1. $y = (k+1)(k-2)x^2 - 5x + 3$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ 1	㉡ 2	㉢ 3	㉣ -1	㉤ -2
㉥ -3				

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $(k+1)(k-2) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 2$ 이다.

2. $y = ax^2$ 일 때, $x = 3$ 일 때, $y = -18$ 이다. 이때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$-18 = a \times 3^2$

$-18 = 9a$

$\therefore \ a = -2$

3. 다음 이차함수 중 그래프의 꼭짓점이 제 3 사분면 위에 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = -(x+1)^2 + 3$
㉡ $y = \frac{1}{2}(x+5)^2 - 3$
㉢ $y = -3(x-1)^2 + 2$
㉣ $y = -2(x-1)^2 + 4$
㉤ $y = 3(x+3)^2 - 6$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉤

해설

제 3 사분면 위에 꼭짓점의 좌표는 (음수, 음수) 이다.
㉠ $(-1,\ 3)$
㉡ $(-5,\ -3)$
㉢ $(1,\ 2)$
㉣ $(1,\ 4)$
㉤ $(-3,\ -6)$

4. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 이차함수는?

① $y = -x^2$ ② $y = -\frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{1}{2}x^2$ ⑤ $y = x^2$

해설

$y = 2x^2$ 의 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
$y = -2x^2$ 이다.

5. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(1,\ 3)$ ② $(1,\ -3)$ ③ $(-1,\ -3)$

④ $(-1,\ 3)$ ⑤ $(-3,\ 3)$

해설

$$
\begin{aligned}
y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\
&= -\frac{1}{3}(x^2+2x-8) \\
&= -\frac{1}{3}(x^2+2x+1-1)+\frac{8}{3} \\
&= -\frac{1}{3}(x+1)^2+\frac{1}{3}+\frac{8}{3} \\
&= -\frac{1}{3}(x+1)^2+3
\end{aligned}
$$

6. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

② $y = 2(x-3)^2 + 4$

③ $y = 3x^2$

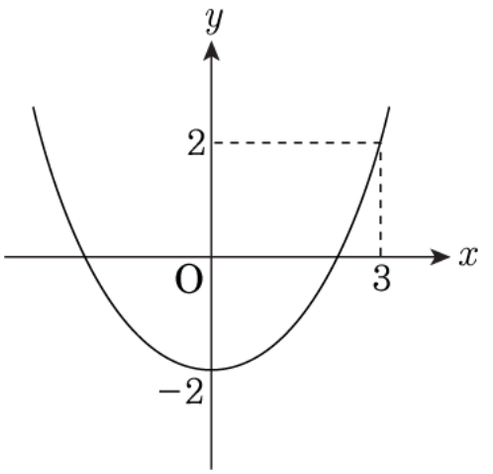
④ $y = -3x^2 + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

7. 다음 그림과 같은 그래프를 가지는 이차함수의 식은?



① $y = 4x^2 + 2$ ② $y = -4x^2 - 2$ ③ $y = 3x^2 - 2$

④ $y = \frac{2}{9}x^2 - 2$ ⑤ $y = \frac{4}{9}x^2 - 2$

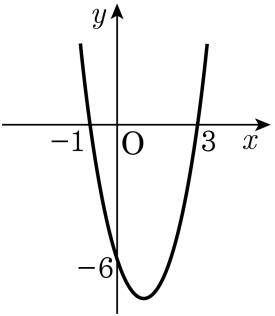
해설

그래프의 이차함수의 꼭짓점은 $(0,\ -2)$ 이므로 $y = ax^2 - 2$ 이고

$(3,\ 2)$ 를 지나므로 $2 = 9a - 2,\ a = \frac{4}{9}$ 이다.

따라서 그래프의 식은 $y = \frac{4}{9}x^2 - 2$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 포물선의 식은?



① $y = x^2 + 2x - 6$

② $y = 2x^2 + 4x - 6$

③ $y = x^2 - 2x - 6$

④ $y = 2x^2 - 4x - 6$

⑤ $y = x^2 + 4x - 6$

해설

그림에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로
구하는 식은 $y = a(x+1)(x-3)$
$(0, -6)$ 을 지나므로 $-6 = -3a$
$\therefore a = 2$
$y = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$
$\therefore y = 2x^2 - 4x - 6$

9. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원점을 꼭짓점으로 한다.

② 아래로 볼록인 포물선이다.

③ $x = 0$ 을 축으로 한다.

④ $y = 2x^2$ 보다 폭이 넓다.

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과는 y 축에 대한 대칭이다.

해설

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과는 x 축에 대한 대칭이다.

10. 함수 $f : R \to R$ 에서 $f(x) = x^2 - x - 2$ 이다. $f(a) = 4$ 일 때, 양수 a 의 값은?(단, R은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(a) = 4$ 이므로

$a^2 - a - 2 = 4$, $a^2 - a - 6 = 0$, $(a-3)(a+2) = 0$

$\therefore\ a = 3$ 또는 $a = -2$

한편, $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

11. 이차함수 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 7)$, $(2, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 를 차례대로 나열하면?

① $a = 4, b = -6$

② $a = -4, b = -6$

③ $a = 4, b = -8$

④ $a = 6, b = -6$

⑤ $a = 6, b = -8$

해설

점 $(-1, 7)$ 를 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 가 지나므로 $7 = -2(-1)^2 - 3(-1) + a, a = 6$ 이다.

$f(x) = -2x^2 - 3x + 6$ 이고 점 $(2, b)$ 를 지나므로 $b = -2(2)^2 - 3(2) + 6, b = -8$ 이다.

12. 다음 보기 중 $y = 2x^2$ 과 서로 x 축에 대하여 대칭을 이루는 함수를 고르면?

① $y = 4x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -2x^2$

④ $y = \frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = x^2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 이차함수를 찾는다.

13. 다음 포물선의 폭이 가장 큰 것은?

(가) $y=-x^2$	(나) $y=-5x^2$
(다) $y=-\frac{1}{2}x^2$	(라) $y=-\frac{5}{4}x^2$

① (가) ② (나) ③ (다)

④ (라) ⑤ 모두 같다.

해설

$y=ax$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

14. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 점 $(-3,\ 9)$ 을 지난다.

② 아래로 볼록한 그래프이다.

③ 축의 방정식이 $x = 0$ 이다.

④ $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이고 원점 $(0,\ 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. 따라서 ⑤이 답이다.

15. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 그래프의 모양은 위로 볼록하다.

㉡ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

㉢ x 축에 대칭인 그래프이다.

㉣ x 의 값이 증가할 때, $x > 0$ 인 범위에서 y 의 값은 증가한다.

㉤ 점 $(3, -9)$를 지난다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 $(0, 0)$ 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 점 $(3, -9)$를 지난다.

16. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 점 $(a,\ 6)$ 을 지난다고 한다. 이때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : -1

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 y축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프는 $y = 3x^2 + 3$ 이고,
점 $(a,\ 6)$ 을 지나므로 $y = 3x^2 + 3$에 대입하면

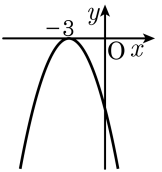
$6 = 3 \times a^2 + 3$

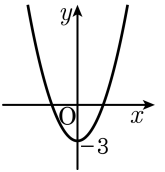
$3a^2 = 3$

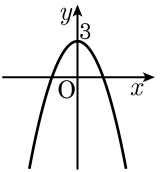
$a^2 = 1$

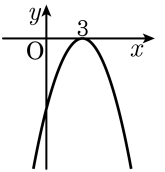
$\therefore\ a = \pm 1$

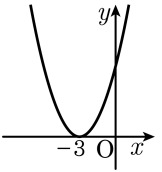
17. 다음 중 $y = -\frac{2}{3}(x-3)^2$ 의 그래프는?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

x^2 의 계수 $-\frac{2}{3}$ 는 음수이므로 위로 볼록, 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 0)$ 이다.

18. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 이 되었다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$y = 2(x-m)^2 + n$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2\left(x^2 + 2x + 1 - 1\right) - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 3 \end{aligned}$$

$\therefore\ m = -1,\ n = -3$

$\therefore\ m + n = (-1) + (-3) = -4$

19. 이차함수 $y = -x^2 + 2x - 3$ 의 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 1$

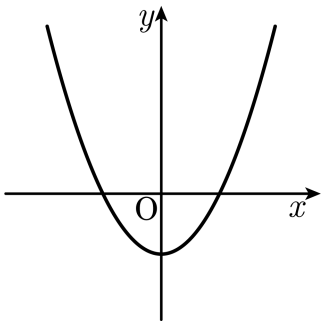
해설

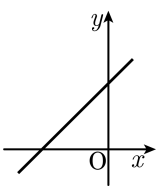
$y = -x^2 + 2x - 3$

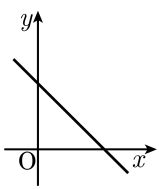
$y = -(x-1)^2 - 2$

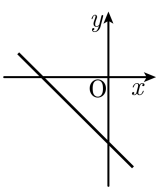
따라서 꼭짓점이 $(1, -2)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 x의 범위는 $x > 1$

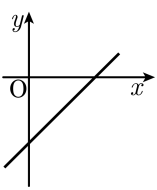
20. 이차함수 $y = ax^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 $y = ax + q$ 의 그래프는?

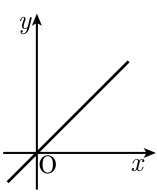


① 

② 

③ 

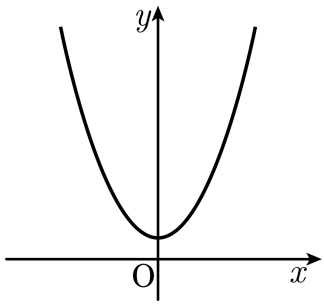
④ 

⑤ 

해설

$a > 0$, $q < 0$

21. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 항상 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $a < 0$ ㉡ $q > 0$ ㉢ $a + q < 0$

㉣ $aq > 0$ ㉤ $ap^2 + q < 0$

▶ 답:

▶ 답:

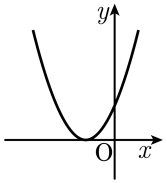
▷ 정답: ㉡

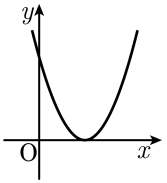
▷ 정답: ㉣

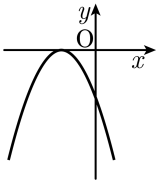
해설

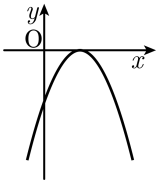
그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$, 꼭짓점의 좌표가 $(0, q)$,
$p = 0,\ q > 0$
따라서 $a > 0$, $q > 0$ 이다.
㉠ $a > 0$
㉢ $a + q > 0$
㉤ y 절편이 양수이므로 $x = 0$ 을 대입하면 $ap^2 + q > 0$

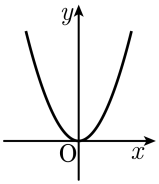
22. 일차함수 $y = ax + b(a \neq 0,\ b \neq 0)$ 의 그래프가 제2 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수 $y = a(x - b)^2$ 의 그래프는?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않으므로$a > 0,\ b < 0$ 이다.
$y = a(x - b)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은 y 축의 왼쪽에 있다.

23. 다음 중 주어진 조건을 모두 만족하는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?

보기

㉠ 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같다.

㉡ 꼭짓점은 제 4 사분면 위에 있다.

㉢ 아래로 볼록하다.

㉣ y 절편이 양수이다.

① $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$
② $y=\frac{1}{2}(x+3)^2+1$
③ $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-3$
④ $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3$
⑤ $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2-3$

해설

㉠ 에서 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것은 이차항의 계수가 $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ 이다.
㉡ 꼭짓점의 x 좌표가 양수, y 좌표가 음수이다.
㉢ 아래로 볼록하므로 이차항의 계수가 양수이다.
㉣ y 절편이 양수이다.
이 조건을 만족하는 이차함수식은 ①이다.

24. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 그래프의 식을 구하면?

① $y = -2x^2 + 3x + 1$ ② $y = 2x^2 - 3x + 1$

③ $y = 2x^2 + 3x + 1$ ④ $y = 2x^2 - 3x - 1$

⑤ $y = -2x^2 + 3x - 1$

해설

$$y = 2x^2 - 3x + 1 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{8}$$

위의 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 식은 꼭짓점의 x 좌표의 부호가 반대인 식이다.

$$\therefore\ y = 2\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{1}{8} = 2x^2 + 3x + 1$$

25. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이다. k 의 값은?

① -13 ② -5 ③ 3 ④ 11 ⑤ 13

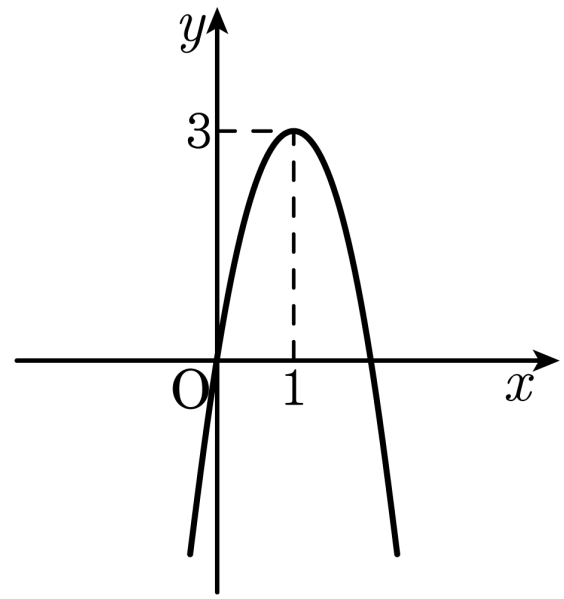
해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16 - 16) + 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 8 + 3 \\ &= -\frac{1}{2}(x-4)^2 + 11 \end{aligned}$$

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore\ k = 11$

26. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = a(x-1)^2 + 3$ 가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$0 = a(0-1)^2 + 3,\ a = -3$

$y = -3(x-1)^2 + 3 = -3x^2 + 6x$

$a = -3,\ b = 6, c = 0$

$\therefore a + b - c = -3 + 6 - 0 = 3$

27. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6$ 의 꼭짓점과 y 축과의 교점을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

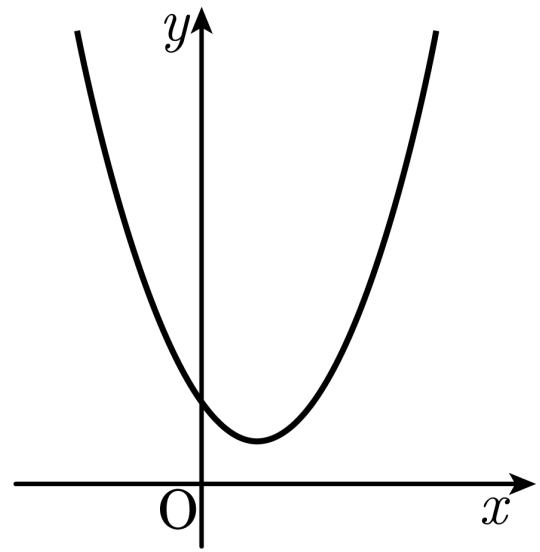
① $y = 6x - 14$ ② $y = 2x + 4$ ③ $y = 2x + 2$

④ $y = x + 2$ ⑤ $y = x + 4$

해설

꼭짓점은 $(2,\ 6)$,
$x = 0$ 일 때 $y = 4$ 이므로
y 축과의 교점은 $(0,\ 4)$
두 점 $(2,\ 6)$, $(0,\ 4)$ 를 지나는 직선의 기울기는
$\frac{6-4}{2-0} = 1$,
y 절편은 4
따라서 구하는 직선의 식은 $y = x + 4$

28. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하면?



① $a > 0,\ b > 0,\ c > 0$

② $a > 0,\ b > 0,\ c < 0$

③ $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$

④ $a < 0,\ b > 0,\ c > 0$

⑤ $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a, b 는 다른 부호이므로 $b < 0$

y 절편은 $c > 0$ 이다.

29. 축의 방정식이 $x=4$이고, 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 지나는 포물선의 y절편은?

① -30 ② -32 ③ -34 ④ -36 ⑤ -38

해설

$y=a(x-4)^2+q$에 두 점 $(2,-10),(3,-4)$를 각각 대입하면

$4a+q=-10, a+q=-4$

$\therefore a=-2, q=-2$

$y=-2(x-4)^2-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-34$

30. 이차함수 $y = ax^2 + 4x - b$ 가 세 점 $(1,\ 1),\ (0,\ -5),\ (2,\ c)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 18

해설

$(0,\ -5)$ 를 지나므로 $-5 = -b, b = 5$
$(1,1)$ 을 지나므로 $1 = a + 4 - b$, $a = 2$
따라서 주어진 이차함수의 식은 $y = 2x^2 + 4x - 5$
이 함수의 그래프가 $(2,c)$ 를 지나므로
$c = 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 5 = 8 + 8 - 5 = 11$
따라서 $a + b + c = 2 + 5 + 11 = 18$ 이다.

31. 이차함수 $y = -x^2 + ax$ 의 최댓값이 4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = -x^2 + ax = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4}$

$x = \frac{a}{2}$ 일 때, 최댓값이 $\frac{a^2}{4}$ 이므로

$\frac{a^2}{4} = 4,\ a = \pm 4$

$a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

32. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -2 를 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 0 ② -2 ③ -4 ④ -3 ⑤ 6

해설

$x = 1$ 에서 최솟값이 -2 이므로
꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이다.
$y = 2x^2 + ax + b = 2(x-1)^2 - 2 = 2x^2 - 4x$
$a = -4,\ b = 0$
$\therefore a - b = -4 - 0 = -4$

33. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 1 + k$ 의 최솟값이 4 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = 2x^2 - 4x + 1 + k = 2(x-1)^2 - 1 + k$

최솟값이 4 이므로 $-1 + k = 4$

$\therefore k = 5$

34. 이차함수 $y = x^2 + ax + 2$ 의 최솟값이 2 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = x^2 + ax + 2$

$= \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 2$

$-\frac{a^2}{4} + 2 = 2$

$\therefore a = 0$

35. 이차함수 $y = -x^2 - 4mx$ 의 최댓값이 16 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.(단, $m > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -x^2 - 4mx = -(x + 2m)^2 + 4m^2$
최댓값이 16 이므로 $4m^2 = 16$
$m > 0$ 이므로 $m = 2$ 이다.

36. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x + k$ 의 최댓값이 2 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 8x + k \\ &= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) + k \\ &= -2(x-2)^2 + 8 + k \end{aligned}$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값 $8 + k$ 를 갖는다.

$\therefore\ 8 + k = 2,\ k = -6$

37. 이차함수 $y = -2x^2 + bx + c$ 가 $x = 2$ 에서 최댓값 5 를 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 8$

▷ 정답 : $c = -3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -2(x-2)^2+5$ 이다.

$y = -2(x - 2)^2 + 5$ 을 전개하면 $y = -2x^2 + 8x - 3$ 이므로 $b = 8, c = -3$ 이다.

38. 차가 10 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소일 때, 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

▷ 정답 : 5

해설

두 수를 x, $x+10$ 이라고 하면

$y = x(x+10) = x^2 + 10x = (x+5)^2 - 25$

$x = -5$ 일 때, 최솟값 -25 를 가진다.

따라서 두 수는 -5 , 5 이다.

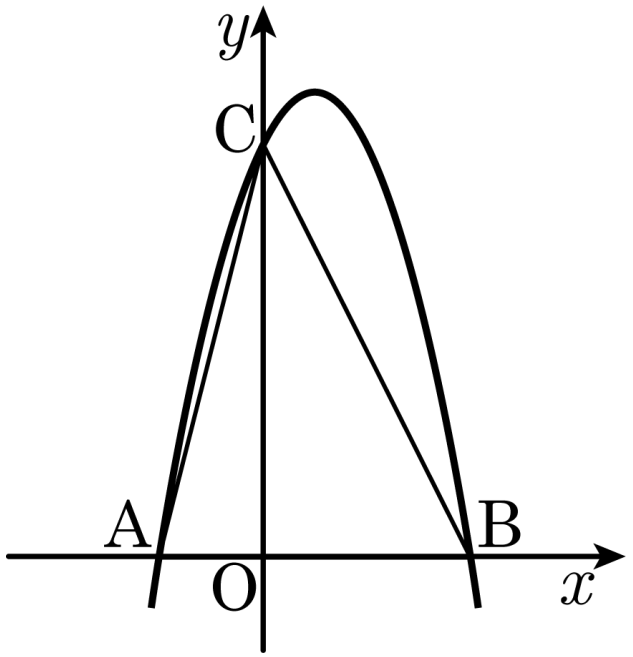
39. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t-3)^2 + 45 \end{aligned}$$

40. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

해설

$y = -x^2 + 2x + 8$ 의 C 의 좌표 $(0, 8)$

$-x^2 + 2x + 8 = 0$, $(x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4$ 또는 $x = -2$

$A(-2, 0), B(4, 0)$ 이므로

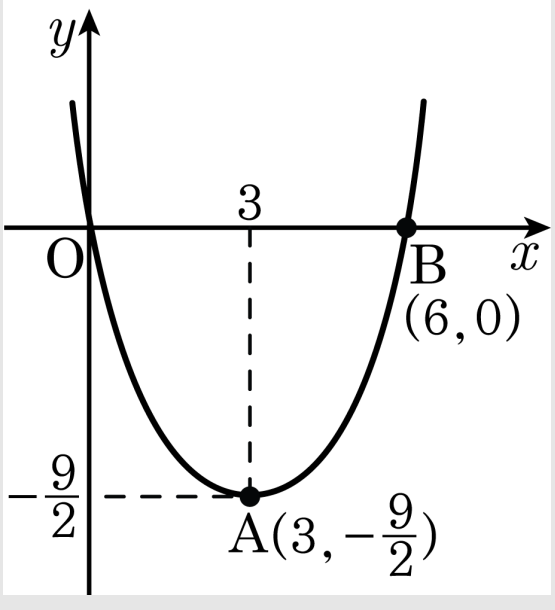
$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

41. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ 의 꼭지점을 A , 원점을 O , 점 O 의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 B 라 할 때, $\triangle OAB$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

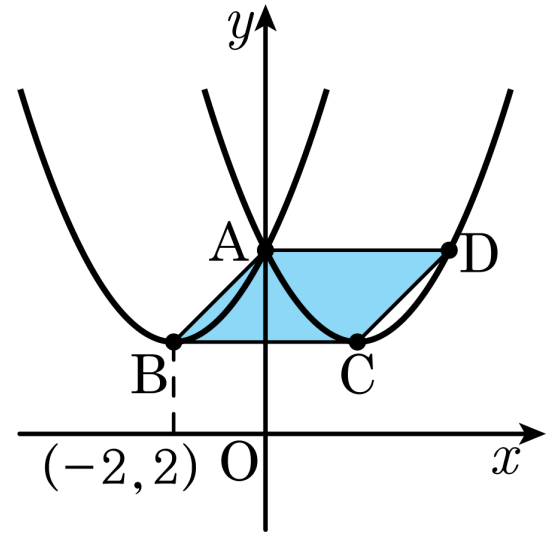
▷ 정답 : $\frac{27}{2}$

해설



$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{27}{2}$

42. 다음 그림은 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동 시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



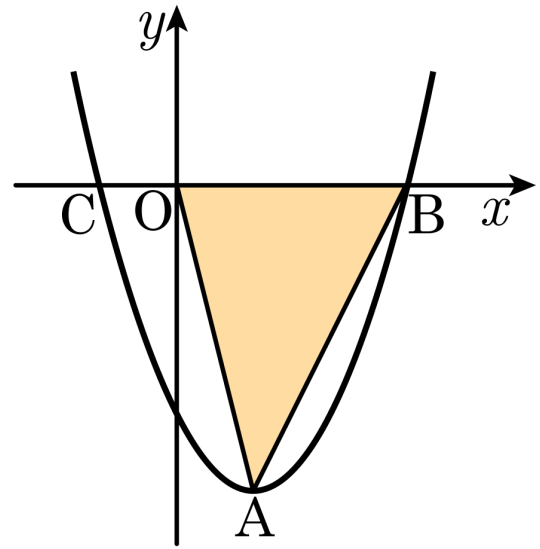
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+2$ 의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동 시키면 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2,\ 2)$에서 $(2,\ 2)$로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0,\ 4)$이므로 평행사변형의 가로의 길이는 4 , 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4\times 2=8$ 이다.

43. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



① 16 ② 8 ③ 12

④ 6 ⑤ 10

해설

$y = x^2 - 2x - 3 = (x-1)^2 - 4$

A 의 좌표는 $(1, -4)$ 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

$0 = (x-1)^2 - 4$ 이다.

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

B 의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.

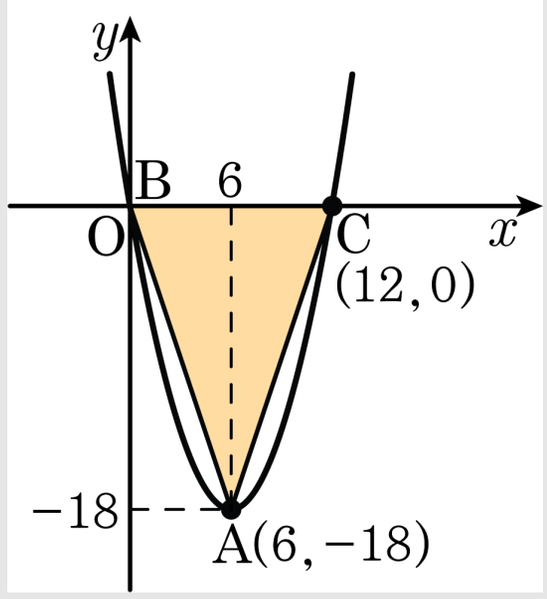
$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

44. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 6x$ 의 꼭짓점을 A , y 축과 만나는 점을 B , 점 B 의 포물선의 축에 대하여 대칭인 점을 C 라 할 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 108

해설



$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 18 = 108$

45. 일차함수 $y = 2x + 5$ 와 이차함수 $y = x^2 + 6x - 7$ 의 그래프의 교점과 이차함수의 꼭짓점이 이루는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$y = x^2 + 6x - 7$ 과 $y = 2x + 5$ 의 교점의 좌표를 구하면

$2x + 5 = x^2 + 6x - 7$

$x^2 + 4x - 12 = 0$

$(x + 6)(x - 2) = 0$

$\therefore (-6, -7), (2, 9)$

$y = x^2 + 6x - 7 = (x + 3)^2 - 16$ 이므로 꼭짓점은 $(-3, -16)$ 이다.

교점 $(-6, -7), (2, 9)$ 과 꼭짓점 $(-3, -16)$ 이 이루는 삼각형의 넓이는 60 이다.

46. 둘레의 길이가 32 cm 인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되는 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

가로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm^2 라 하면,

$y = x(16 - x)$

$= -x^2 + 16x$

$= -(x^2 - 16x)$

$= -(x - 8)^2 + 64$

따라서 가로의 길이가 8 cm 일 때, 넓이가 최대이다.

47. 세 이차함수 $y = x^2 - 2x$, $y = x^2 - 6x + 8$, $y = x^2 - 4x + 2$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

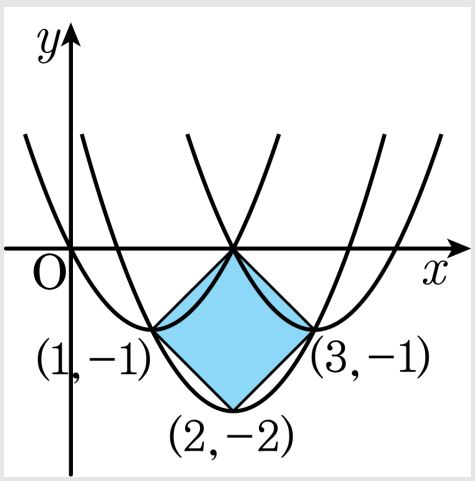
해설

$y = x^2 - 2x \quad \cdots ㉠$

$y = x^2 - 6x + 8 \quad \cdots ㉡$

$y = x^2 - 4x + 2 \quad \cdots ㉢$

그래프 ㉢은 그래프 ㉠과 그래프 ㉡의 꼭짓점을 지나고 세 이차함수의 그래프는 모양과 폭이 같으므로 세 이차함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$이다.

48. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(0,\ 2)$, $\mathrm{B}(-4,\ 3)$ 와 직선 $y = 1$ 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}^2 + \overline{\mathrm{BP}}^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

점 P 의 좌표를 $(a,\ 1)$ 이라 하면

$$\begin{aligned}\overline{\mathrm{AP}}^2 + \overline{\mathrm{BP}}^2 &= (a^2 + 1) + \{(a+4)^2 + 4\} \\ &= 2a^2 + 8a + 21 \\ &= 2(a+2)^2 + 13\end{aligned}$$

따라서 $a = -2$ 일 때, 최솟값은 13 이다.

49. 이차함수 $y = -2x^2 - 4(k-1)x + 3k$ 의 최댓값을 K 라 할 때, K 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

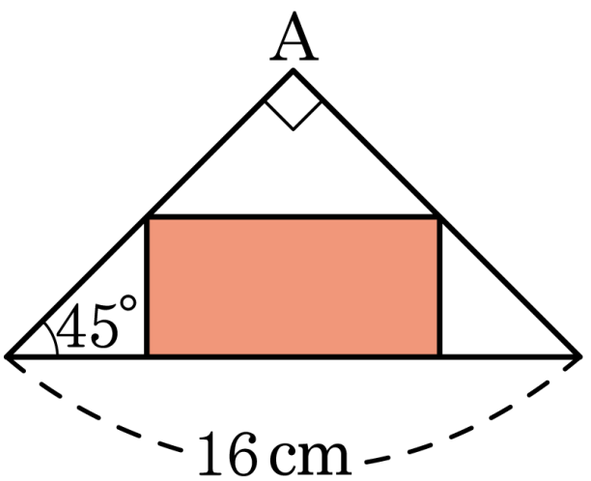
▷ 정답 : $\frac{15}{8}$

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4(k-1)x + 3k \\ &= -2\left\{x^2 + 2(k-1)x + (k-1)^2\right\} + 2(k-1)^2 + 3k \\ &= -2\left\{x + (k-1)\right\}^2 + 2(k-1)^2 + 3k \\ \therefore K &= 2(k-1)^2 + 3k \\ &= 2k^2 - k + 2 \\ &= 2\left(k^2 - \frac{1}{2}k + \frac{1}{16}\right) + \frac{15}{8} \\ &= 2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{15}{8} \end{aligned}$$

따라서 K 의 최솟값은 $\frac{15}{8}$ 이다.

50. 빗변의 길이가 16cm 인 직각이등변삼각형에 그림과 같이 직사각형을 그려 넣을 때, 그 넓이의 최댓값은?



① 16cm^2 ② 20cm^2 ③ 24cm^2

④ 28cm^2 ⑤ 32cm^2

해설

세로의 길이를 x , 넓이를 y 라 하면

$$y = (16 - 2x)x = 2(-x^2 + 8x)$$
$$= -2(x^2 - 8x + 16 - 16)$$
$$= -2(x - 4)^2 + 32$$

$x = 4$ 일 때 최댓값 32