

1. 63 를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

①  $7 \times 9$

②  $2^6$

③  $3^2 \times 7$

④  $2^2 \times 3 \times 5$

⑤  $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ \quad 7 \end{array}$$

2. 세 자연수  $A$ ,  $2^3 \times 7$ ,  $5^2 \times 7^2$  의 최소공배수가  $2^3 \times 5^2 \times 7^2$  일 때,  $A$  값이 될 수 있는 한 자리의 자연수를 모두 더하면?

- ① 23      ② 25      ③ 27      ④ 29      ⑤ 31

해설

세 자연수  $A$ ,  $2^3 \times 7$ ,  $5^2 \times 7^2$  의 최소공배수가  $2^3 \times 5^2 \times 7^2$  이므로

$A$  는 2, 5, 7 을 소인수로 가질 수 있으며 각 소인수의 지수는  $2^3 \times 7$ ,  $5^2 \times 7^2$  의 소인수의 지수보다 작거나 같으면 된다.

따라서,  $A$  의 값이 될 수 있는 한 자리의 수는 1, 2,  $2^2(=4)$ , 5, 7,  $2^3(=8)$  이므로 이를 모두 더하면  $1+2+4+5+7+8=27$  이다.

3. 가로 길이가 72cm, 세로 길이가 108cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽을 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일로 가득 채우려고 한다. 이때, 타일의 한 변의 길이는?

① 6 cm    ② 12 cm    ③ 18 cm    ④ 24 cm    ⑤ 36 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 72, 108 의 최대공약수 : 36

4. 가로 6cm, 세로 9cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6cm      ② 9cm      ③ 15cm      ④ 18cm      ⑤ 36cm

**해설**

6 과 9 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 18cm 가 된다.

5. 세 수 42, 70, 98 의 최대공약수를  $a$ , 최소공배수를  $b$ 라 할 때,  $b - a$  의 값은?

① 1456    ② 1460    ③ 1462    ④ 1468    ⑤ 1470

해설

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7$$

$$98 = 2 \times 7^2 \text{ 에서}$$

최대공약수는  $2 \times 7$ , 최소공배수는  $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$  이므로

$a = 14$ ,  $b = 1470$  이다.

따라서  $b - a = 1470 - 14 = 1456$  이다.

6. 다음 중 옳은 것은?

①  $2^3 = 6$

②  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 12$

③  $2 \times 2 \times 7 \times 7 = 2^2 \times 7^2 = 4 \times 49 = 196$

④  $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$

⑤  $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{60}$

해설

①  $2^3 = 8$

②  $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$

④  $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

⑤  $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{900}$

7. 다음 중 200의 약수가 아닌 것은?

①  $2 \times 5$

②  $2^2 \times 5^2$

③  $2 \times 5^3$

④  $2^3 \times 5$

⑤  $5^2$

해설

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

200의 약수

1	1	5	$5^2$
2	2	$2 \times 5$	$2 \times 5^2$
$2^2$	$2^2$	$2^2 \times 5$	$2^2 \times 5^2$
$2^3$	$2^3$	$2^3 \times 5$	$2^3 \times 5^2$

이므로 아닌 것은 ③이다.

8.  $27 \times \square$ 는 약수의 개수가 12개인 가장 작은 자연수이다.  $\square$  안에 들어갈 가장 작은 자연수는?

- ① 2      ②  $2^2$       ③  $2^3$       ④ 3      ⑤  $3^2$

해설

$3^3 \times \square$ 에서  $\square = a^x$  이라 하면 약수의 개수는  $(3+1) \times (x+1) = 12$  (개) 이므로

$$(3+1) \times (x+1) = 4 \times (x+1) = 12$$

$$x+1 = 3 \quad \therefore x = 2$$

$a$ 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로

$$\square = 2^2$$

9. 1 부터 200 까지의 자연수 중에서 약수의 개수가 3개인 자연수는 모두 몇 개인가?

① 5개    ② 6개    ③ 7개    ④ 8개    ⑤ 9개

해설

자연수  $n$  의 약수의 개수가 3 개이기 위해서는 1 과  $n$  이외에 약수가 한 개만 더 있어야하므로 자연수  $n$  은 소수의 완전제곱수이어야 한다. 따라서 1 부터 200 까지의 완전제곱수를 구하면  $13^2 = 169 < 200$  이고  $17^2 = 289 > 200$  이므로 200 이하인 소수의 완전제곱수는  $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2, 13^2$  이다.

10. 다음  안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ)  $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$  의 최대공약수는  이다.  
(ㄴ)  $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$  의 최대공약수는  이다.

- ①  $2 \times 3, 2^2 \times 5$                       ②  $2, 2 \times 3$   
③  $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$                 ④  $2, 2 \times 5$   
⑤  $2 \times 3, 2 \times 7$

**해설**

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.  
(ㄴ)의 최대공약수는  $2 \times 5$  이다.  
따라서 차례대로 쓴 것은 2,  $2 \times 5$  이다.

11. 45와 75의 공약수의 개수는?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 8

해설

$45 = 3^2 \times 5$ ,  $75 = 3 \times 5^2$   
45와 75의 최대공약수는  $3 \times 5 = 15$   
공약수의 개수는  $2 \times 2 = 4$ (개)

12. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이다. 네 수 A , B , C , D 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 18      ② 36      ③ 72      ④ 90      ⑤ 144

해설

A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이므로, 네 수 A , B , C , D 의 최소공배수는 72 이다. 따라서 A , B , C , D 의 공배수는 72 의 배수이다.

13. 세 자연수  $A, B, C$ 의 최소공배수가 26 일 때,  $A, B, C$ 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 몇 개인가?

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

해설

세 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.  
세 자연수  $A, B, C$ 의 최소공배수가 26 이므로  $A, B, C$ 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 26, 52, 78 이다.  
따라서 3 개이다.

14. 두 자리 자연수 중에서 3, 4, 5, 6 의 어느 수로 나누어도 나머지가 항상 2 인 가장 작은 수를 7 로 나눌 때의 나머지는?

① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

구하는 수를  $x$  이라 하면  $x-2$  는 3, 4, 5, 6 의 공배수이다. 3, 4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로  $x-2 = 60$  이다. 따라서  $x = 62$  이다. 62 를 7 로 나누면 나머지는 6 이다.

15. 두 분수  $\frac{7}{26}$ ,  $1\frac{17}{39}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 될 때, 곱하는 분수 중 가장 작은 분수를  $\frac{a}{b}$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은?

- ① 33      ② 40      ③ 51      ④ 65      ⑤ 71

해설

$$\begin{aligned} \frac{7}{26}, 1\frac{17}{39} &= \frac{56}{39} \text{ 이므로} \\ \frac{a}{b} &= \frac{(26 \text{과 } 39 \text{의 최소공배수})}{(7 \text{과 } 56 \text{의 최대공약수})} = \frac{78}{7} \\ \therefore a-b &= 78-7=71 \end{aligned}$$

16.  $273^{100}$ 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

- ① 1      ② 3      ③ 9      ④ 7      ⑤ 0

해설

$273^{100}$ 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 네 개의 숫자가 반복된다.

$273^{100}$ 의 지수인 100를 4로 나누면 25이므로

$273^{100}$ 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1이다.

17. 정화는 10 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 2 개인 층에서만 탑니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층이 아닌 것은?

① 2 층    ② 3 층    ③ 5 층    ④ 7 층    ⑤ 9 층

해설

약수의 개수가 2 개인 층은 소수인 층이다. 따라서 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 엘리베이터가 서지 않는 층은 9 층이다.

18.  $24 \times a$  가 어떤 자연수  $A$ 의 제곱이 될 때,  $A$ 의 최솟값은?

- ① 9      ② 12      ③ 36      ④ 54      ⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

19.  $2 \times n$  이 어떤 자연수의 세제곱이고,  $\frac{n}{5}$  이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수  $n$  중에서 가장 작은 것은?

- ① 100      ② 200      ③ 300      ④ 400      ⑤ 500

**해설**

가장 작은 자연수  $n$  에서  $2 \times n$  이 세제곱이므로  $n$  은 적어도 2 가 두 번 곱해져 있고,  $\frac{n}{5}$  이 제곱이므로  $n$  은 5 가 세 번 곱해져 있다.

$$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

20. 약수의 개수가 36 개이고,  $2^x \times 3^y \times 5^z \times 7$  으로 소인수분해되는 자연 수는 모두 몇 개인가? (단,  $x, y, z$  는 자연수)

- ① 3개      ② 6개      ③ 9개      ④ 12개      ⑤ 15개

해설

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$  이므로  
 $(x, y, z) = (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$  으로 3 개이다.

21. 최대공약수가  $3 \times x$  인 두 자연수의 공약수가 4 개일 때,  $x$  의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

해설

두 수의 최대공약수는  $3 \times x$ ,  
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로  
최대공약수는  $a \times b$  (단,  $a, b$  는 소수,  $a \neq b$  이다.) 또는  $a^3$   
풀어야 한다.  
따라서  $x$  가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

22. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은?

- ① 4      ② 7      ③ 14      ④ 28      ⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56  
56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은  
7, 8, 14, 28, 56 이다.

23. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 16 바퀴                      ② 18 바퀴                      ③ 20 바퀴  
④ 21 바퀴                      ⑤ 24 바퀴

**해설**

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.  
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉠ 톱니바퀴는  $60 \div 15 = 4$  (바퀴) 회전하므로  
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는  $4 \times 5 = 20$  (바퀴) 이다.

24. 두 자연수  $A, B$ 의 최대공약수가 5이고,  $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$  일 때, 두 자연수  $A, B$ 의 최소공배수는?

- ① 280      ② 350      ③ 420      ④ 490      ⑤ 560

해설

$A$ 와  $B$ 의 최대공약수가 5이고  $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$  이므로,  $A = 35 = 5 \times 7$ ,  
 $B = 40 = 2^3 \times 5$  이다.  
따라서  $A$ 와  $B$ 의 최소공배수는  $2^3 \times 5 \times 7 = 280$  이다.

25.  $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$  를 자연수로 만드는 자연수  $n$  들을 모두 곱하면?

- ① 12      ② 10      ③ 8      ④ 7      ⑤ 6

해설

$n$  은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로  
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.  
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.  
따라서 8 이다.

26. 바둑돌을 다음과 같이 배열하였다. 왼쪽에서부터 232 번째 바둑돌의 색깔과 왼쪽에서부터 100 번째까지의 검은 바둑돌의 개수를 순서대로 쓴 것은?



- ① 검은색, 20 개      ② 검은색, 40 개      ③ 검은색, 60 개  
 ④ 흰색, 40 개      ⑤ 흰색, 60 개

**해설**

검은 바둑돌은 3 개씩, 흰 바둑돌은 2 개씩 반복된다. 따라서 다시 검은 바둑돌이 다시 배열 될 때까지는 총 5 개의 바둑돌이 필요하다. 따라서 5 개씩 반복된다.  $232 = 5 \times 46 + 2$  이므로 5 개씩 46 번 반복되고, 나머지가 2 이므로 232 번째 바둑돌의 색은 검은색이다. 그리고 100 번째까지 검은 바둑돌의 개수는 3 개씩 20 번이 반복된다. 따라서 60 개이다.

27. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

**해설**

- ① 1은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8개이다.
- ⑤ 소수  $a$ 의 제곱은 항상 세 개의 약수( $1, a, a^2$ )를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

28. 200 의 소인수들의 합은?

- ① 6      ② 7      ③ 10      ④ 12      ⑤ 15

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$  이므로 소인수는 2, 5 이다.  
 $\therefore 2 + 5 = 7$

29. 960으로 나누면 나누어 떨어지고, 1 과 자기 자신을 포함한 양의 약수의 개수가 105 개인 최소의 자연수  $n$  의 값은?

- ① 123500                      ②  $2^7 \times 3^2 \times 5^2$                       ③ 128000  
④  $2^6 \times 3^3 \times 5$                       ⑤ 129600

**해설**

$N = a^m b^n c^l \dots$  에서 양의 약수의 개수는  $(m+1)(n+1)(l+1) \dots$  이고, 약수의 개수가  $105 = 3 \times 5 \times 7$  (개)이므로  $m, n, l$  의 값은 차례로 2, 4, 6 이다. 최소의 자연수를 구해야 하므로,  $a, b, c$  의 값을 작은 소수부터 차례로 대입하고, 지수는 큰 수부터 차례로 대입하면  $N = 2^6 \times 3^4 \times 5^2$  이고, 이 수는  $960 = 2^6 \times 3 \times 5$  의 배수이므로 129600 이 답이 된다.

30. 다음 중 서로소인 것은?

① (14, 21)

② (36, 72)

③ (8, 90)

④ (11, 121)

⑤ (9, 19)

해설

서로소는 최대공약수가 1인 두 자연수를 말하므로 (9, 19)이다.

31. 지성이네 학교에선 가로, 세로의 길이가 각각 200m, 150m 인 운동장 둘레로, 학교 건물이 있는 한 쪽 세로 면을 제외한 나머지 세 면에 “ㄷ”자 형의 그물망을 설치하려고 한다. 기둥을 일정한 간격으로 설치해야 하고 그물망이 시작되는 지점과 끝나는 지점, 그리고 각 모서리에는 반드시 기둥이 설치되어야 한다. 기둥 하나당 설치비용이 50 만 원이라고 할 때, 비용을 최소한으로 하려면 총 비용이 얼마가 나오겠는가? (단, 기둥 설치 외의 비용은 무시한다)

- ① 500 만 원      ② 550 만 원      ③ 600 만 원  
 ④ 650 만 원      ⑤ 700 만 원

**해설**

비용을 최소로 하기 위해선 기둥을 가능한 한 적게 설치해야한다.  
 기둥 사이의 간격을  $x$  라 할 때,  
 $200 = x \times \square$ ,  $150 = x \times \triangle$   
 $x$  는 200과 150 의 최대공약수  
 $200 = 2^3 \times 5^2$ ,  $150 = 2 \times 3 \times 5^2$   
 $\therefore x = 2 \times 5^2 = 50$  (m)  
 기둥 사이의 간격을 50m 라 할 때  
 가로  $200 = 50$  (m)  $\times 4$  (개),  
 세로  $150 = 50$ m  $\times 3$  (개)  
 직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 ”ㄷ”자 형으로 망을 설치할 때 필요한 최소의 기둥의 수는  
 $\therefore (2 \times 4) + 3 + 1 = 12$  (개)  
 이때, 기둥 한 개의 설치비용이 50 만 원이므로  
 총 비용은  $12 \times 50$  (만 원) = 600 (만 원) 이다.

32. 어떤 교차로의 신호등 A는 10초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, 신호등 B는 12초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼지며, 신호등 C는 14초 동안 켜져 있다가 4초 동안 꺼진다. 이 세 신호등이 동시에 켜진 후 다시 처음으로 동시에 켜지기까지는 몇 초가 걸리겠는가?

- ① 90초                      ② 180초                      ③ 210초  
④ 360초                      ⑤ 420초

**해설**

$10 + 2$ ,  $12 + 3$ ,  $14 + 4$ 의 최소공배수는 180이므로 180초 후에 다시 처음으로 동시에 켜진다.

33. 1에서 200까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3개인 수는 모두 몇 개인가?

- ① 6개      ② 8개      ③ 9개      ④ 12개      ⑤ 14개

해설

약수가 3개인 수는  $p$ 를 소수라 할 때  $p^2$ 인 수,  
 $13^2 = 169$ ,  $17^2 = 289$  이므로  
 $p$ 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13의 6개