

1. 다음 중 이차함수인 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -x(x + 2) + 1$

㉡ $y = (x + 1)^2 - x^2$

㉢ $y = 0 \cdot x^2 - 3x + 1$

㉣ $y = \frac{1}{2}x - 1$

㉤ $y = -2x^2$

㉥ $y = -\frac{3}{x^2}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

㉡ $y = (x + 1)^2 - x^2 = 2x + 1$ (일차함수)

㉢ $y = 0 \times x^2 - 3x + 1 = -3x + 1$ (일차함수)

㉣ $y = \frac{1}{2}x - 1$ (일차함수)

㉥ $y = -\frac{3}{x^2}$ (분수함수)

2. 다음 이차함수의 그래프 중에서 x 축에 대하여 서로 대칭인 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면?

㉠ $y = -2x^2$	㉡ $y = -\frac{1}{3}x^2$	㉢ $y = -\frac{1}{6}x^2$
㉤ $y = -3x^2$	㉥ $y = \frac{1}{6}x^2$	㉦ $y = 2x^2$

- ① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉤ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉡, ㉥ ⑤ ㉤, ㉦

해설

x 축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.
따라서 ㉠, ㉢ 또는 ㉢, ㉥이다.

3. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시키면 점 $(m, 4)$ 을 지난다고 한다. m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

▷ 정답 : -3

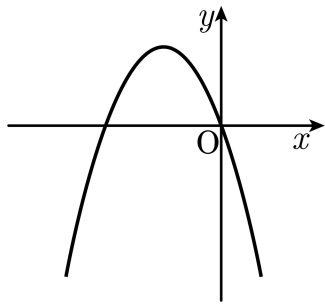
해설

$y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 함수의 식은 $y = 4(x+2)^2$ 이고, 점 $(m, 4)$ 를 지나므로

$$4 = 4(m+2)^2$$

$$\therefore m = -1 \text{ 또는 } m = -3$$

4. 다음은 이차함수 $y = a(x + p)^2 - q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호를 각각 구하면?



- ① $a > 0, p < 0, q < 0$ ② $a > 0, p > 0, q < 0$
③ $a > 0, p > 0, q > 0$ ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q < 0$

해설

이차함수 $y = a(x + p)^2 - q$ 가 위로 볼록이므로 $a < 0$, 꼭짓점 $(-p, -q)$ 가 제2 사분면에 있으므로 $-p < 0, p > 0$ 이고, $q < 0$ 이다.

5. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$

④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

6. 이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

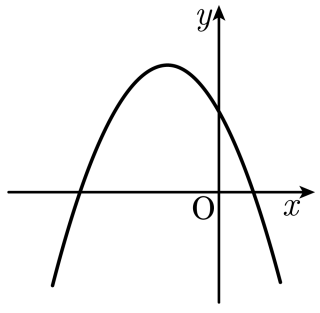
▷ 정답 : $x < -6$

해설

이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.

따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

7. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?

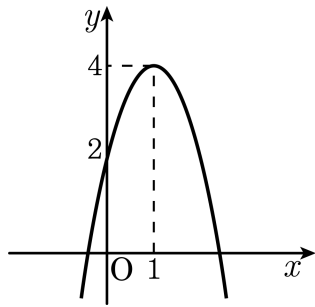


- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a < 0, b > 0, c > 0$
③ $a > 0, b > 0, c < 0$ ④ $a < 0, b > 0, c < 0$
⑤ $a < 0, b > 0, c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$
대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$
 $ab < 0$
 $\therefore b > 0$
 y 절편이 양수이므로 $c > 0$

8. 함수 $y = -2x^2 + ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b$ 의 값은?



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

y 절편 $b = 2$
꼭짓점이 $(1, 4)$ 이므로,
 $y = -2(x - 1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$
 $\therefore a = 4$
따라서 $a + b = 6$

9. 이차함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R 은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, \quad 2a^2 - 4a + 2 = 0, \quad a^2 - 2a + 1 = 0,$$

$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 두 점 $(-1, p), (1, q)$ 를 지나고 $p - q = -8$ 일 때, $b^2 - 3b$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

두 점 $(-1, p), (1, q)$ 를 지나므로 대입하면 $p = a - b + c, q = a + b + c$ 이다.

두 식을 연립하면 $p - q = -2b = -8, b = 4$ 이다.

따라서 $b^2 - 3b = 4^2 - 3 \times 4 = 4$ 이다.

11. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프 $y = f(x)$ 에 대하여 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ 일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

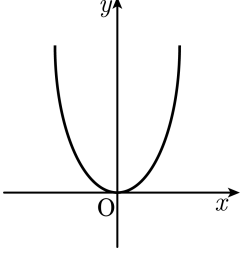
- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ (1, -2)
- $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ (3, -12)
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$
- $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ (-4, -30)

- $\textcircled{\tiny \text{㉠}}$ 1 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉡}}$ 2 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ 3 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉣}}$ 4 개
- $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$, $f(-2) = 4a$ 이므로
 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$, $2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7$, $-7a = 14$, $a = -2$ $\therefore f(x) = -2x^2$
 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}$ $f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18$ $\therefore$ (3, -18)
 $\textcircled{\tiny \text{㉤}}$ $f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32$ $\therefore$ (-4, -32)
따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 $\textcircled{\tiny \text{㉢}}, \textcircled{\tiny \text{㉤}}$ 의 2 개이다.

12. 다음 중 이차함수 중 그래프가 다음 그림과 같이 나타나는 것을 모두 골라라.



- | | | |
|------------------------|-------------------------|------------------------|
| ㉠ $y = 3x^2$ | ㉡ $y = -4x^2$ | ㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$ |
| ㉤ $y = \frac{1}{4}x^2$ | ㉥ $y = -\frac{1}{4}x^2$ | ㉦ $y = -1.5x^2$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

그래프가 아래로 볼록하므로 $y = ax^2$ 의 그래프에서 $a > 0$ 이다.
따라서 ㉠,㉢,㉤이다.

13. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점이 $(0, 0)$ 인 위로 볼록한 포물선이다.
- ② $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ③ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ④ x 가 증가함에 따라 $x < 0$ 일 때, y 는 증가한다.
- ⑤ 점 $(-3, 9)$ 를 지난다.

해설

점 $(-3, -9)$ 를 지난다.

14. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동하면 점 $(8, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$
이므로 $y = \frac{4}{3}(x-5)^2$ 이고, x 의 값이 8 이므로 대입하면 $y = 12$
이다. 따라서 $k = 12$ 이다.

15. 이차함수 $y = 2(x-3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시켰더니, $y = 2(x+2)^2 + 1$ 의 그래프와 겹쳐졌다. 이 때, $m - n$ 의 값은?

① -6

② -8

③ 6

④ 8

⑤ 2

해설

원래 식의 꼭짓점은 (3, -2) 이고
평행이동한 후의 꼭짓점은 (-2, 1) 이다.

$$\therefore m = -5, n = 3$$

$$m - n = -5 - 3 = -8$$

16. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 10$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, p, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 1$

▷ 정답 : $q = 7$

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6x + 10 \\ &= 3(x-1)^2 + 7 \\ \therefore p &= 1, q = 7 \end{aligned}$$

17. 포물선의 모양이 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 같고 , 꼭짓점의 좌표가 $(1,-4)$ 인 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{2}$
- ② $-\frac{3}{2}$
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $-\frac{7}{2}$
- ⑤ $\frac{9}{2}$

해설

포물선의 모양이 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 같고 꼭짓점의 좌표가 $(1,-4)$ 인 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 - 4$ 이므로 $a = -\frac{1}{2}, p = 1, q = -4$ 이고, $a + p + q = -\frac{1}{2} + 1 + (-4) = -\frac{7}{2}$ 이다.

18. 이차함수 $y = -4x^2 + kx + 2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < \frac{1}{2}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

축의 방정식 $x = \frac{1}{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= -4x^2 + kx + 2 \\ &= -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3 \\ &= -4x^2 + 4x + 2 \end{aligned}$$

$$\therefore k = 4$$

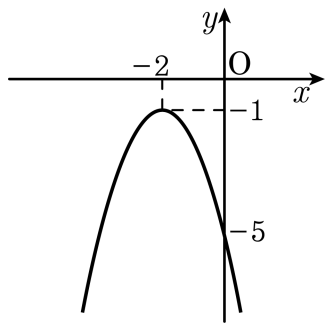
19. 이차함수 $y = (x-2)^2 + 1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 다음, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

- ① (2, 2) ② (2, -1) ③ (2, 0)
④ (2, -2) ⑤ (2, 1)

해설

$y = (x-2)^2 + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면
 $-y = (x-2)^2 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2 - 1$
 $y = -(x-2)^2 - 1$ 을 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면
 $y = -(x-2)^2 - 1 + 1 \Leftrightarrow y = -(x-2)^2$
 $\therefore$ 꼭짓점의 좌표는 (2,0)

20. 다음 이차함수 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



- ① 이차함수 그래프의 식은 $y = -(x - 2)^2 - 1$ 이다.
- ② 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ③ 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ④ 점 $(1, -10)$ 을 지난다.
- ⑤ y 의 값의 범위는 $y \leq -5$ 이다

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$ 이므로

$$y = a(x + 2)^2 - 1$$

$(0, -5)$ 를 지나므로

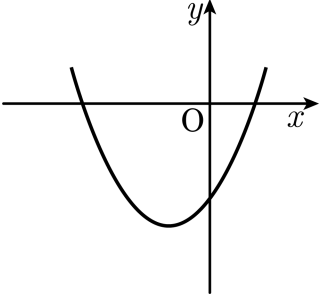
$$-5 = 4a - 1$$

$$a = -1$$

$$\therefore y = -(x + 2)^2 - 1$$

따라서 점 $(1, -10)$ 을 지난다.

21. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



- ㉠ $-\frac{c}{a} < 0$
- ㉡ $a - b + c > 0$
- ㉢ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉣ $0 < x_1 < x_2$ 일 때, $f(x_1) < f(x_2)$
- ㉤ $abc < 0$

해설

- ㉠ $a > 0, c < 0$ 이므로 $-\frac{c}{a} > 0$
 - ㉡ $f(-1) = a - b + c < 0$
 - ㉢ x 축과의 교점이 두 개이므로 $D = b^2 - 4ac > 0$
 - ㉣ 「 $x > 0$ 」인 구간에서 x 값이 증가하면 y 값은 증가하는 그래프이므로
 $0 < x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
 - ㉤ $a > 0, b > 0, c < 0$ 이므로 $abc < 0$
- 따라서 옳지 않은 것은 ㉠, ㉡이다.

22. 이차함수 $y = 2x^2 + mx + n$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하였더니 꼭짓점이 $(-2, -6)$ 이었다. $2m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

평행이동시킨 그래프의 식이 $y = 2(x + 2)^2 - 6$ 이므로 처음 식은

$$\begin{aligned} y &= 2(x + 2 + 3)^2 - 6 + 2 \\ &= 2(x + 5)^2 - 4 \\ &= 2x^2 + 20x + 46 \end{aligned}$$

$$\therefore m = 20, n = 46, 2m - n = 40 - 46 = -6$$

23. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + m - 7$ 이 x 축과 한 점에서 만날 때, $\frac{1}{m}$ 의 값은?

- ① -5 ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ 5

해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + m - 7 = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + m - 5 \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $(2, m-5)$ 이다.

x 축과 한 점에서 만나므로 $m-5=0$

$$\therefore m=5, \frac{1}{m} = \frac{1}{5}$$

24. $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프는 두 점 $(k, 0)$, $(-3, 0)$ 에서 x 축과 만난다.
이때, k 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프와 x 축과

만나는 점은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 $k = 1$ 이다.

25. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만난다고 한다. k 의 값은?

① -1

② 1

③ 0

④ -2

⑤ 2

해설

x 축과 한 점에서 만나려면

$y = a(x - p)^2$ 꼴이 되어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x + k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k$$

$$= 2(x + 1)^2 - 2 + k$$

$$\therefore -2 + k = 0, k = 2$$

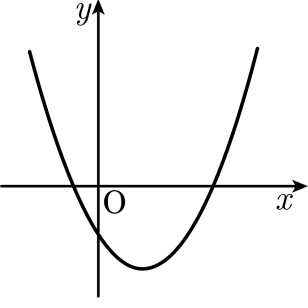
해설

$2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D = 0$ 이다.

$$D = 4^2 - 8k = 0$$

$$\therefore k = 2$$

26. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?

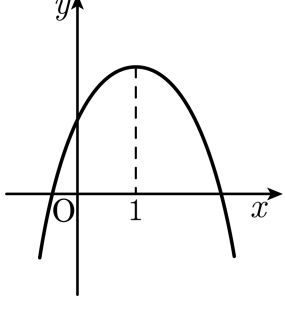


- ① a ② b ③ c ④ a, b ⑤ a, c

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

27. 함수 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a, b, a + b + 1$ 의 부호로 바른 것은?

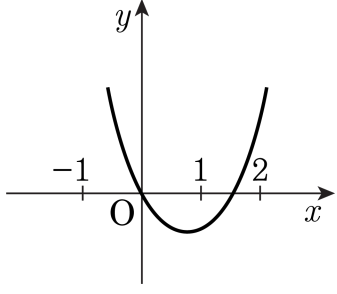


- ① $a > 0, b < 0, a + b + 1 > 0$
- ② $a > 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
- ③ $a < 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
- ④ $a < 0, b > 0, a + b + 1 < 0$
- ⑤ $a < 0, b > 0, a + b + 1 > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
 $x = 1$ 일 때, $a + b + 1 > 0$ 이다.

28. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호 또는 값을 구하면?



- ① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c = 0$

③ $a > 0, b < 0, c > 0$

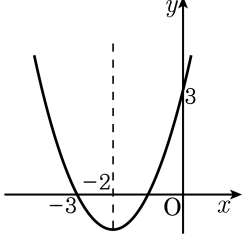
④ $a > 0, b < 0, c = 0$

⑤ $a > 0, b < 0, c < 0$

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $c = 0$
아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 양수이므로 $b < 0$

29. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b + c$ 의 값은?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 $y = a(x + 2)^2 + q$
두 점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로
 $a + q = 0$, $4a + q = 3$
 $a = 1 \cdots \textcircled{㉠}$
 $q = -1 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면
 $y = (x + 2)^2 - 1$
 $= x^2 + 4x + 3$
 $\therefore a = 1, b = 4, c = 3$
 $\therefore a - b + c = 1 - 4 + 3 = 0$

30. 세 점 $(0, -6)$, $(2, 0)$, $(-2, 4)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$

② $y = 2x^2 + x - 6$

③ $y = 2x^2 + x + 6$

④ $y = -2x^2 - x - 6$

⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$c = -6$, $4a + 2b + c = 0$, $4a - 2b + c = 4$

$a = 2$, $b = -1$, $c = -6$

$\therefore y = 2x^2 - x - 6$

31. 세 점 $(-1, 13), (0, -2), (1, -11)$ 을 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하자.

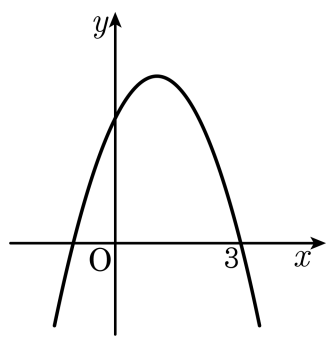
세 점 $(-1, 13), (0, -2), (1, -11)$ 을 각각 대입하면

$$a - b + c = 13, c = -2, a + b + c = -11$$

$$\therefore a = 3, b = -12, c = -6$$

$$\therefore y = 3x^2 - 12x - 2 = 3(x - 2)^2 - 8$$

32. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 3$ 의 그래프이다. 이 함수의 최댓값은?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$y = -x^2 - 2ax + 3$ 이 점 $(3, 0)$ 을 지나므로
 $0 = -9 - 6a + 3, a = -1$
 $\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$
 $x = 1$ 일 때, 최댓값은 4 이다.

33. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하였을 때, 이 함수의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x-1)^2 - 3$$

따라서 $x = 1$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖는다.

34. $2x + y = 2$ 일 때, $x^2 + xy + 3$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$2x + y = 2$, $y = -2x + 2$ 이다.

$$\begin{aligned}x^2 + xy + 3 &= x^2 + x(-2x + 2) + 3 \\&= -x^2 + 2x + 3 \\&= -(x - 1)^2 + 4\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 4 이다.

35. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 3 + m$ 의 최솟값이 5 일 때, 이 그래프의 y 절편은 n 라고 한다. 이 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값을 구하면?

① 6 ② 9 ③ 15 ④ 21 ⑤ 24

해설

$$y = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 3 + m$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16) - 3 + m \\ &= \frac{1}{4}(x - 4)^2 - 7 + m \end{aligned}$$

최솟값이 5 이므로 $-7 + m = 5$ 에서 $m = 12$ 이다.

y 절편은 $n = -3 + m = -3 + 12 = 9$ 이다.

따라서 $m + n = 12 + 9 = 21$ 이다.

36. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + kx - 11$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위가 $x < -5$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

주어진 조건에서 그래프의 축의 방정식은 $x = -5$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}x^2 + kx - 11 \\ &= -\frac{1}{2}(x+5)^2 + \frac{3}{2} \\ &= -\frac{1}{2}x^2 - 5x - 11 \end{aligned}$$

$$\therefore k = -5$$

37. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 2a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + 2ax + 2a = (x + a)^2 - a^2 + 2a$$

$$\therefore m = -a^2 + 2a = -(a - 1)^2 + 1$$

따라서 m 의 최댓값은 1이다.

38. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 17

② 65

③ 77

④ 81

⑤ 162

해설

두 수를 각각 x , $18 - x$ 라고 하면

$$y = x(18 - x)$$

$$= -x^2 + 18x$$

$$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$$

$$= -(x - 9)^2 + 81$$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

39. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



- ① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10 - x$, 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(10 - x) \\ &= -(x^2 - 10x) \\ &= -(x^2 - 10x + 25 - 25) \\ &= -(x - 5)^2 + 25 \\ \therefore (\text{최대 넓이}) &= 25 \end{aligned}$$

40. 지면으로부터 초속 20m 로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 20 m

해설

$y = -5x^2 + 20x$ 에서 $y = -5(x-2)^2 + 20$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 20m 이다.

41. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$

$f(-3) = f(1)$ 이므로

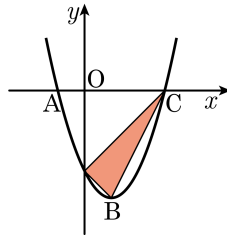
$$9a - 3b + c = a + b + c$$

$$2a = b$$

또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$

$$\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$$

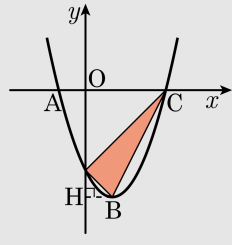
42. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 B, x 축과 만나는 한 점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



i) $A(0, -3)$

ii) $y = x^2 - 2x - 3$
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 - 3$
 $= (x - 1)^2 - 4$

$\therefore B(1, -4)$

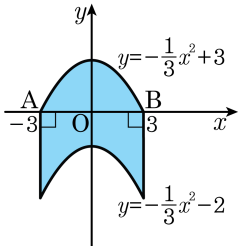
iii) $0 = x^2 - 2x - 3$
 $= (x - 3)(x + 1)$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$

양수인 x 절편이므로 $C(3, 0)$ 이다.

iv) $\triangle ABC$
 $= \square OHBC - \triangle OAC - \triangle AHB$
 $= \frac{1}{2} \times (3 + 1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1$
 $= 8 - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 3$

43. 다음 그림은 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ 의 그래프가 x 축과 두 점 A, B에서 만날 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



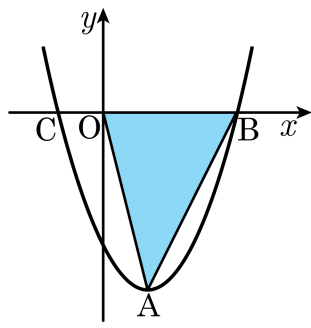
▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

색칠한 부분 중 $y > 0$ 인 부분을 잘라 아래에 붙이면 직사각형 모양이 된다. 가로 길이는 6 이고, $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2$ 에 $x = 3$ 를 대입하면 $y = -5$ 이므로 높이는 5 이다. 따라서 색칠한 부분의 넓이는 $6 \times 5 = 30$ 이다.

44. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



- ① 16 ② 8 ③ 12 ④ 6 ⑤ 10

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 (1, -4) 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

B 의 좌표는 (3, 0) 이다.

$$\therefore (\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

45. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 (x < 0) \\ 3x^2 (x \geq 0) \end{cases}$ 의 그래프 위의 점 P 와 점 A(2,0) 에

대하여 삼각형 POA 의 넓이가 24 일 때, 점 P 의 x 좌표들의 곱을 구하면?

- ① $-6\sqrt{3}$
- ② $-7\sqrt{3}$
- ③ $-8\sqrt{3}$
- ④ $-9\sqrt{3}$
- ⑤ $-10\sqrt{3}$

해설

점 $P(a,b)$ 라고 하면 $b > 0$ 이므로 $(\triangle POA \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times b = 24$ 이다.
따라서 $b = 24$ 이다.
 $P(a,24)$ 인 a 의 값을 구하면
(i) $a < 0$ 일 때
 $y = x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
 $24 = a^2, a = -2\sqrt{6}$
(ii) $a \geq 0$ 일 때
 $y = 3x^2$ 에 $(a,24)$ 를 대입하면
 $24 = 3a^2, a = 2\sqrt{2}$
(i), (ii) 에서 $P(-2\sqrt{6},24)$ 또는 $P(2\sqrt{2},24)$ 이다.
따라서 점 P 의 x 좌표들의 곱은
 $-2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = -8\sqrt{3}$ 이다.

46. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 2)^2 - 1 \\&= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\&= ax^2 + 4ax + 4a - 1\end{aligned}$$

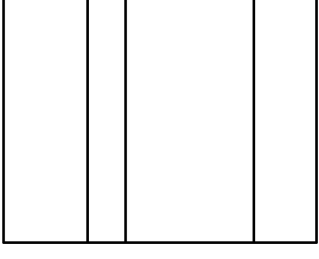
$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

47. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대로 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m ② 70m ③ 80m ④ 90m ⑤ 100m

해설

세로의 길이를 x 라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는 $5x$,

가로의 길이는 $\frac{1}{2}(700 - 5x)$ 이다. 전체 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.

48. 둘레의 길이가 48cm 인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되도록 하는 직사각형의 가로, 세로의 길이를 순서대로 써라.

▶ **답 :** cm

▶ 답 : cm

▶ 정답 : 12cm

▷ 정답 : 12cm

해설

가로, 세로의 길이를 각각 x cm, $(24 - x)$ cm 라 하면

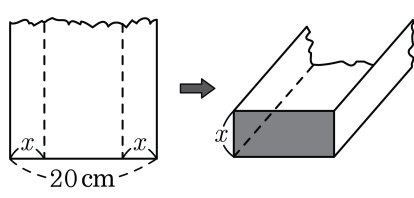
$$\begin{aligned} y &= x(24 - x) \\ &= -x^2 + 24x \\ &= -(x - 12)^2 + 144 \end{aligned}$$

$x = 12$ 일 때, 최댓값 144를 갖는다.

$$\therefore x = 12, 24 - x = 12$$

따라서 가로와 세로의 길이는 각각 12cm이다.

49. 그림과 같이 너비가 20 cm 인 철판의 양쪽을 접어 물받이를 만들려고 한다. 색칠한 부분의 넓이가 최대가 되게 하려면 높이를 몇 cm 로 해야 하는지 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

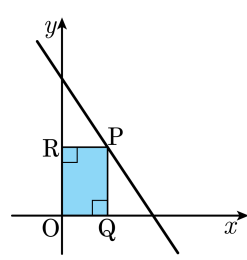
해설

색칠한 부분의 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(20 - 2x) \\ &= -2x^2 + 20x \\ &= -2(x - 5)^2 + 50 \end{aligned}$$

따라서 높이는 5 cm로 해야한다.

50. 직선 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 이므로

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -\frac{3}{2}a + 3$

$$\begin{aligned}\square\text{OQPR} &= ab = a \left(-\frac{3}{2}a + 3 \right) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a \\ &= -\frac{3}{2}(a-1)^2 + \frac{3}{2}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -\frac{3}{2}a + 3 > 0 \quad \therefore 0 < a < 2$$

따라서 $\square\text{OQPR}$ 의 넓이는 $a = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.