1. $3^3 \times 5^2$ 의 약수가 <u>아닌</u> 것은?

① 3 ② 5 ③ $3^2 \times 5$

④ $3^2 \times 5^2$ ⑤ 3×5^3

해설

$3^3 \times 5^2$ 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
3	3	3×5	3×5^2
3^2	3^2	$3^2 \times 5$	$3^2 \times 5^2$
3^3	3^3	$3^3 \times 5$	$3^3 \times 5^2$

2. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 12

해설

$(2+1)(n+1) = 24$
$n+1 = 8$
$\therefore\ n = 7$

3. 다음 중 세 수 108, 144, 162 의 공약수는?

① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 5$ ③ 2×3^2
④ 2×3^3 ⑤ $2^2 \times 3$

해설

세 수의 최대공약수는 2×3^2 이고
공약수는 최대공약수는 최대공약수의 약수이다.
따라서 세 수의 공약수는 1, 2, 3, 2×3, 3^2, 2×3^2 이다.

4. 두 수 $2\times x$, $7\times x$ 의 최소공배수가 42 일 때, x 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설
$2\times x$, $7\times x$ 의 최소공배수는 $2\times 7\times x=42$ 이다.
따라서 $x=3$ 이다.

5. 다음 중 336 을 소인수분해한 것으로 알맞은 것은?

① $2^3 \times 6 \times 7$ ② $2^2 \times 3 \times 7^2$ ③ $2^4 \times 3 \times 7$
④ $2^2 \times 3^3 \times 7$ ⑤ $4^2 \times 3 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r|r} 2 & 336 \\ \hline 2 & 168 \\ \hline 2 & 84 \\ \hline 2 & 42 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$336 = 2^4 \times 3 \times 7$

6. $48 \times x = y^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① 3　② 4　③ $\frac{2}{3}$　④ $\frac{1}{3}$　⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$2^4 \times 3 \times x = y^2$
가장 작은 $x = 3$,
$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$
$y = 2^2 \times 3 = 12$
$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

7. $3^3 \times a$ 는 약수의 개수가 12 인 수 중 가장 작은 홀수라고 할 때, a 에 맞는 수를 구하면?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 25 ⑤ 36

해설

$12 = 4 \times 3 = (3+1) \times (2+1)$

$3^3 \times a$ 가 홀수이므로

a 는 3 보다 큰 소수의 제곱수이므로 $5^2 = 25$

8. 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12 와 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 $1, 5, 7, 11, 13$ 의 5 개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수는 모두 5 개이다.

9. 청소년을 위한 마라톤이 이번 일요일에 개최된다. 마라톤을 하는 중간에 물은 6km 지점마다, 수건은 8km 지점마다 준비된다고 한다. 마라톤이 시작되고 3km 지점에 물과 수건이 처음으로 준비된 후, 다음에 처음으로 물과 수건이 함께 준비된 것은 몇 km 후인지 나눗셈을 이용하여 구하여라.

▶ 답: ______ km

▷ 정답: 27 km

해설

6 과 8 의 최소공배수를 나눗셈을 이용하여 구하면 된다. 최소공배수는 24 이므로 물과 수건이 함께 준비된 것은 $3 + 24 = 27(\text{km})$ 이다.

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 6 & 8 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

10. 어떤 자연수로 25를 나누어, 37을 나누어, 61을 나누어 항상 1 이 남는다고 한다. 이러한 수로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

구하는 수는 $25-1=24$, $37-1=36$, $61-1=60$ 의 공약수이다. 따라서 구하고자 하는 수는 $24, 36, 60$ 의 최대공약수의 약수와 같다.

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 24 & 36 & 60 \\ \hline 2 & 12 & 18 & 30 \\ \hline 3 & 6 & 9 & 15 \\ \hline & 2 & 3 & 5 \end{array}$$

최대공약수가 12 이므로, 어떤 자연수는 $1, 2, 3, 4, 6, 12$ 가 될 수 있다.

11. 운동장을 한 바퀴 도는데 형은 45 초 걸리고, 동생은 60 초가 걸린다고 한다. 형과 동생이 같은 지점에서 같은 방향으로 출발해서 형이 a 바퀴, 동생이 b 바퀴 돈 후에, 처음 출발한 곳에서 다시 만났다. $a+b$ 의 값은?

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

두 사람이 출발한 곳에서 처음 다시 만날 때까지 걸리는 시간은 45 와 60 의 최소공배수 180 이다.
형은 $180 \div 45 = 4$(바퀴) , 동생은 $180 \div 60 = 3$(바퀴) 이다.
$\therefore a + b = 4 + 3 = 7$

12. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 <u>않은</u> 것은?

① 35　　② 70　　③ 105　　④ 140　　⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 $35, 70, 105, 140, \cdots$ 이다.

13. 자연수 a 의 약수의 개수를 $n(a)$ 로 나타낼 때, $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$ 을 만족시키는 자연수 x 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$, $162 = 2 \times 3^4$ 에서
$n(240) = (4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$
$n(162) = (1+1) \times (4+1) = 10$
$n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$
$20 \div 10 \times n(x) = 20$
$\therefore\ n(x) = 10$
$10 = 5 \times 2 = (4+1)(1+1)$ 이므로
가장 작은 $x = 2^4 \times 3 = 48$
$\therefore\ 48$

14. 다음 중 옳은 것은?

① 6 과 21 은 서로소이다.
② 3, 5, 7, 9 는 소수이다.
③ 가장 작은 소수는 1 이다.
④ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
⑤ 20 의 소인수는 3 개이다.

해설
① 6 과 21 의 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.
② $9 = 3^2$ 이므로 소수가 아니다.
③ 가장 작은 소수는 2 이다.
⑤ $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2 개이다.

15. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2 ② 3^3 ③ 2^3
④ 3×5 ⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

16. 자연수 N 을 2 에서 8 까지의 자연수로 나누면 나머지는 모두 1 이다. 이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 의 최소공배수는 840 이므로 구하는 수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

17. 세 수 $2\times7^4,\ 2^a\times3\times7^3,\ 2\times b^c\times7^d$ 의 최대공약수가 2×7^3 이고, 최소공배수가 $2^3\times3\times5^2\times7^5$ 일 때, $a\times b-c\times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

최대공약수가 2×7^3 ,
최소공배수가 $2^3\times3\times5^2\times7^5$ 이므로
$a=3,\ b=5,\ c=2,\ d=5$
$\therefore\ a\times b-c\times d=3\times5-2\times5=5$

18. 두 자연수 $A,\ B$ 에서 $A \times B$ 의 값이 1440 이고, 최대공약수가 12 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수의 합은?

① 11　　② 36　　③ 72　　④ 84　　⑤ 108

해설

최소공배수를 L 이라 하면 $1440 = 12 \times L$ 이므로 $L = 120$

$$\begin{array}{r|cc} 12 & A & B \\ \hline & a & b \end{array}$$

$12 \times a \times b = 120$

$a \times b = 10$ (단, $a,\ b$ 는 서로소)

$A = 12 \times a,\ B = 12 \times b$ 이고 $A > B$ 라 하면

$a = 10,\ b = 1$ 또는 $a = 5,\ b = 2$

(ⅰ) $a = 10,\ b = 1$ 일 때

$A - B = 10 \times 12 - 1 \times 12 = 108$

(ⅱ) $a = 5,\ b = 2$ 일 때

$A - B = 5 \times 12 - 2 \times 12 = 36$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 $60,\ 24$ 이다.

19. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A\times\frac{20}{9}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

구하려는 분수를 $A=\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$\frac{20}{9}\times\frac{b}{a}=(\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b\text{는 } 9\text{의 배수} \\ a\text{는 } 20\text{의 약수} \end{cases}$

$\frac{25}{12}\times\frac{b}{a}=(\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b\text{는 } 12\text{의 배수} \\ a\text{는 } 25\text{의 약수} \end{cases}$

즉, $\frac{b}{a}=\frac{(9,\ 12\text{의 공배수})}{(20,\ 25\text{의 공약수})}\cdots$㉠ 이다.

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$\frac{b}{a}=\frac{(9,\ 12\text{의 최소공배수})}{(20,\ 25\text{의 최대공약수})}$

$\therefore A=\frac{b}{a}=\frac{36}{5}$

따라서 $A\times\frac{20}{9}=\frac{36}{5}\times\frac{20}{9}=4\times4=16$ 이다.

20. 네 자리의 자연수 364 $\square$ 에 250 을 더하면 9 의 배수가 될 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 2　② 3　③ 5　④ 7　⑤ 9

해설

364 $\square$ + 250 이 9 의 배수가 되기 위해서는

$3+6+4+\square+2+5=20+\square$ 가 9 의 배수이면 된다.

$\therefore \square=7$

21. $2^a = 32,\ 5^b = 625$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$2^5 = 32,\ 5^4 = 625$ 이므로 $a \times b = 20$ 이다.

22. 다음 주어진 수 중에서 소인수가 다른 것은?

① 144　② 216　③ 72　④ 96　⑤ 98

해설

① $2^4 \times 3^2$

② $2^3 \times 3^3$

③ $2^3 \times 3^2$

④ $2^5 \times 3$

⑤ 2×7^2

23. $\dfrac{85+x}{210}$ 를 약분하여 기약분수로 만들었더니 분자가 7 의 배수였다. 이것을 만족하는 자연수 x 중 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$210 = 2\times3\times5\times7$ 이므로,
$\dfrac{85+x}{210}$ 를 약분하여 기약분수로 만들었더니 분자가 7 의 배수였다는 것은,
$85+x = 7^2\times a$ 의 형태가 된다는 뜻이다.
$\therefore$ x 중 가장 작은 수$=13$

24. 한 업체에서 배 392 개, 바나나 588 개, 사과 980 개, 귤 1372 개을 똑같이 나누어서 만든 선물세트를 되도록 많은 고객들에게 나주어 주고자 한다. 상품세트의 개수를 x 라고 각 선물세트에 들어있는 과일들의 개수를 차례대로 a , b , c , d 라 할 때, $(a \times b \times c \times d) - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

선물세트의 개수는 392, 588, 980, 1372 의 최대공약수이므로 196

배의 개수 : $392 \div 196 = 2$

바나나의 개수 : $588 \div 196 = 3$

사과의 개수 : $980 \div 196 = 5$

귤의 개수 : $1372 \div 196 = 7$

따라서 $(a \times b \times c \times d) - x$ 의 값은

$(a \times b \times c \times d) - x = (2 \times 3 \times 5 \times 7) - 196 = 210 - 196 = 14$

25. 화장실 바닥의 가로와 세로의 길이가 각각 300 cm, 270 cm인 화장실 벽의 적당한 높이에 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 띠처럼 둘러 붙이려고 한다. 타일을 쪼개지 않고 붙이려고 할 때, 가능한 타일의 한 변의 길이가 아닌 것은?

① 1 cm ② 2 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 10 cm

해설

타일의 한 변의 길이가 300과 270의 공약수이면 타일을 쪼개지 않고 붙일 수 있다.
$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$, $270 = 2 \times 3^3 \times 5$이므로
두 수의 최대공약수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$이다.
따라서 타일의 한 변의 길이는 1 cm, 2 cm, 3 cm, 5 cm, 6 cm, 10 cm, 15 cm, 30 cm가 가능하다.