1. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.

② 제3 사분면을 지나지 않는다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -3)$ 이다.

④ y 축과의 교점은 $(0,\ -5)$ 이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x - 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -2(x-1)^2 - 3 \end{aligned}$$

② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -3)$, y 절편이 $(0,\ -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -3)$ 이다

2. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 다섯 반 중 성적이 가장 고른 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	65	70	68
표준편차(점)	2.1	2	1.3	1.4	1.9

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 C이다.

3. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x의 값의 범위는?

① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$

④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$$y = -2x^2 - 4x + 10$$
$$= -2(x+1)^2 + 12$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $\{x \mid x > -1\}$ 이다.

4. 축이 $x=2$ 이고, 두 점 $(0,\ 3),\ (1,\ 6)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y=x^2-4x-2$

② $y=x^2+4x+2$

③ $y=-x^2+4x-3$

④ $y=-x^2+4x+3$

⑤ $y=-x^2-4x-3$

해설

축이 $x=2$ 이므로$y=a(x-2)^2+q$

두 점 $(0,\ 3),\ (1,\ 6)$ 을 지나므로

$3=4a+q,\ 6=a+q$

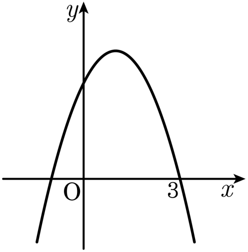
$\therefore a=-1,\ q=7$

$y=-(x-2)^2+7$

$y=-(x^2-4x+4)+7$

$y=-x^2+4x+3$

5. 다음 그림은 이차함수 $y=-x^2-2ax+3$ 의 그래프이다. 이 함수의 최댓값은?



① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

$y=-x^2-2ax+3$ 이 점 $(3,\ 0)$ 을 지나므로

$0=-9-6a+3,\ a=-1$

$\therefore y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$

$x=1$ 일 때, 최솟값은 4 이다.

6. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax + b$ 의 최댓값은 -1 이고, 점 $(1, -1)$ 을 지난다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = -x^2 + 2ax + b = -(x - a)^2 + a^2 + b$,

$a^2 + b = -1 \cdots$ ㉠

$y = -x^2 + 2ax + b$ 에 $(1, -1)$ 대입하면

$b = -2a \cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$a^2 - 2a = -1$, $(a - 1)^2 = 0$,

$\therefore\ a = 1$, $b = -2$,

따라서 $a + b = 1 + (-2) = -1$ 이다.

7. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1시간　　② 2시간　　③ 3시간
④ 4시간　　⑤ 5시간

해설

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{변량})\text{의 총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의 갯수}\}}$$ 이므로

$$\frac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \frac{14}{7} = 2(\text{시간})$$ 이다.

8. 다음 도수분포표에서 평균이 5.25 점 일 때, B 의 값을 구하여라.

계급값(점)	3	4	5	6	7	합계
도수(명)	2	A	8	B	3	20

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

전체 도수가 20 이므로

$2 + A + 8 + B + 3 = 20$

$A + B = 7 \cdots ㉠$

평균이 5.25 점 이므로

$$\frac{3 \times 2 + 4 \times A + 5 \times 8 + 6 \times B + 7 \times 3}{20} = 5.25$$

$$\frac{6 + 4A + 40 + 6B + 21}{20} = 5.25,\ 4A + 6B = 38$$

$2A + 3B = 19 \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A = 2,\ B = 5$

$\therefore\ B = 5$

9. 네 개의 수 $5,\ 8,\ a,\ b$ 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 $5,\ 8,\ a,\ b$ 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5+8+a+b}{4}=4,\ a+b+13=16$$

$\therefore\ a+b=3\cdots$ ㉠

또, 분산이 7 이므로

$$\frac{(5-4)^2+(8-4)^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{4}=7$$

$$\frac{1+16+a^2-8a+16+b^2-8b+16}{4}=7$$

$$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+49}{4}=7$$

$a^2+b^2-8(a+b)+49=28$

$\therefore\ a^2+b^2-8(a+b)=-21\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=8(a+b)-21=8\times3-21=3$

10. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$

② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$

③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$

④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$

⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

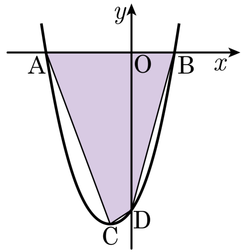
평균 : $\dfrac{2\times1+2\times5+3\times8+4\times3+5\times2}{20}=2.9$

편차 : $-1.9,\ -0.9,\ 0.1,\ 1.1,\ 2.1$

분산 : $\dfrac{(-1.9)^2\times2+(-0.9)^2\times5+0.1^2\times8}{20}+\dfrac{1.1^2\times3+2.1^2\times2}{20}=1.19$

표준편차 : $\sqrt{1.19}$

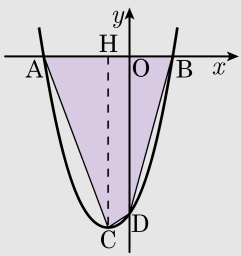
11. 다음 이차함수 $y=x^2+2x-8$의 그래프에서 x축과의 교점을 각각 A, B라 하고 꼭짓점의 좌표를 C, y축과의 교점을 D라 할 때 □ABDC의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설



i) $0=x^2+2x-8=(x+4)(x-2)$

$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=2$

$\therefore\ \mathrm{A}(-4,\ 0),\ \mathrm{B}(2,\ 0),\ \mathrm{D}(0,\ -8)$

ii) $y=x^2+2x-8$

$=(x^2+2x+1)-9$

$=(x+1)^2-9$

$\therefore\ \mathrm{C}(-1,\ -9)$

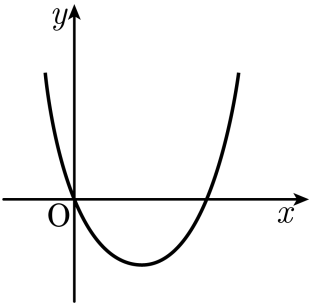
iii) □ABDC

$=\triangle\mathrm{ACH}+\triangle\mathrm{ODB}+$□HCDO

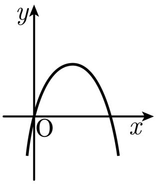
$=3\times9\times\dfrac{1}{2}+2\times\dfrac{1}{2}\times8+(8+9)\times1\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{27}{2}+8+\dfrac{17}{2}=30$

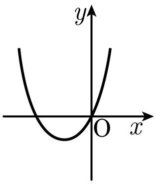
12. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



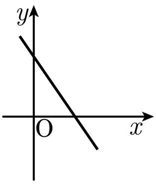
①



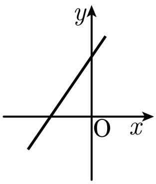
②



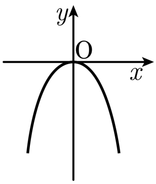
③



④



⑤



해설

주어진 그래프에서 y 절편이 0 이므로 $c = 0$, 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 축 $x = -\dfrac{b}{2a}$ 가 양이므로 $b < 0$

$\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$ 에서 기울기가 음이고 y 절편이 양인 직선을 구하면 된다.

13. 밑변의 길이와 높이의 합이 28 cm 인 삼각형의 최대 넓이는?

① $90\,\mathrm{cm}^2$ ② $92\,\mathrm{cm}^2$ ③ $94\,\mathrm{cm}^2$

④ $96\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $98\,\mathrm{cm}^2$

해설

삼각형의 밑변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$, 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x(28-x) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2+28x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2-28x) \\ &= -\frac{1}{2}(x-14)^2+98 \end{aligned}$$

14. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.

② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.

④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.

⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

15. 3개의 변량 x, y, z의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균은 m, 분산은 n이다. 이 때, $m+n$의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 50

해설

$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$

$\therefore m + n = 10 + 40 = 50$

16. 10개의 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$ 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$-3x_1+1, -3x_2+1, \cdots -3x_{10}+1$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : -17

▷ 정답 : 분산 : 45

해설

(평균)$= -3 \cdot 6 + 1 = -17$,

(분산)$= (-3)^2 \cdot 5 = 45$

17. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 는 $x=1$ 일 때 최대이고 최댓값은 16 이다. 또, 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A, B 라고 할 때, $\overline{\mathrm{AB}}=8$ 이다. 이 때, $|a|+|b|+|c|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

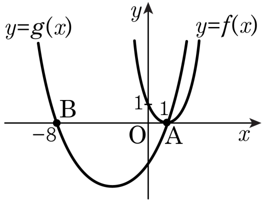
$y=ax^2+bx+c$ 는 $x=1$ 일 때
최대이고 최댓값은 16 이므로
$y=ax^2+bx+c=a(x-1)^2+16=ax^2-2ax+a+16\ (a<0)$
$\therefore b=-2a,\ c=a+16(a<0)\ \cdots\cdots$ ㉠
$ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 $\alpha,\ \beta$ 라고 하면

$$\overline{\mathrm{AB}}=|\beta-\alpha|=\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}\ \cdots\cdots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $\dfrac{\sqrt{4a^2-4a(a+16)}}{-a}=8$

$\therefore\ \sqrt{-64a}=-8a$ 양변을 제곱하면
$-64a=64a^2,\ \ a^2=-a,\ a(a+1)=0$
그런데 $a<0$ 이므로 $a=-1$
$\therefore b=-2a=2,\ c=a+16=15$
$\therefore |a|+|b|+|c|=18$

18. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 x축과 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$에서 접하고, 이차함수 $y = g(x)$의 그래프는 x축과 두 점 $\mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(-8,\ 0)$에서 만난다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 의 x^2의 계수가 모두 1일 때, 방정식 $f(x)+2g(x)=0$의 근은?



① $x=1$

② $x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=1$

③ $x=-\dfrac{1}{5}$ 또는 $x=3$

④ $x=-\dfrac{1}{5}$ 또는 $x=1$

⑤ $x=-5$ 또는 $x=1$

해설

$f(x)=(x-1)^2$, $g(x)=(x+8)(x-1)$이므로

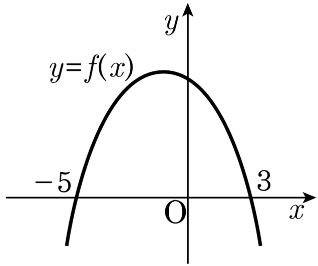
$f(x)+2g(x)=(x-1)^2+2(x+8)(x-1)=3x^2+12x-15$

따라서, 방정식 $f(x)+2g(x)=0$,

즉 $3x^2+12x-15=0$ 의 근은 $3(x+5)(x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

19. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$ $(a<0)$ 으로 놓으면

$$f\left(\frac{x-4}{2}\right) = a\left(\frac{x-4}{2}+5\right)\left(\frac{x-4}{2}-3\right)$$
$$= \frac{a}{4}(x+6)(x-10)\text{이므로}$$

$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$ 에서

$x = -6$ 또는 $x = 10$

따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$의 두 근의 합은 4

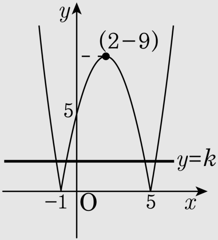
20. x에 대한 방정식 $|x^2-4x-5|=k$가 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위는?

① $0<k<3$　② $0<k<5$　③ $3<k<5$
④ $1<k<4$　⑤ $-2<k<5$

해설

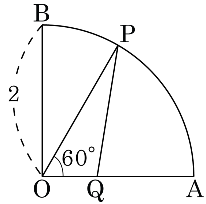
방정식 $|x^2-4x-5|=k$의 실근의 개수는 함수 $y=|x^2-4x-5|$의 그래프와 직선 $y=k$의 교점의 개수와 같다.

$y=|x^2-4x-5|=|(x+1)(x-5)|=|(x-2)^2-9|$



따라서 주어진 방정식이 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위는 $0<k<5$

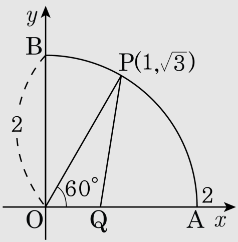
21. 반지름의 길이가 2 인 사분원 OAB 의 호 AB 위에 $\angle AOP = 60°$ 가 되도록 점 P 를 정한다. 이 때, 선분 OA 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 의 최솟값은?



① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{15}{4}$
④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

아래 그림과 같이 좌표평면을 도입하여 생각해 보면



$A(2, 0), B(0, 2), P(1, \sqrt{3})$ 이 된다.
이 때, $Q(x,\ 0)$ 로 놓으면 $(0 < x < 2)$

$\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 = x^2 + (x-1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 2x^2 - 2x + 4 =$

$2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}$

따라서, $x = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 은

최솟값 $\frac{7}{2}$ 을 갖는다.

22. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ **답 :** ______ 초 후

▷ **정답 :** 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면

$45 = 45 + 40x - 5x^2$

$5x^2 - 40x = 0$

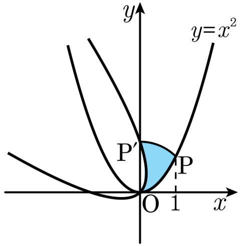
$x^2 - 8x = 0$

$x(x - 8) = 0$

$x = 0$ 또는 $x = 8$

따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

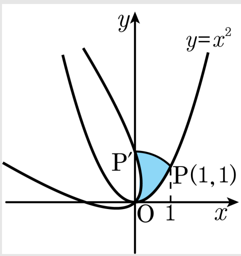
23. 다음 그림과 같이 $y=x^2$ 의 그래프를 원점을 중심으로 회전했을 때, P′ 에 대응한다. 점 P 가 회전한 선과 두 포물선으로 이루어지는 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}\pi$

해설



$\overline{OP}$ 를 이으면 두 부분의 넓이가 같아지므로 구하려는 부분의 넓이는 부채꼴 OPP′ 의 넓이와 같다.

점 P 의 좌표가 (1, 1) 이므로

$\angle POP' = 45°$, $\overline{OP} = \sqrt{2}$

따라서 넓이는 $\pi \times \left(\sqrt{2}\right)^2 \times \frac{45°}{360°} = \frac{1}{4}\pi$ 이다.

24. 이차함수 $y = -2x^2 - 4(k-1)x + 3k$ 의 최댓값을 K 라 할 때, K 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{8}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4(k-1)x + 3k \\ &= -2\left\{x^2 + 2(k-1)x + (k-1)^2\right\} + 2(k-1)^2 + 3k \\ &= -2\left\{x + (k-1)\right\}^2 + 2(k-1)^2 + 3k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore K &= 2(k-1)^2 + 3k \\ &= 2k^2 - k + 2 \\ &= 2\left(k^2 - \frac{1}{2}k + \frac{1}{16}\right) + \frac{15}{8} \\ &= 2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8} \end{aligned}$$

따라서 K 의 최솟값은 $\frac{15}{8}$ 이다.