1. 6의 약수의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

2. $2^4 = a$, $3^b = 27$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 8,\ b = 2$ ② $a = 8,\ b = 3$ ③ $a = 16,\ b = 2$
④ $a = 16,\ b = 3$ ⑤ $a = 32,\ b = 4$

해설

$2^4 = 16$, $3^3 = 27$ 이므로 $a = 16$, $b = 3$ 이다.

3. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 2 는 소수이다.
② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.
③ 1 은 소수가 아니다.
④ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
⑤ 소수는 약수가 1 개뿐이다.

해설
소수는 약수가 2 개이다.

4. 다음<보기> 중 소인수분해가 옳지 않은 것을 <u>모두</u> 고르면?

보기

㉠ $52 = 13 \times 5$　　㉡ $20 = 2^2 \times 5$

㉢ $80 = 2^4 \times 5$　　㉣ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

㉤ $84 = 2^2 \times 3^3$

① ㉠,㉤　　② ㉡,㉥　　③ ㉡,㉣

④ ㉣,㉤　　⑤ ㉠,㉢,㉣

해설

㉠ $52 = 2^2 \times 13$

㉤ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

5. 다음 수의 소인수의 합을 구하여라.

60

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로

소인수는 2, 3, 5 이다.

따라서 소인수의 합은 $2 + 3 + 5 = 10$ 이다.

6. 세 자연수 A, 54, 126 의 최대공약수가 18 일 때, 다음 중 A 가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 18 ② 30 ③ 36 ④ 90 ⑤ 144

해설

세 자연수 A, 54, 126 의 최대공약수가 18 이므로 A 는 약수로 18 을 가진다.
따라서 18 을 약수로 갖지 않는 ② 30 은 A 가 될 수 없다.

7. 세 수 $2\times3^2\times5,\ 2^2\times3\times7,\ 2^3\times5\times7$ 의 최소공배수는?

① $2^3\times5^2\times7$ ② $2\times3\times5^2$ ③ $2^3\times3^2\times5$
④ $2^2\times3^2\times5\times7$ ⑤ $2^3\times3^2\times5\times7$

해설
$2\times3^2\times5,\ 2^2\times3\times7,\ 2^3\times5\times7$
최소공배수 : $2^3\times3^2\times5\times7$

8. 어떤 수와 126 의 최소공배수가 378 이라고 한다. 어떤 수가 될 수 있는 두 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 27

▷ 정답: 54

해설

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$
$378 = 2 \times 3^3 \times 7$
어떤 수 : 3^3, 2×3^3

9. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 28 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 7 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 28 의 배수 중 200 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $200 \div 28 = 7.14 \cdots$ 따라서 200 보다 작은 자연수의 개수는 7 개이다.

10. $15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수가 180 이라고 할 때 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 180$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

11. 빨간 색종이 63 장과 파란 색종이 45 장, 노란 색종이 36 장을 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : ________ 명

▷ 정답 : 9 명

해설

세 수의 최대공약수를 구한다.

$$\begin{array}{r|rrr} 3 & 63 & 45 & 36 \\ \hline 3 & 21 & 15 & 12 \\ \hline & 7 & 5 & 4 \end{array} \quad \therefore 3 \times 3 = 9$$

12. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1번 ② 2번 ③ 3번 ④ 4번 ⑤ 5번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$144 \div 48 = 3$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3번 회전한 후이다.

13. 세 수 $2^2 \times 3 \times 5$, 90, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 6

▷ 정답: 2520

해설

$$
\begin{array}{rl}
 & 2^2 \times 3 \times 5 \\
 90= & 2 \times 3^2 \times 5 \\
 & 2^3 \times 3^2 \times 7 \\
\hline
\text{최대공약수}: & 2 \times 3 = 6 \\
\text{최소공배수}: & 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520
\end{array}
$$

14. 두 분수 $\frac{81}{n}$, $\frac{72}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

n 은 81, 72 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
81 와 72 의 최대공약수는 9 이다.
9 의 약수는 1, 3, 9 이다.
따라서 13 이다.

15. 200 과 $2^2 \times x$ 의 최대공약수가 20 일 때, x 의 최솟값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이고 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로

$x = 5$

16. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4　　② 9　　③ 16　　④ 25　　⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5, 280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 $1, 4$ 이다.

17. 가로의 길이가 54cm, 세로의 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는
54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90 의 최대공약수이므로
$54 = 2 \times 3^3$
$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$
$90 = 2 \times 3^2 \times 5$
최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$
$\therefore\ a = 18$
정육면체의 개수는
$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90$ (개)
$\therefore\ b = 90$
$\therefore\ \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$

18. 원주 위를 같은 방향으로 일정한 속도로 움직이는 세 점 A, B, C 가 있다. 점 A 는 한 바퀴 도는데 6 초가 걸리고, 점 B 는 1 분에 30 바퀴, 점 C 는 1 분에 12 바퀴를 돈다고 한다. 세 점 A, B, C 가 동시에 원주 위의 점 P 를 통과한 후, 15 분 동안 동시에 점 P 를 몇 번 통과 하는지 구하여라.

▶ 답: 번

▷ 정답: 30 번

해설

한 바퀴 도는데 A 는 6 초, B 는 $\frac{1}{30}$ 분 (=2 초), C 는 $\frac{1}{12}$ 분 (=5 초) 가 걸린다.
그러므로 점 P 에서 동시에 출발한 후 처음으로 점 P 를 통과하는 데는 $6, 2, 5$ 의 최소공배수인 30 초가 걸린다.
따라서 점 P 를 15 분, 즉 900 초 동안 동시에 통과하는 횟수는 $900 \div 30 = 30$ (번) 이다.

19. 4 로 나누면 3 이 남고, 5 로 나누면 4 가 남고, 6 으로 나누면 5 가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

4, 5, 6 으로 나누면 항상 1 이 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x+1$ 은 4, 5, 6 의 공배수이다.
4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 60 의 배수 중 가장 작은 수는 60 이다.
따라서 $x+1=60$ 이므로 $x=59$ 이다.

20. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{48}{7}$ ③ $\frac{8}{105}$ ④ $\frac{48}{105}$ ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b\text{는 } 16\text{의 배수} \\ a\text{는 } 21\text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b\text{는 } 24\text{의 배수} \\ a\text{는 } 35\text{의 약수} \end{cases}$$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{(16,\ 24\text{의 공배수})}{(21,\ 35\text{의 공약수})} \cdots$ ㉠ 이다.

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$\frac{b}{a} = \frac{(16,\ 24\text{의 최소공배수})}{(21,\ 35\text{의 최대공약수})}$

$\therefore\ \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$

21. 자연수 N 을 80 으로 나누면 몫이 2 이고 나머지가 r 이다. r 의 약수가 5 개일 때, N 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 176

해설

$N = 80 \times 2 + r$ 이고 r 의 약수가 5 개이므로,
r 은 80 보다 작은 수 중 약수가 5 개인 수이다.
약수가 5 개이려면 반드시 같은 수의 제곱이 포함되므로,
$1, 4, 16, 25, 36, 49, 64$ 중 약수가 5 개인 수를 찾으면 된다. $\rightarrow$
$r = 16$
$\therefore N = 80 \times 2 + 16 = 176$

22. 자연수 $\frac{540}{n}$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 고르면?

① 15, 60, 135, 540
② 5, 60, 180, 540
③ 5, 45, 180, 270
④ 3, 15, 90, 270
⑤ 5, 15, 180, 270

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$,

$\frac{540}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 자연수 n 은

$n = 3 \times 5$, $n = 2^2 \times 3 \times 5$, $3^3 \times 5$, $2^2 \times 3^3 \times 5$ 이다.

23. 4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수를 구하여라. (단, $x \times y \times z$ 와 $x \times z \times y$ 와 같이 곱하는 순서만 다른 식도 서로 다른 방법이다.)

▶ 답 : ____________ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

$4719 = 3 \times 1573 = 3 \times 11 \times 143 = 3 \times 11 \times 11 \times 13$

따라서,

4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수

i) (3, 11, 13)

3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 $= 3 \times 2 = 6$

ii) (3, 11, 11), (11, 11, 13)

3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 $= 3$

$3 \times 2 = 6$

$\therefore\ 6 + 6 = 12$(가지)

24. 세 자리 수 997 은 소수이다. 이 사실을 이용하여 여섯 자리 수 997997 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 16 개

해설

$997997 = 997 \times 1001 = 997 \times 7 \times 143 = 7 \times 11 \times 13 \times 997$,

$\therefore$ 997997 의 약수의 개수$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 개

25. 10 부터 100 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3 개인 수는 모두 몇 개인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)^2 이므로
10 이상 100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 5^2, 7^2 의 2 개