

1. 부등식 $ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 의 해가 모든 실수이기 위한 a 의 조건은?
(a, b 는 실수)

① $a = b$ 이고 $-1 < a < 1$

② $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

③ $a = b$ 이고 $-3 < a < 3$

④ $a = b$ 이고 $-4 < a < 4$

⑤ $a = b$ 이고 $-5 < a < 5$

해설

$$ax - b^2 > bx + a^2 - 8 \text{에서}$$

$(a - b)x - b^2 - a^2 + 8 > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립해야 하므로

$$a = b$$

$$\therefore -2a^2 + 8 > 0 \quad 2a^2 < 8$$

$$\therefore a^2 < 4 \text{ 이므로 } -2 < a < 2$$

$$\text{즉 } a = b \text{ 이고 } -2 < a < 2$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 5 > 4x - 1 \\ 3 - x \leq 2x + 6 \end{cases}$ 의 해 중에서 정수의 개수를 구하여
라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4개

해설

정리하면 $x < 3$, $-1 \leq x$
 $x = -1, 0, 1, 2$ 이므로 4개이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0 \\ |x - 1| \leq 3 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $-3 \leq x \leq 2$

② $-2 \leq x \leq 2$

③ $-1 \leq x \leq 2$

④ $0 \leq x \leq 2$

⑤ $2 \leq x \leq 3$

해설

$$x^2 + x - 6 \leq 0 \text{에서}$$

$$(x + 3)(x - 2) \leq 0$$

$$-3 \leq x \leq 2 \cdots (가)$$

$$|x - 1| \leq 3 \text{에서}$$

$$-3 \leq x - 1 \leq 3$$

$$-2 \leq x \leq 4 \cdots (나)$$

$$(가), (나) \text{에서 } -2 \leq x \leq 2$$

4. $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 의 해가 $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a-3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b-2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a = 2b, \quad a+b = 3b > 0 \rightarrow b > 0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx - 3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

5. 연립부등식 $3(2x-1) \leq 2(x+6)$, $2(x+6) \leq 5(x+1)$ 에 대하여 해를 구하면?

① $\frac{7}{3} < x < \frac{15}{4}$

② $\frac{7}{3} \leq x < \frac{15}{4}$

③ $2 \leq x < 5$

④ $\frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$

⑤ $\frac{7}{3} < x < 5$

해설

$$3(2x-1) \leq 2(x+6) \Rightarrow 6x-3 \leq 2x+12$$

$$\Rightarrow 4x \leq 15 \Rightarrow x \leq \frac{15}{4}$$

$$2(x+6) \leq 5(x+1) \Rightarrow 2x+12 \leq 5x+5$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{7}{3}$$

$$\therefore \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$$

6. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{1} \begin{cases} 3x - 2 > -2x + 3 \\ 2(x + 1) \geq 8 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} -\frac{x}{2} \leq \frac{1}{4} - x \\ -0.2x - 1 \geq -1.2x - 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{3} \begin{cases} 7x - 1 > 4x + 11 \\ 3x - 3 \leq 1 - 2x \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} 2x > 6 \\ -x \geq -3 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} 2x - 3x \leq 7 \\ x + 1 > 5 \end{cases}$$

해설

$$\textcircled{1} x \geq 3$$

$$\textcircled{2} -2 \geq x \leq \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{3} x \geq 4 \text{ 또는 } x \leq \frac{4}{5} \text{ 이므로 해가 없다.}$$

$$\textcircled{4} x > 3 \text{ 또는 } x \leq 3 \text{ 이므로 해가 없다.}$$

$$\textcircled{5} x > 4$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 2(x+a) \leq 6 \\ 3b \leq 3x-3 \end{cases}$ 의 해가 $-1 \leq x \leq 2$ 일 때 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 식을 정리하면

$$\begin{cases} x \leq 3-a \\ b+1 \leq x \end{cases}$$

$$\therefore b+1 \leq x \leq 3-a$$

$$b+1 = -1, 3-a = 2$$

$$\therefore b = -2, a = 1$$

$$\therefore a+b = -1$$

8. 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x - 1 \leq 3 \end{cases}$ 의 해집합이 공집합이 되기 위한 a 의 값 중 가장 작은 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{cases} x > a \\ x - 1 \leq 3 \end{cases} \quad \text{가 공집합이려면 } a \geq 4$$

a 의 가장 작은 값은 4

9. 어떤 자연수의 2 배에서 6 을 뺀 수는 9 보다 작고, 27 에서 그 자연수의 3 배를 뺀 수도 9 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 자연수를 구하면?

① 4

② 5

③ 6

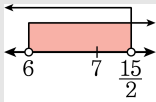
④ 7

⑤ 8

해설

$$\begin{cases} 2x - 6 < 9 \\ 27 - 3x < 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x < 9 + 6 \\ -3x < 9 - 27 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x < \frac{15}{2} \\ x > 6 \end{cases}$$



$$\therefore x = 7$$

10. x 에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $a < b$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ② $a < b$ 일 때, $x \leq -1$, $x \leq 3$ 이다.
- ③ $a < 0$ 일 때, $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ④ $b < 0$ 일 때, $x \leq -1$, $x \geq 3$ 이다.
- ⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$ 이면 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

ii) $a > b$ 이면

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 3$$

11. 이차부등식 $(x+1)^2 \leq k(x^2 - x + 1)$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때, 실수 k 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$(x+1)^2 \leq k(x^2 - x + 1)$$

$$(k-1)x^2 - (k+2)x + k-1 \geq 0$$

모든 x 에 대해 성립하려면,

$k-1 > 0$, 판별식이 0보다 작거나 같다

$$D = (k+2)^2 - 4(k-1)(k-1) \leq 0 \text{에서}$$

$$\{(k+2) - 2(k-1)\}\{(k+2) + 2(k-1)\}$$

$$= (-k+4)k \leq 0$$

$$\therefore k(k-4) \geq 0, \quad k \leq 0 \text{ 또는 } k \geq 4$$

$$\therefore k \geq 4 (\because k > 1) \quad \therefore \text{최솟값: } 4$$

12. x 에 대한 이차부등식 $x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 일 때 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 + ax + b > 0$ 의 해가 $x < 1$ 또는 $x > 4$ 이라면
 $(x - 1)(x - 4) > 0$ 에서 $x^2 - 5x + 4 > 0$ 이므로
 $a = -5, b = 4$ 따라서 $a + b = -1$

13. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 방정식 $f(2x-3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 2$

$f(2x-3) = 0$ 에서 $2x-3 = \alpha, 2x-3 = \beta$

$$\therefore x = \frac{\alpha+3}{2}, \frac{\beta+3}{2}$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } \frac{(\alpha+\beta)+6}{2} = 4$$

14. 모든 실수 x 에 대하여 곡선 $y = x^2 + (k-2)x + 3$ 의 그래프가 직선 $y = x + 2$ 의 그래프보다 항상 위쪽에 있기 위한 실수 k 의 값의 범위는?

① $1 < k < 5$

② $1 \leq k \leq 5$

③ $k \leq -1, k \leq 5$

④ $k < 1, k > 5$

⑤ $k \leq 1, k \geq 5$

해설

곡선의 그래프가 직선의 그래프보다 위쪽에 있으려면 $x^2 + (k-2)x + 3 > x + 2$

$$\therefore x^2 + (k-3)x + 1 > 0$$

위의 부등식이 항상 만족해야 하므로

방정식 $x^2 + (k-3)x + 1 = 0$ 의 판별식 D 가 $D < 0$ 이어야 한다.

$$D = (k-3)^2 - 4 < 0$$

$$k^2 - 6k + 5 < 0$$

$$\therefore 1 < k < 5$$

15. $1 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $ax < 4 + x - x^2$ 이 항상 성립할 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $a < 1$ ② $a < 2$ ③ $a < 3$ ④ $a < 4$ ⑤ $a < 5$

해설

부등식 $ax < 4 + x - x^2$ 에서 $x^2 + (a-1)x - 4 < 0$

$1 \leq x \leq 2$ 에서

이 부등식이 항상 성립해야 하므로

방정식 $x^2 + (a-1)x - 4 = 0$ 의 한 근이 1 보다 작고, 다른 한 근은 2 보다 커야 한다.

$f(x) = x^2 + (a-1)x - 4$ 로 놓으면

$f(1) = 1 + (a-1) - 4 < 0$ 에서 $a < 4 \dots \textcircled{\text{㉠}}$

$f(2) = 4 + 2(a-1) - 4 < 0$ 에서 $a < 1 \dots \textcircled{\text{㉡}}$

$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $a < 1$

16. 이차방정식 $x^2 + 4mx - 3m = 0$ 의 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작도록 하는 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m > \frac{2}{9}$

② $m > \frac{1}{7}$

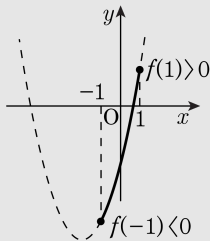
③ $m > -\frac{1}{3}$

④ $m < -\frac{1}{3}$

⑤ $m < \frac{2}{9}$

해설

$f(x) = x^2 + 4mx - 3m$ 으로 놓을 때,
 $f(x) = 0$ 의 근이 한 근은 -1 과 1 사이에 있고, 또 한 근은 -1 보다 작아야 하므로



$$f(-1) = 1 - 4m - 3m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{7}$$

$$f(1) = 1 + 4m - 3m > 0 \Rightarrow m > -1$$

$$\therefore m > \frac{1}{7}$$

17. 연립부등식
$$\begin{cases} 1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2 \\ 3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2} \\ 0.9x \leq 6 \end{cases}$$
 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, $a - b$

의 값을 구하면?

① -9

② -5

③ -2

④ 2

⑤ 9

해설

i) $1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2$,

$0.4x \leq 5.2$, $x \leq 13$

ii) $3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2}$ 의 양변에 4 를 곱하면 $12 - (x-2) <$

$2(2x-3)$, $x > 4$

iii) $0.9x \leq 6$

$\frac{9}{9}x \leq 6$

$x \leq 6$

$\therefore 4 < x \leq 6$

18. 다음 조건을 동시에 만족하는 x 의 범위는?

(가) $2x - y = -5$

(나) $-x < 2y < 3(x + 6)$

① $x > 8$

② $x < -2$

③ $-8 < x < -2$

④ $-2 < x < 8$

⑤ $-8 < x < 2$

해설

$2x - y = -5 \Rightarrow y = 2x + 5$ 를 부등식에 대입하면,
 $-x < 2(2x + 5) < 3(x + 6)$

$$\begin{cases} -x < 2(2x + 5) \\ 2(2x + 5) < 3(x + 6) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -x < 4x + 10 \\ 4x + 10 < 3x + 18 \end{cases}$$

정리하면 $\begin{cases} x > -2 \\ x < 8 \end{cases}$ 이므로 $-2 < x < 8$ 이다.

19. 부등식 $[x-1]^2 + 3[x] - 3 < 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $-2 \leq x < 1$

② $-2 \leq x < 0$

③ $-1 \leq x < 1$

④ $-1 \leq x < 0$

⑤ $0 \leq x < 2$

해설

$$x - 1 = A \text{라 하면 } x = A + 1$$

$$\therefore [A]^2 + 3[A + 1] - 3 = [A]^2 + 3[A] + 3 - 3 < 0$$

$$[A]([A] + 3) < 0 \quad \therefore -3 < [A] < 0$$

$$-2 \leq A < 0 \quad \therefore -2 \leq x - 1 < 0 \text{ 이므로}$$

$$-1 \leq x < 1$$

20. 두 부등식 $x^2 - 2x - 8 > 0$,
 $x^2 - (2a + 1)x + a^2 + a < 0$ 에 대하여 공통범위가 존재하지 않도록
하는 실수 a 의 범위를 $b \leq a \leq c$ 라 할 때, $b + c$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(x - 4)(x + 2) > 0,$$

$$\therefore x > 4, x < -2$$

$$x^2 - (2a + 1)x + a(a + 1) < 0$$

$$(x - a)(x - a - 1) < 0$$

두 부등식의 공통범위가 없으려면

$$a \geq -2, a + 1 \leq 4 \rightarrow a \leq 3$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 3$$

$$\therefore b = -2, c = 3$$

$$\therefore b + c = 1$$