

1. 이차방정식 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때, m 의 값은?
(단, $m > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 2(m+1)x + 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야
하므로

$$\left\{ -2(m+1) \times \frac{1}{2} \right\}^2 = 4$$

$$(m+1)^2 = 4$$

$$m^2 + 2m - 3 = 0 \rightarrow (m+3)(m-1) = 0$$

$$\therefore m > 0 \text{ 이므로 } m = 1$$

2. 다음 두 이차방정식이 중근을 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$x^2 + 4x = a, x^2 + ax + b = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 + 4x - a = 0$ 이 중근을 가지려면 $(x + 2)^2 = 0$ 꼴이 되어야 한다.

$$\therefore -a = 4, a = -4$$

$x^2 - 4x + b = 0$ 이 중근을 가지려면 $b = 4$ 이어야 한다.

$$\therefore a + b = (-4) + 4 = 0$$

3. 이차방정식 $x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 이차방정식 $(m - 6)x^2 - 6x - 10 = 0$, $x^2 - (m - 5)x - 6 = 0$ 이 공통으로 가지는 근을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x = -1$

해설

$x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$m + 6 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2 = 16$$

$$\therefore m = 10$$

$4x^2 - 6x - 10 = 0$ 에서 $2(2x - 5)(x + 1) = 0$ 이므로

$$x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

$x^2 - 5x - 6 = 0$ 에서 $(x + 1)(x - 6) = 0$ 이므로

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 공통으로 가지는 근은 $x = -1$ 이다.

4. 이차방정식 $x^2 - 2(x + A) - 5 = 0$ 이 $x = B$ 를 중근으로 가질 때, 상수 A, B 에 대하여 AB 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $AB = -3$

해설

$x^2 - 2x - 2A - 5 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$-2A - 5 = \left(\frac{-2}{2}\right)^2 = 1$$

$$\therefore A = -3$$

즉, $x^2 - 2x + 1 = 0$ 이므로 $(x - 1)^2 = 0, x = 1$

$$\therefore A = -3, B = 1$$

그러므로 $AB = -3$ 이다.

5. 이차방정식 $(2x-3)^2 = K$ 이 중근을 갖고 그 근을 a 라고 할 때, $a+K$ 의 값은? (단, K 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$$K = 0, a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + K = \frac{3}{2}$$

6. 이차방정식 $\frac{x^2}{4} + (a-1)x + 4 = 0$ 중근을 가질 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{x^2}{4} + (a-1)x + 4 = 0$$

양변에 4 를 곱하면

$$x^2 + 4(a-1)x + 16 = 0$$

$$\left\{ \frac{4(a-1)}{2} \right\}^2 = 16$$

$$4(a-1)^2 = 16$$

$$a-1 = \pm 2, a = 3 (\because a > 0)$$

7. x 에 관한 이차방정식 $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$ 이 중근 a 를 가질 때, ak 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

중근을 가지려면, $-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$-x^2 + 4kx - 3k^2 - 4 = -(x^2 - 4kx + 3k^2 + 4)$$

$$\therefore \left(-4k \times \frac{1}{2}\right)^2 = 3k^2 + 4$$

$$4k^2 = 3k^2 + 4, k^2 = 4$$

$$\therefore k = \pm 2$$

$k = \pm 2$ 을 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2 \pm 8x + 16 = 0$$

$$\therefore x = \pm 4$$

$\therefore k = 2$ 일 때, 중근 $a = 4$ 또는 $k = -2$ 일 때, 중근 $a = -4$

$$\therefore ak = 8$$

8. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 8x + 15 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

해설

$$x^2 + 8x + 15 - m = 0$$

$$4^2 = 15 - m$$

$$\therefore m = -1$$

9. 이차방정식 $4x^2 - 12x + 1 - k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $-\frac{1}{4}kx^2 - 3x - 2 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$4x^2 - 12x + 1 - k = 0$ 이 중근을 가지므로
 $1 - k = 9$, $k = -8$ 이다.

$-\frac{1}{4}kx^2 - 3x - 2 = 0$ 에 $k = -8$ 을 대입하면

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{1}{2} \times 2 = -1$ 이다.