

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 5 는 5 의 약수이다.
- ② 6 은 6 의 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ④ 15 는 15 의 배수인 동시에 약수이다.
- ⑤ 7 은 7 의 약수이지만 배수는 아니다.

해설

모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다. 따라서 ⑤이다.

2. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?

① $26 = 2 \times 13$

② $36 = 2^3 \times 3^2$

③ $42 = 6 \times 7$

④ $54 = 2^2 \times 3^3$

⑤ $128 = 2^8$

해설

② $2^2 \times 3^2$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ 2×3^3

⑤ 2^7

3. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a + b + c) \times (x + y + z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 60

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$$

$$\therefore (a + b + c) \times (x + y + z) = (2 + 3 + 5) \times (3 + 1 + 2) = 10 \times 6 = 60$$

4. 다음 중 360 의 소인수를 모두 구한 것은?

① 1, 2, 3

② 2, 3

③ 2

④ 3, 5

⑤ 2, 3, 5

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

5. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① 54

② 24

③ 40

④ 56

⑤ 16

해설

① $54 = 2 \times 3^3 \rightarrow 8$ 개

② $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow 8$ 개

③ $40 = 2^3 \times 5 \rightarrow 8$ 개

④ $56 = 2^3 \times 7 \rightarrow 8$ 개

⑤ $16 = 2^4 \rightarrow 5$ 개

6. 두 수 $2^4 \times 5^4$, $2^3 \times 5^m \times 7$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 일 때, m 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3$ 이고

$2^4 \times 5^4$ 에서 5 의 지수가 4 이므로

$2^3 \times 5^m \times 7$ 에서 5 의 지수가 3 이어야 한다.

따라서 $m = 3$

7. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.

$\therefore a + b + c = 12$

8. 두 자연수의 곱이 540 이고 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면

$A \times B = L \times G$ 이므로

$540 = 60 \times G$ 이다.

$\therefore G = 9$

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $2^4 = 8$

㉡ $5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 = 5^3 \times 7^2$

㉢ $3^2 = 2^3$

㉤ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^3}$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^8}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉥

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉥

해설

㉠ $2^4 = 16$

㉢ $3^2 \neq 2^3$

㉥ $\frac{1}{5^2 \times 5^4} = \frac{1}{5^6}$

10. 자연수 $360 \times n$ 이 자연수의 제곱이 된다고 할 때, n 이 될 수 있는 것을 모두 구하시오. (단, n 은 160 미만의 자연수이다.)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 40

▷ 정답 : 90

해설

$360 \times n = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 n 은 2×5 이다.

따라서 n 이 될 수 있는 160 미만의 수는

$$2 \times 5 = 10$$

$$2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$\therefore 10, 40, 90$

11. 54 와 72 의 공약수 중에서 3 의 배수인 약수를 a 개라 할 때 a 의 약수의 개수는?

① 2

② 3

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

최대공약수 : 18

18 의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18 이므로 3 의 배수인 약수는 4 개이다.

4 를 a 라 할 때 a 의 약수의 개수는 $2^2 = (2 + 1) = 3$

12. 두 자연수의 최소공배수가 14 일 때, 두 자연수의 공배수를 나타낸 것은?

① 1, 3, 7, 21

② 4, 16, 64, ...

③ 14, 28, 42, 56, ...

④ 2, 4, 8, 16, 32, ...

⑤ 14, 28, 42

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 14의 배수이다.

13. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.

되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가?

① 2 명

② 3 명

③ 4 명

④ 5 명

⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대 공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ 3 \overline{) \quad 6 \quad 9} \end{array} \quad \therefore 2 \times 3 = 6 \text{ 명}$$

2 3

14. 천을 가공하는 공장에서 가로, 세로의 길이가 각각 60cm, 90cm 인 천을 남는 부분 없이 정사각형 모양의 조각으로 자르려고 한다. 잘려진 조각의 넓이를 가장 크게 하려고 할 때, 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 30cm

해설

자르려고 하는 정사각형 모양의 합판의 한 변의 길이는 60 과 90 의 공약수이다.

그런데 잘려진 조각의 넓이를 가장 크게 한다고 했으므로 한 변의 길이는 60 과 90 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60 \quad 90} \\ 3 \overline{) 30 \quad 45} \\ 5 \overline{) 10 \quad 15} \\ \hline 2 \quad 3 \end{array} \quad \therefore 2 \times 3 \times 5 = 30(\text{cm})$$

15. 가로, 세로의 길이가 각각 12 cm, 20 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장

② 12 장

③ 13 장

④ 15 장

⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 20 의 최소공배수인 60 cm 이다. 가로는 $60 \div 12 = 5$ (장), 세로는 $60 \div 20 = 3$ (장) 이 필요하므로 필요한 카드의 수는 $5 \times 3 = 15$ (장) 이다.

16. 6으로 나누면 5가 남고, 8로 나누면 7이 남고, 9로 나누면 8이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수는?

① 901

② 941

③ 959

④ 935

⑤ 999

해설

구하는 수를 n 이라 하면

$n = (6, 8, 9 \text{의 공배수}) - 1$ 인 수이다.

6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.

세 자리 자연수 중 가장 큰 72의 배수는 936이다.

$$\therefore n = 936 - 1 = 935$$

17. 두 수 $2^3 \times 5^a \times 7$, $2^4 \times 5^5 \times 7^b$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$, 최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$ 이므로 $a = 3$,
최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 이므로 $b = 3$
따라서 $a + b = 6$ 이다.

18. $7^x = 343$ 을 만족하는 x 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$7^3 = 343$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

19. T, S, L 은 $T \times S \times L = 715$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이때, $T + S + L$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$715 = 5 \times 11 \times 13$ 이고, 합의 최솟값을 구하므로, T, S, L 는 5, 11, 13 이 된다.

20. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

a, b 의 공약수는 24의 약수이므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24
32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32
따라서 $a, b, 32$ 의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

21. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

22. 진아와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.



답 :

요일



정답 : 화요일

해설

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.

4 월 1 일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30 일 후인 5 월 1 일 화요일이다.

23. 어떤 수 N 을 8 로 나누었을 때 몫이 k 이고 나머지가 $k-1$ 인 두 자릿수 N 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 71

해설

$$N = 8k + (k - 1) = 9k - 1 \text{ 이고,}$$

$k - 1 < 8$ 이므로 k 의 최댓값은 8 이다.

$$\therefore \text{두 자릿수 } N \text{ 중 가장 큰 수} = 9 \times 8 - 1 = 71$$

24. $2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수가 45 개가 되기 위한 가장 작은 a 의 값은?

① 2

② 3

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수의 개수는

$(4+1) \times (a \text{의 지수} + 1) \times (2+1) = 45$ 으로 계산된다. (a 의 지수) + 1 = 3이 되어야 한다.

그러므로 $9 = 3^2$ 이다.

25. 50 보다 큰 두 자리의 자연수 A 와 21 의 최대공약수가 7 이다. 이러한 자연수 A 는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$50 < A < 99$ 이고 7 의 배수이다.

$$7 \overline{) A \quad 21}$$

$$a \quad 3$$

그런데, a 는 3 의 배수가 되면 안되므로

A 는 50 보다 큰 7 의 배수 56, 63, 70, 77, 84, 91, 98 중 3 의 배수를 제외하면 5 개이다.

$\therefore$ 5 개