

1. 이차방정식 $(x - a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

- ① $a \leq 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \geq 0$ ⑤ $a > 0$

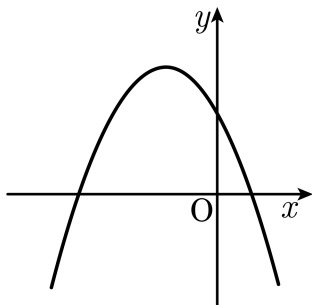
해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근

$b = 0$ 이면 중근

따라서 $b \geq 0$ 이다.

2. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a < 0, b > 0, c > 0$

③ $a > 0, b > 0, c < 0$

④ $a < 0, b > 0, c < 0$

⑤ $a < 0, b > 0, c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$

대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$

$$ab < 0$$

$$\therefore b > 0$$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

3. 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 4cm, 5cm 인 직각삼각형의 빗변의 길이는? .

① 3cm

② 6cm

③ $\sqrt{41}$ cm

④ $2\sqrt{6}$ cm

⑤ $3\sqrt{4}$ cm

해설

$$(\text{빗변})^2 = 4^2 + 5^2 = 41$$

$$(\text{빗변}) = \sqrt{41}(\text{cm})(\text{빗변} > 0)$$

4. 이차방정식 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 한 근을 a , $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $a^2 - 2b^2 + 2a + 3b$ 의 값은?

① 0

② -1

③ 1

④ -2

⑤ 2

해설

a 가 $2x^2 + 4x - 7 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$2a^2 + 4a - 7 = 0 \Leftrightarrow a^2 + 2a = \frac{7}{2}$$

b 가 $4x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 근이므로 대입하면

$$4b^2 - 6b - 3 = 0 \Leftrightarrow 2b^2 - 3b = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore a^2 - 2b^2 + 2a + 3b &= (a^2 + 2a) - (2b^2 - 3b) \\ &= \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2 \end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x^2 + 6x + a = 0$ 의 한 근이 $-3 + \sqrt{10}$ 일 때, 다른 한 근과 a 의 값이 옳게 짝지어진 것은?

① $3 - \sqrt{10}, a = -1$

② $3 + \sqrt{10}, a = -1$

③ $-3 - \sqrt{10}, a = -19$

④ $3 - \sqrt{10}, a = -19$

⑤ $-3 - \sqrt{10}, a = -1$

해설

주어진 방정식의 다른 한 근을 α 라 하면, 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (-3 + \sqrt{10}) = -6$$

$$\therefore \alpha = -3 - \sqrt{10}$$

두 근의 곱에서

$$a = (-3 + \sqrt{10})(-3 - \sqrt{10}) = 9 - 10 = -1$$

6. $f(x) = x(x - 5) + 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$x(x - 5) + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 1)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 4$$

7. 이차방정식 $2x + 5 = x^2 + 4x + m$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 6$

해설

$2x + 5 = x^2 + 4x + m$ 이 중근을 가지므로

$x^2 + 2x + m - 5 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = 1 - 1 \times (m - 5) = 0 ,$$

$$1 - m + 5 = 0$$

$$\therefore m = 6$$

8. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 + x - 4$ 일 때, $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2)$ 의 값은?

① 9

② -9

③ 10

④ -10

⑤ 11

해설

$f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$ 이므로 $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2) = -2 - 8 = -10$ 이다.

9. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -1$

② $x < -2$

③ $x > 2$

④ $x < 1$

⑤ $x < \frac{1}{2}$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = -2$
이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

10. 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 - 6$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼, y 축 방향으로 q 만큼 평행이동하여 $y = 2(x + 3)^2 + 3$ 이 되었다. $p + q$ 의 값은?

① -10

② -2

③ 2

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 4 - p)^2 - 6 + q \\&= 2(x + 3)^2 + 3\end{aligned}$$

$$-4 - p = 3$$

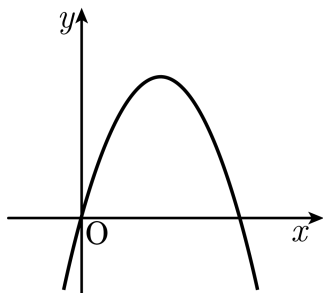
$$\therefore p = -7$$

$$-6 + q = 3$$

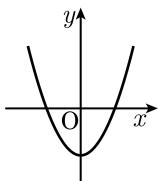
$$\therefore q = 9$$

$$p + q = (-7) + 9 = 2$$

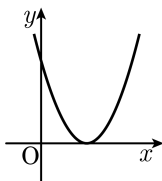
11. $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = x^2 + cx + b$ 의 그래프는?



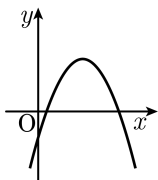
①



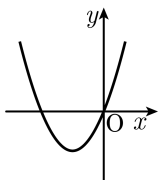
②



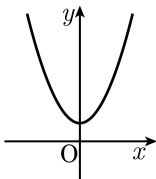
③



④



⑤



해설

주어진 그래프가 위로 볼록하고 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $b > 0$, y 절편이 0 이므로 $c = 0$ 이다. 따라서 $y = x^2 + cx + b$ 이고, $c = 0$ 이므로 $y = x^2 + b$ 이다.

12. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이고 한 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② 2

③ -6

④ 6

⑤ 1

해설

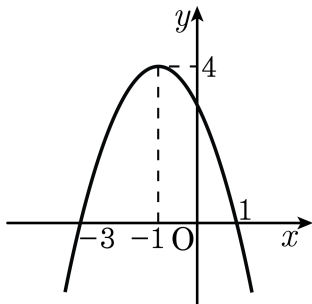
$y = a(x + 2)^2 + 3$ 이 점 $(1, -6)$ 을 지나므로

$-6 = a(1 + 2)^2 + 3, a = -1$ 이다.

$\therefore y = -(x + 2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$

$\therefore a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

13. 다음 그림과 같이 x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고, 점 $(-1, 4)$ 를 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표를 구하면?



① $(0, -2)$

② $(0, -1)$

③ $(0, 3)$

④ $(0, 4)$

⑤ $(-1, 4)$

해설

위의 그래프는 $y = a(x+3)(x-1)$ 이고, $(-1, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(-1+3)(-1-1)$$

$a = -1$ 이다.

$$y = -(x+3)(x-1) = -(x^2 + 2x - 3) = -x^2 - 2x + 3$$

$$\therefore (0, 3)$$

14. 다음 그래프에서 최댓값을 구하면?

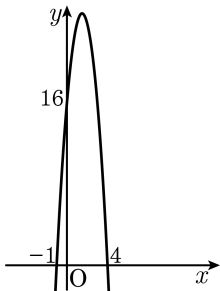
① 21

② 22

③ 23

④ 24

⑤ 25



해설

x 절편이 -1 과 4 이므로

$$y = a(x+1)(x-4)$$

점 $(0, 16)$ 을 지나므로

$$16 = a(-4), a = -4$$

$$y = -4(x+1)(x-4)$$

$$= -4(x^2 - 3x - 4)$$

$$= -4\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 16$$

$$= -4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + 25$$

$x = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 25 이다.

15. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 최솟값이 5 가 되었다. 이때, 상수 m 의 값을 구하면?

① -16

② -10

③ -6

④ 2

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x^2 - 2x + m + 10 \\&= \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4 - 4) + m + 10 \\&= \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8 + m\end{aligned}$$

x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 식은

$$y = \frac{1}{2}(x - 2 - 1)^2 + 8 + m + 3 = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 11 + m$$

최솟값이 5 이므로 $11 + m = 5$ 에서 $m = -6$ 이다.

16. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

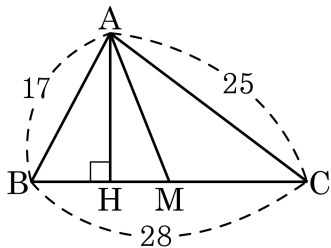
해설

$$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x + a)^2 + a^2 + 6a$$

$$\therefore M = a^2 + 6a = (a + 3)^2 - 9$$

따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

17. 다음 그림에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이고 $\overline{AB} = 17$, $\overline{BC} = 28$, $\overline{CA} = 25$ 일 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{29}$

해설

$$\overline{BH} = x \text{ 이면 } \overline{HC} = 28 - x$$

$$\overline{AH}^2 = 17^2 - x^2 = 25^2 - (28 - x)^2$$

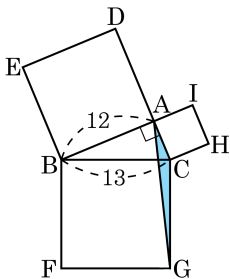
$$56x = 448, x = 8$$

$$\overline{AH} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$$

$$\overline{HM} = \left(\frac{1}{2} \times 28\right) - 8 = 6$$

$$\therefore \overline{AM} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HM}^2} = \sqrt{261} = 3\sqrt{29}$$

18. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변 AB, BC, CA 를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸다. $\overline{AB} = 12$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, $\triangle AGC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

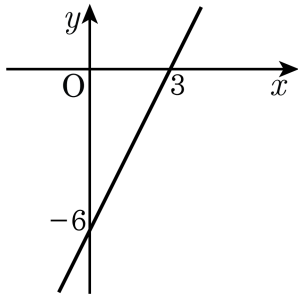
▶ 정답 : $\frac{25}{2}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이고,
 $\triangle AGC \equiv \triangle HBC$ (SAS 합동) 이므로

$$\begin{aligned} \triangle AGC \equiv \triangle HBC &= \triangle HAC = \frac{1}{2} \square ACHI \\ &= \frac{1}{2} \times 25 = \frac{25}{2} \end{aligned}$$

19. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



① 12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.

두 근을 각각 α, β 라 할 때,

두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= 6^2 - 2 \cdot 8$$

$$= 36 - 16$$

$$= 20$$

20. 12월 중 3일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는?

① 12월 3일

② 12월 4일

③ 12월 5일

④ 12월 6일

⑤ 12월 7일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면

$$(x-1)^2 = x + (x+1)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4 \text{ (일)}$$

따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12월 3일이다.

21. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은? (단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$

② $y = -2x + 3$

③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$

⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2, 8)$, $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(\text{기울기}) = \frac{8 - 2}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2, 8)$ 을 대입하면

$$8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

22. $x = -3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+3)^2 + 4 \\&= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\&= ax^2 + 6ax + 9a + 4\end{aligned}$$

$$9a + 4 = 2, \quad 9a = -2 \text{ 이므로 } a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

$$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$$

23. 방정식 $(2-x-y)^2 - (x^2 + y^2) = 12$ 을 만족하는 정수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 109

해설

주어진 식을 전개하여 정리하면, $4 - 4(x+y) + (x+y)^2 - (x^2 + y^2) = 12$,

$$-4(x+y) + 2xy = 8, \quad xy - 2(x+y) = 4, \quad xy - 2(x+y) + 4 = 8,$$

$$(x-2)(y-2) = 8$$

그런데 x, y 는 정수이므로,

$x-2$	1	2	4	8	-1	-2	-4	-8
$y-2$	8	4	2	1	-8	-4	-2	-1
x^2+y^2	109	52	52	109	37	4	4	37

따라서 $x^2 + y^2$ 의 최댓값은 109 이다.

24. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 35km 를 왕복하는데 12시간 걸린다면 35km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답 : 시간

▷ 정답 : 5시간

해설

올라갈 때 속력 : x km/h

내려올 때 속력 : $(x + 2)$ km/h 라고 하면

$$\frac{35}{x} + \frac{35}{x+2} = 12$$

양변에 $x(x+2)$ 를 곱하면

$$35(x+2) + 35x = 12x(x+2)$$

$$70x + 70 = 12x^2 + 24x$$

$$12x^2 - 46x - 70 = 0$$

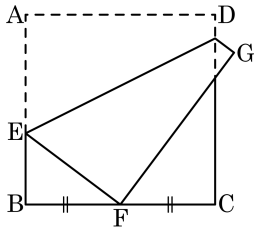
$$(x-5)(12x+14) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ (km/h)

(내려올 때 속력) $= x + 2 = 7$ (km/h)

$$\therefore \frac{35}{7} = 5 \text{ (시간)}$$

25. 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접을 때, $\triangle EBF$ 의 넓이를 구하여라. (단, 점 F 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{75}{8}$

해설

$\overline{EB} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = \overline{EF}$ 이므로

$\overline{EF} = 10 - x$ 이다.

$\triangle EBF$ 에서

$$(10 - x)^2 = x^2 + 5^2$$

$$100 - 20x + x^2 = x^2 + 25$$

$$20x = 75$$

$$\therefore x = \frac{15}{4}$$

$$\therefore \triangle EBF = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$$