

1. 6의 약수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 6개

해설

6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.
따라서 4개다.

2. $2^4 = a$, $3^b = 27$ 을 만족하는 a , b 의 값을 각각 구하면?

① $a = 8$, $b = 2$

② $a = 8$, $b = 3$

③ $a = 16$, $b = 2$

④ $a = 16$, $b = 3$

⑤ $a = 32$, $b = 4$

해설

$2^4 = 16$, $3^3 = 27$ 이므로 $a = 16$, $b = 3$ 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 2 는 소수이다.

② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.

③ 1 은 소수가 아니다.

④ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.

⑤ 소수는 약수가 1 개뿐이다.

해설

소수는 약수가 2 개이다.

4. 다음 <보기> 중 소인수분해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $52 = 13 \times 5$

㉡ $20 = 2^2 \times 5$

㉢ $80 = 2^4 \times 5$

㉣ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

㉤ $84 = 2^2 \times 3^3$

① ㉠, ㉤

② ㉡, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

㉠ $52 = 2^2 \times 13$

㉤ $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

5. 다음 수의 소인수의 합을 구하여라.

60

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로

소인수는 2, 3, 5 이다.

따라서 소인수의 합은 $2 + 3 + 5 = 10$ 이다.

6. 세 자연수 A , 54, 126 의 최대공약수가 18 일 때, 다음 중 A 가 될 수 없는 것은?

① 18

② 30

③ 36

④ 90

⑤ 144

해설

세 자연수 A , 54, 126 의 최대공약수가 18 이므로 A 는 약수로 18 을 가진다.

따라서 18 을 약수로 갖지 않는 ② 30 은 A 가 될 수 없다.

7. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는?

① $2^3 \times 5^2 \times 7$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3^2 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$$2 \times 3^2 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7, 2^3 \times 5 \times 7$$

$$\text{최소공배수: } 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

8. 어떤 수와 126의 최소공배수가 378이라고 한다. 어떤 수가 될 수 있는 두 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 54

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

$$378 = 2 \times 3^3 \times 7$$

어떤 수 : $3^3, 2 \times 3^3$

10. $15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수가 180 이라고 할 때 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$15 \times x$, $20 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 180$ 이다.
따라서 $x = 3$ 이다.

11. 빨간 색종이 63 장과 파란 색종이 45 장, 노란 색종이 36 장을 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 9명

해설

세 수의 최대공약수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63 \quad 45 \quad 36} \\ 3 \overline{) 21 \quad 15 \quad 12} \quad \therefore 3 \times 3 = 9 \\ \quad 7 \quad 5 \quad 4 \end{array}$$

12. 톱니의 수가 각각 48 개, 72 개인 두 톱니바퀴 A, B 가 서로 맞물려 돌고 있다. 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도 몇 번 회전한 후인가?

① 1번

② 2번

③ 3번

④ 4번

⑤ 5번

해설

48 과 72 의 최소공배수는 144

$$144 \div 48 = 3$$

따라서 두 톱니바퀴가 같은 이에서 다시 맞물리는 것은 A 가 적어도

3번 회전한 후이다.

13. 세 수 $2^2 \times 3 \times 5$, 90 , $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 2520

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3 \times 5 \\ 90 = 2 \times 3^2 \times 5 \\ \hline 2^3 \times 3^2 \times 7 \end{array}$$

최대공약수 : $2 \times 3 = 6$

최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520$

14. 두 분수 $\frac{81}{n}$, $\frac{72}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

n 은 81, 72 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
81 와 72 의 최대공약수는 9 이다.

9 의 약수는 1, 3, 9 이다.

따라서 13 이다.

15. 200 과 $2^2 \times x$ 의 최대공약수가 20 일 때, x 의 최솟값은?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이고 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로

$$x = 5$$

16. 160 와 280 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것을 바르게 고르면?

① 4

② 9

③ 16

④ 25

⑤ 27

해설

$160 = 2^5 \times 5$, $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 두수의 최대공약수는 $2^3 \times 5 = 40$ 이다.

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로 40 의 약수인 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40 중에서 제곱수는 1, 4이다.

17. 가로 길이가 54cm, 세로 길이가 $2 \times 3^2 \times 6$ cm, 높이가 90cm 인 직육면체를 가능한 한 가장 큰 정육면체로 가득 채우려고 한다. 이때, 사용되는 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm, 정육면체의 개수를 b 개라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는

54, $2 \times 3^2 \times 6$, 90의 최대공약수이므로

$$54 = 2 \times 3^3$$

$$2 \times 3^2 \times 6 = 2^2 \times 3^3$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

최대공약수는 $2 \times 3^2 = 18$

$$\therefore a = 18$$

정육면체의 개수는

$$(54 \div 18) \times (108 \div 18) \times (90 \div 18) = 3 \times 6 \times 5 = 90 \text{ (개)}$$

$$\therefore b = 90$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{90}{18} = 5$$

19. 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남고, 6으로 나누면 5가 남는 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 59

해설

4, 5, 6으로 나누면 항상 1이 부족하므로 구하는 수를 x 라 하면 $x+1$ 은 4, 5, 6의 공배수이다.

4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 60의 배수 중 가장 작은 수는 60이다.

따라서 $x+1=60$ 이므로 $x=59$ 이다.

20. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

① $\frac{8}{7}$

② $\frac{48}{7}$

③ $\frac{8}{105}$

④ $\frac{48}{105}$

⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{1}$ 이다.

①을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

21. 자연수 N 을 80 으로 나누면 몫이 2 이고 나머지가 r 이다. r 의 약수가 5 개일 때, N 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 176

해설

$N = 80 \times 2 + r$ 이고 r 의 약수가 5 개이므로,
 r 은 80 보다 작은 수 중 약수가 5 개인 수이다.

약수가 5 개이려면 반드시 같은 수의 제곱이 포함되므로,
1, 4, 16, 25, 36, 49, 64 중 약수가 5 개인 수를 찾으면 된다. \rightarrow
 $r = 16$

$$\therefore N = 80 \times 2 + 16 = 176$$

22. 자연수 $\frac{540}{n}$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 고르면?

① 15, 60, 135, 540

② 5, 60, 180, 540

③ 5, 45, 180, 270

④ 3, 15, 90, 270

⑤ 5, 15, 180, 270

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5,$$

$\frac{540}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 자연수 n 은

$n = 3 \times 5, n = 2^2 \times 3 \times 5, 3^3 \times 5, 2^2 \times 3^3 \times 5$ 이다.

23. 4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수를 구하여라.
(단, $x \times y \times z$ 와 $x \times z \times y$ 와 같이 곱하는 순서만 다른 식도 서로 다른 방법이다.)

▶ 답: 가지

▷ 정답: 12가지

해설

$$4719 = 3 \times 1573 = 3 \times 11 \times 143 = 3 \times 11 \times 11 \times 13$$

따라서,

4719 를 3 개의 자연수의 곱으로 나타내는 모든 방법의 수

i) (3, 11, 13)

3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 = $3 \times 2 = 6$

ii) (3, 11, 11), (11, 11, 13)

3 개의 인수를 나열하는 방법의 수 = 3

$$3 \times 2 = 6$$

$$\therefore 6 + 6 = 12(\text{가지})$$

24. 세 자리 수 997 은 소수이다. 이 사실을 이용하여 여섯 자리 수 997997 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$$997997 = 997 \times 1001 = 997 \times 7 \times 143 = 7 \times 11 \times 13 \times 997,$$

\therefore 997997 의 약수의 개수 = $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ 개

25. 10 부터 100 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3개인 수는 모두 몇 개인가?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로

10 이상 100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 5^2 , 7^2 의 2 개