\ &= 2k^2 - k + 2 \\ &= 2\left(k^2 - \frac{1}{2}k + \frac{1}{16}\right) + \frac{15}{8} \\ &= 2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8}\end{aligned}$$

따라서 K 의 최솟값은 $\frac{15}{8}$ 이다.