

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$

2. 다음 중 소수는?

① 33

② 63

③ 57

④ 77

⑤ 101

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

따라서 소수는 101 이다.

3. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 2

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.

즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

4. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$

② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$

④ $2^3 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

5. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.

같은 방식으로

$2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로

$2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3$, $b = 1$

6. 다음 세 수의 공약수의 개수를 구하면?

$$2^3 \times 3^2 \times 5, \quad 2^2 \times 3^3 \times 7, \quad 2^3 \times 3^2$$

① 4 개

② 6 개

③ 8 개

④ 9 개

⑤ 10 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
공약수는 최대공약수의 약수이다.

따라서 $2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수가 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개) 이므로
공약수의 개수는 9 개이다.

7. a 와 15 의 공배수가 15 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값으로 적당한 것은?

① 2

② 3

③ 6

④ 10

⑤ 20

해설

a 와 15 의 공배수가 15 의 배수와 같다는 것은 a 와 15 의 최소 공배수가 15 라는 뜻이다.

따라서 a 와 15 의 최소공배수가 15 가 나오기 위해서는 a 가 15 의 약수가 되어야 한다.

8. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은?

① 129

② 672

③ 501

④ 342

⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

① 15 이하의 소수는 모두 6 개이다.

② 7 은 소수이다.

③ 모든 소수는 홀수이다.

④ 자연수는 1 , 소수, 합성수로 이루어져 있다.

⑤ 1 은 합성수이다.

해설

③ 2 는 소수이다.

⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

10. 1 에서 100 까지의 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수의 개수는?

① 17 개

② 33 개

③ 50 개

④ 67 개

⑤ 84 개

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 6 과 서로소인 수는 2 의 배수도 3 의 배수도 아닌 수이다.

100 이하의 자연수 중 2 의 배수는 50 개, 3 의 배수는 33 개, 6 의 배수는 16 개이므로

2 또는 3 의 배수의 개수는 $50 + 33 - 16 = 67$ (개)

따라서 6 과 서로소인 수는 $100 - 67 = 33$ (개)이다.

11. 다음 중 옳은 것은?

- ① 소수는 모두 홀수이다.
- ② 약수가 1 개뿐인 수를 소수라 한다.
- ③ 합성수의 약수는 3 개 이상이다.
- ④ 1 은 합성수이다.
- ⑤ 두 수가 서로소이면 두 수 중 한 수는 반드시 소수이다.

해설

- ① 2 는 유일한 짝수이다.
- ② 약수가 1 과 자기 자신 즉 2 개인 수를 소수라 한다.
- ④ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ⑤ 8 과 9 는 서로소 이지만 두 수 모두 합성수이다.

12. 두 수 $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

② $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

③ $2^3 \times 3 \times 5 \times 7$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$2^2 \times 3 \times 7, 2^3 \times 3^2 \times 5$$

최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이다.

13. $6 \times x$, $8 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 720 이라고 할 때, x 의 값은 얼마인가? (단, x 는 한 자리의 자연수이다.)

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$2 \times 3 \times x$, $2^3 \times x$, $2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 \times 5 \times x = 720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이다.

$$\therefore x = 2 \times 3 = 6$$

14. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?

① 오전 9 시

② 오전 10 시 40 분

③ 오후 1 시 10 분

④ 오후 2 시

⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)이다.

즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

15. 서로 맞물려 돌아가는 두 톱니바퀴 A, B의 톱니의 수는 각각 48개, 32개이다. 톱니가 같은 이에서 처음으로 다시 맞물리기 위해 톱니바퀴 A, B가 각각 회전해야 하는 수를 a , b 라 할 때 $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

두 톱니바퀴가 원래 모양이 되기까지 돌아간 톱니의 개수는 48과 32의 최소공배수인 96이므로 톱니바퀴 A는 $96 \div 48 = 2$ (번) 회전해야 하고, 톱니바퀴 B는 $96 \div 32 = 3$ (번) 회전해야 하므로 $a + b = 2 + 3 = 5$

16. 가로와 세로의 길이가 8cm, 세로의 길이가 16cm, 높이가 20cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이와 필요한 벽돌의 개수를 옳게 구한 것은?

① 8cm, 80 개

② 16cm, 80 개

③ 36cm, 100 개

④ 40cm, 200 개

⑤ 80cm, 200 개

해설

벽돌의 한 모서리의 길이는 8, 16, 20 의 최소공배수이므로 80 이다.

한 모서리의 길이는 80cm 이고, 필요한 벽돌의 개수는

$(80 \div 8) \times (80 \div 16) \times (80 \div 20) = 10 \times 5 \times 4 = 200$ (개) 이다.

17. 두 수 $3^a \times 5^2 \times 7$, $3^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수는 $3^2 \times 5^2$, 최소공배수는 $3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

$3^a = 3^2$ 이므로 $a = 2$,

$5^b = 5^2$ 이므로 $b = 2$,

$c = 11$ 이므로 $a + b + c = 15$ 이다.

18. $\frac{24}{n}$ 와 $\frac{40}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 합하면?

① 8

② 12

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

n 은 24, 40 의 공약수이고, 공약수는 최대공약수의 약수이다.
24 와 40 의 최대공약수는 8 이고,
8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로
따라서 합은 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이다.

19. 옛날부터 우리나라에는 십간(☿☿)과 십이지(☿☿☿)를 이용하여 매해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2011년은 신묘년이다. 다음 중 신묘년이 아닌 해는?

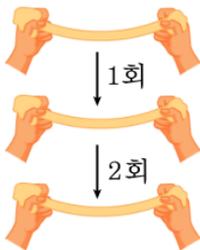
정	무	기	경	신	임	계	갑
축	인	묘	진	사	오	미	신
정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미	갑신
1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
을	병	정	무	기	경	신	
유	술	해	자	축	인	묘	
을유	병술	정해	무자	기축	경인	신묘	
2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	

- ① 1831년 ② 1881년 ③ 1951년
 ④ 2071년 ⑤ 2131년

해설

십간(☿☿)의 10가지와 십이지(☿☿☿)의 12가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2011년이 신묘년이면 1831년, 1891년, 1951년, 2071년, 2131년도 신묘년이다.

20. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘여 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?



- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
 ④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 ($2 \times 2 \times 2$) 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수(가닥)	국수의 가닥수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
⋮	⋮	⋮

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

21. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35

② 70

③ 105

④ 140

⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

22. 720 의 약수가 아닌 것은?

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720 의 약수는 $(2^4$ 의 약수) $\times(3^2$ 의 약수) $\times(5$ 의 약수)이다.

23. 최대공약수가 24인 두 자연수 a, b 에 대해 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1, 2, 24는 a, b 의 공약수이다.
- ② 12는 a, b 의 공약수이다.
- ③ a, b 의 공약수는 모두 8개이다.
- ④ 10은 a, b 의 공약수가 아니다.
- ⑤ 3, 6, 8, 36는 a, b 의 공약수이다.

해설

a, b 의 공약수는 24의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

⑤ 36은 a, b 의 공약수가 아니다.

24. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

- ① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권
- ③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권
- ④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대공약수이므로
231

볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)

지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$

연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$

공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

25. 가로, 세로의 길이가 각각 100m, 80m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?

① 10 그루

② 12 그루

③ 14 그루

④ 16 그루

⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 $x(m)$ 라 할 때,

$$100 = x \times \square, 80 = x \times \triangle$$

x 는 100과 80의 최대공약수이므로

$$100 = 2^2 \times 5^2, 80 = 2^4 \times 5$$

$$\therefore x = 2^2 \times 5 = 20 (m)$$

나무 사이의 간격을 20m라 할 때,

$$\text{가로 } 100 = 20(m) \times 5 (\text{그루})$$

$$\text{세로 } 80 = 20(m) \times 4 (\text{그루})$$

직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는

$$(5 + 4) \times 2 = 18 (\text{그루})$$

26. 어떤 자연수 A 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 또 어떤 분수 $\frac{A}{B}$ 를 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 에 각각 곱했더니 그 결과 역시 모두 자연수가 되었다. 가능한 수 중 가장 작은 A , 가장 큰 B 를 구하여 $A + B$ 를 계산하여라.

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 33 ⑤ 35

해설

자연수 A 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분모인 6, 9 의 공배수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 작은 자연수는 6 과 9 의 최소공배수인 18 이다.

분수 $\frac{A}{B}$ 에서 B 는 두 분수 $\frac{25}{6}$, $\frac{70}{9}$ 의 분자인 25, 70 의 공약수이다. 따라서 이를 만족하는 가장 큰 자연수는 25 와 70 의 최대공약수인 5 이다.

$A = 18$, $B = 5$ 이므로

$A + B = 23$ 이다.

27. 바둑돌을 다음과 같이 배열하였다. 왼쪽에서부터 50 번째까지의 빨간 바둑돌은 몇 개인가?



- ① 21 개 ② 23 개 ③ 25 개 ④ 26 개 ⑤ 28 개

해설

빨간 바둑돌은 3 개씩, 파란 바둑돌은 2 개씩, 노란 바둑돌은 1 개씩 반복된다. 따라서 다시 빨간 바둑돌이 다시 배열 될 때까지는 총 6 개의 바둑돌이 필요하다. 따라서 6 개씩 반복된다. $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로 50 번째까지 빨간 바둑돌의 개수는 3 개씩 8 번이 반복되고 2 개가 더 배열된다. 따라서 26 개이다.

28. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

① 27

② 44

③ 2×3^2

④ $2^2 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는 수이다.

29. $2^a \times 3^b \times 5^2$ 에 $\frac{2}{3^2}$ 을 곱하였더니 어떤 자연수의 제곱수가 되었다고 한다. 가능한 a, b 중 가장 작은 자연수를 a, b 라고 할 때, $a + b$ 는?

① 3

② 4

③ 5

④ 7

⑤ 8

해설

$2^a \times 3^b \times 5^2 \times \frac{2}{3^2} = 2^{(a+1)} \times 3^{(b-2)} \times 5^2$ 에서 모든 소인수의 지수가 짝수가 되도록 만드는 최소의 자연수 a, b 는 $a = 1, b = 2$ 이다. 따라서 $a + b = 1 + 2 = 3$ 이다.

30. 자연수 120 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $a + b + c + d$ 의 값은?

① 27

② 16

③ 29

④ 18

⑤ 21

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3$, $b = 3$, $c = 5$,

약수의 개수 $d = (3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16$

$\therefore a + b + c + d = 27$

31. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 약수의 개수를 나타낸 다고 할 때,
 $P(1200) = P(3^5 \times 7^n)$ 에서 n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$ 이므로

약수의 개수는 $(4 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) = 30$ (개)

$3^5 \times 7^n$ 의 약수의 개수는

$(5 + 1) \times (n + 1) = 6(n + 1)$ (개)

$6 \times (n + 1) = 30$ 이므로 $n + 1 = 5$ 이다.

$\therefore n = 4$

32. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 600 ③ 300 ④ 150 ⑤ 75

해설

$$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a} \text{가 제곱수이어야 하므로}$$

$a = 2 \times 3 \times p^2$ (p 는 자연수) 꼴의 600의 약수이다.

$$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6 \text{일 때,}$$

$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$

$$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24 \text{일 때,}$$

$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$

$$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150 \text{일 때,}$$

$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$

$$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600 \text{일 때,}$$

$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$

$$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600 \text{이므로}$$

$$\frac{a}{b} \text{의 값 중 두 번째로 큰 값은 } \frac{150}{2} = 75$$

33. 어떤 수 a 로 214, 916, 151, 448 을 나누었더니 그 나머지가 b 로 같을 때, a, b 의 값으로 알맞은 짝은 몇 개인가?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

214, 916, 151, 448 을 a 로 나눈 몫을

Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 라 할 때

$$214 = aQ_1 - b,$$

$$916 = aQ_2 - b,$$

$$151 = aQ_3 - b,$$

$$448 = aQ_4 - b \text{이다.}$$

$$214 - 151 = 63 = a(Q_1 - Q_3) \text{이므로}$$

63은 a 로 나누어 떨어진다.

마찬가지의 방법으로 두 수의 차

$916 - 214, 448 - 214, \dots$ 는 a 로 나누어 떨어진다.

63, 234, 297, 468, 702, 765 의 최대공약수는 9이므로

가능한 a 는 3, 9이다. $a = 3$ 일 때, $b = 1$

$a = 9$ 일 때, $b = 7$

(a, b) 의 순서쌍은 $(3, 1), (9, 7)$ 로 2개이다.