

1. 108 을 소인수분해하면?

① $2^2 \times 3^2$

② $2^2 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^3 \times 3^3$

해설

$$2 \overline{) 108}$$

$$2 \overline{) 54}$$

$$3 \overline{) 27}$$

$$3 \overline{) 9}$$

3

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

2. $2^4 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?

① $2^3 \times 3^2 \times 5$

② $2^3 \times 3^2$

③ $2^4 \times 3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3 \times 5$

⑤ $2^4 \times 5$

해설

제일 큰 약수는 자기 자신인 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이고, 두 번째로 큰 수는 가장 작은 소인수인 2가 한번 덜 곱해진 것이므로, $2^{4-1} \times 3^2 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이다.

3. $3^2 \times 5 \times 11^3$ 의 약수의 개수는?

① 9 개

② 12 개

③ 15 개

④ 18 개

⑤ 24 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 24$ (개)

4. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 1)(4 + 1)(5 + 1) = 120$$

$$a + 1 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

5. 다음 중 12 와 서로소인 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$12 = 2^2 \times 3$ 이므로 5 와 서로소이다.

6. $2^5 \times 3^2 \times 5^2$, 108 의 최대공약수는?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3^2$

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.

$\therefore 2^5 \times 3^2 \times 5^2, 108 = 2^2 \times 3^3$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

7. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 17일 때, 다음 중 A, B 의 공배수가 아닌 것은?

① 17

② 34

③ 51

④ 62

⑤ 85

해설

두 수의 최소공배수의 배수들이 두 수의 공배수이므로, 17의 배수 17, 34, 51, 68, 85, ...가 아닌 것은 62이다.

8. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?

① 4 명

② 6 명

③ 8 명

④ 10 명

⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 - 3, 38 - 2, 32 - 2,$
즉 $42, 36, 30$ 의 최대공약수이므로 6 명

9. 가로 길이 16cm, 세로 길이 12cm, 높이 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

① 36cm

② 48cm

③ 72cm

④ 96cm

⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24 의 최소공배수이므로 48cm 이다.

10. $\frac{28}{5}$ 과 $\frac{35}{8}$ 의 어느 것에 곱하여도 자연수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

① $\frac{32}{7}$

② $\frac{36}{7}$

③ $\frac{40}{7}$

④ $\frac{41}{7}$

⑤ $\frac{43}{7}$

해설

구하는 기약 분수를 $\frac{a}{b}$ 로 놓으면

$$a = 40, b = 7 \text{ 이므로 } \frac{a}{b} = \frac{40}{7}$$

11. 어떤 자연수 x 는 9 로 나누었더니 몫이 5 이고, 나머지는 6 보다 큰 소수였다. 자연수 x 의 값은?

① 40

② 42

③ 44

④ 50

⑤ 52

해설

$x = 9 \times 5 + y$ ($0 \leq y < 9$) 이고 y 는 6 보다 큰 소수이므로 $y = 7$ 이 되어 $x = 9 \times 5 + 7 = 52$ 이다.

12. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4^2$

② $6 \times 6 = 2^6$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 6^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 4^5$

⑤ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3}$

해설

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

② $6 \times 6 = 6^2$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

13. 다음은 골드바흐가 생각해낸 소수에 관한 추측이다. 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은?

보기

[골드바흐의 추측]

2 보다 큰 모든 짝수는 두 소수의 합으로 나타낼 수 있다.

① $12 = 5 + 7$

② $14 = 3 + 11$

③ $16 = 5 + 11$

④ $18 = 7 + 11$

⑤ $20 = 9 + 11$

해설

소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, ... 이므로 골드바흐의 추측을 설명한 것이 아닌 것은 $20 = 9 + 11$ 이다.

14. 360과 420의 소인수에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① 360의 소인수는 2개다.
- ② 420의 소인수는 3개다.
- ③ 360과 420의 소인수 개수의 차는 1이다.
- ④ 360과 420의 공통인 소인수의 개수는 2개다.
- ⑤ 360과 420의 소인수는 같다.

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로

360의 소인수는 2, 3, 5

420의 소인수는 2, 3, 5, 7

15. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)?

① 2

② 3

③ 4

④ 9

⑤ 12

해설

$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해야 할 자연수가 x 이고, 어떤 자연수를 y 라 하면 $(2^4 \times 3) \times x = y^2$ 이다.

$$x = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, \dots$$

$$= 3, 12, \dots$$

16. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최댓값은?

① 2

② 3

③ 6

④ 8

⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$2 \overline{)252}$$

$$2 \overline{)126}$$

$$3 \overline{)63}$$

$$3 \overline{)21}$$

7

252 = $2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값

중에서 가장 큰 자연수는 $A = 7$ 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

17. 다음 보기의 수들의 최소공배수를 차례대로 고른 것은?

보기

㉠ 16, 10, 12

㉡ 8, 6, 12

㉢ 4, 16, 32

① 40, 18, 16

② 240, 48, 56

③ 4, 52, 12

④ 240, 24, 32

⑤ 120, 34, 16

해설

$$\begin{array}{r} 2) \ 16 \ 10 \ 12 \\ \hline 2) \ 8 \ 5 \ 6 \\ \hline 4 \ 5 \ 3 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 4 \times 5 \times 3 = 240$ 이다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 8 \ 6 \ 12 \\ \hline 2) \ 4 \ 3 \ 6 \\ \hline 3) \ 2 \ 3 \ 3 \\ \hline 2 \ 1 \ 1 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 2 = 24$ 이다.

$$\begin{array}{r} 4) \ 4 \ 16 \ 32 \\ \hline 4) \ 1 \ 4 \ 8 \\ \hline 1 \ 1 \ 2 \end{array}$$

최소공배수는 $4 \times 4 \times 2 = 32$ 이다.

18. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 16 일 때, 100 이하의 A, B 의 공배수의 개수는?

① 4 개

② 5 개

③ 6 개

④ 7 개

⑤ 8 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 16 의 배수 중 100 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $100 \div 16 = 6.25$ 따라서 100 보다 작은 자연수의 개수는 6 개이다.

19. 어느 학교에서 홍수 피해를 입은 학생들에게 티셔츠 108 벌, 신발 120 켤레, 라면 96 박스를 똑같이 나누어 주었다. 피해 학생이 10 명 이상 20 명 이하일 때, 피해 학생은 모두 몇 명인가?

- ① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명 ④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

똑같이 나누어 받을 수 있는 피해 학생 수는 108 과 120 과 96 의 공약수이다. 그런데 공약수는 최대공약수의 약수이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 108 \quad 120 \quad 96} \\ 3 \overline{) 27 \quad 30 \quad 24} \\ \hline 9 \quad 10 \quad 8 \end{array}$$

최대공약수 : $4 \times 3 = 12$ (명)

공약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 12 (명)

공약수 중에서 10 명 이상 20 명 이하인 것은 12 명이다.

20. 가로, 세로의 길이가 각각 60 cm , 84 cm 인 직사각형 모양의 옷감을 똑같은 크기의 정사각형으로 자르려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려 한다면 처음의 옷감은 몇 개로 나누어지겠는가?

- ① 21 개 ② 24 개 ③ 30 개 ④ 35 개 ⑤ 38 개

해설

가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 60 , 84 의 최대공약수이다.
 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$
따라서 나누어지는 개수는 $(60 \div 12) \times (84 \div 12) = 35$ (개)이다.

21. 세 변의 길이가 각각 66m, 84m, 78m 인 삼각형 모양의 목장이 있다. 이 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 향나무를 심으려고 한다. 세 모퉁이는 반드시 향나무를 심어야 하며 나무의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 할 때, 향나무를 최소한 몇 그루를 준비해야 하는지 고르면?

① 6 그루

② 18 그루

③ 24 그루

④ 38 그루

⑤ 41 그루

해설

66, 84, 78 의 최대공약수는 6 이므로
 나무의 수는

$$\begin{aligned} (66 \div 6) + (84 \div 6) + (78 \div 6) &= 11 + 14 + 13 \\ &= 38 \text{ (그루)} \end{aligned}$$

22. 최대공약수가 18 이고, 최소공배수가 108 인 두 수의 차가 18 일 때, 두 수의 합은 얼마인가?

① 72

② 90

③ 108

④ 126

⑤ 144

해설

$$A = 18a, B = 18b$$

(a, b 는 서로소, $a < b$)로 놓으면

$$108 = 18 \times a \times b, a \times b = 6 \text{ 이다.}$$

$$(a, b) = (1, 6), (2, 3)$$

이때 $(A, B) = (18, 108), (36, 54)$

두 수의 차가 18 인 경우는 $(36, 54)$

따라서 두 수의 합은 90 이다.

23. 두 수의 곱이 504 이고 최소공배수가 168 일 때, 이 두 자연수의 최대 공약수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로

$$504 = (\text{최대공약수}) \times 168$$

최대공약수는 3 이다.

24. 옛날부터 우리나라에는 십간(☿☿)과 십이지(☿☿☿)를 이용하여 매 해에 이름을 붙였다. 십간과 십이지를 차례대로 짝지으면 다음과 같이 그 해의 이름을 만들 수 있다. 다음 표에서 알 수 있듯이 2010년은 경인년이다. 다음 중 경인년이 아닌 해는?

병	정	무	기	경	신	임	계
자	축	인	묘	진	사	오	미
병자	정축	무인	기묘	경진	신사	임오	계미
1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
갑	을	병	정	무	기	경	
신	유	술	해	자	축	인	
갑신	을유	병술	정해	무자	기축	경인	
2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	

- ① 1830년 ② 1890년 ③ 1950년
 ④ 2070년 ⑤ 2110년

해설

십간(☿☿)의 10 가지와 십이지(☿☿☿)의 12 가지를 계속 돌아가면서 조합이 이루어지므로 같은 이름의 년도는 60년 만에 한 번씩 돌아오게 된다. 따라서 2010년이 경인년이면 1830년, 1890년, 1950년, 2070년도 경인년이다.

25. 네 자리의 정수 $41\square 2$ 가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록 \square 안에 알맞은 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3의 배수 이므로 $41\square 2 \Rightarrow 4 + 1 + \square + 2 = 7 + \square$ 에서 \square 안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.

4의 배수는 마지막 두 자리가 4의 배수이어야 하므로 $41\square 2 \Rightarrow \square 2$ 에서

\square 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.

따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.

26. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 ‘약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 쉼니다.’ 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

27. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a + b + m + n$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

따라서 $a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$

$$a + b + m + n = 13$$

28. a, b 의 최대공약수가 36 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 16은 a, b 의 공약수이다.
- ㉡ 1, 2, 36은 a, b 의 공약수이다.
- ㉢ a, b 의 공약수는 모두 10개이다.
- ㉣ a, b 의 공약수는 모두 72의 약수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b 의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.

㉠. 16은 a, b 의 공약수가 아니다.

㉢. a, b 의 공약수는 9개이다.

29. 세 자연수 $5 \times a$, $6 \times a$, $9 \times a$ 의 최소공배수가 810 일 때, 세 수의 최대공약수는?

① 8

② 9

③ 15

④ 24

⑤ 27

해설

세 수의 최대공약수는 a 이고,
 $5 \times a$, $2 \times 3 \times a$, $3^2 \times a$ 의 최소공배수는
 $2 \times 3^2 \times 5 \times a = 810 = 2 \times 3^4 \times 5$ 이다.
따라서 $a = 3^2 = 9$ 이다.

30. 어떤 자연수를 5, 6, 8 로 나누면 모두 2 가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 수는?

① 120

② 121

③ 122

④ 123

⑤ 125

해설

어떤 자연수를 x 라 하면 $x - 2$ 는 5, 6, 8 의 공배수이다.

5, 6, 8 의 최소공배수는 120 이므로 $x - 2$ 는 120, 240, 360, ... 이다.

$x = 122, 242, 362, \dots$ 그러므로 가장 작은 수는 122

31. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되지 않는 수는?

① $2 \times 3 \times 3$

② $2^2 \times 5^2$

③ 16

④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ 81

해설

① 지수가 모두 짝수가 아니므로 자연수의 제곱이 되지 않는 수이다.

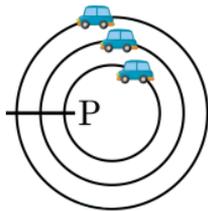
32. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 8 과 27 은 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례: 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

33. 장난감 자동차 세 대가 다음 그림과 같은 원을 따라 각각의 원주 위를 일정한 속력으로 돌고 있다. 18분 동안 A자동차는 24바퀴를 돌고, B자동차는 36바퀴, C자동차는 45바퀴를 돈다. 세 자동차가 동시에 P 지점에서 출발하여 1시간 10분 동안 일정한 속도로 돌았다면 동시에 P 지점을 몇 번 통과하는가?



- ① 9번 ② 10번 ③ 11번 ④ 12번 ⑤ 13번

해설

A, B, C 세 자동차가 한 바퀴를 도는 데 걸리는 시간은 $\frac{18}{24}$ 분,

$\frac{18}{36}$ 분, $\frac{18}{45}$ 분이다.

$\frac{18}{24}$ 분 = 45초, $\frac{18}{36}$ 분 = 30초, $\frac{18}{45}$ 분 = 24초이다.

45, 30, 24의 최소공배수는 360이므로

360초 = 6분마다 한 번씩 P 지점을 통과한다.

따라서 $70 \div 6 = 11 \cdots 4$ 이므로 11번 통과한다.