

1. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 않은 것은?

- ① $f(-1) = -1$ ② $f(0) = -2$ ③ $f(1) = 1$
④ $f(2) = 2$ ⑤ $f(3) = 7$

해설

③ $f(1) = 1^2 - 2 = -1$

2. x 축에 대해 대칭인 것끼리 짝지은 것은?

㉠ $y = -2x^2$	㉡ $y = -\frac{1}{4}x^2$	㉢ $y = -\frac{1}{3}x^2$
㉤ $y = 3x^2$	㉥ $y = \frac{1}{2}x^2$	㉦ $y = \frac{1}{4}x^2$

- ① ㉠,㉤ ② ㉡,㉥ ③ ㉢,㉤ ④ ㉡,㉥ ⑤ ㉤,㉥

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

3. 아래 이차함수의 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나타내어라.

㉠ $y = 2x^2$	㉡ $y = -5x^2$
㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$	㉣ $y = -x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

▶ 정답 : ㉢

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

4. 점(2, 5)는 이차함수 $y = 2x^2 + q$ 위의 점일 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① (-3, 0)

② (0, 3)

③ (0, -3)

④ (3, 0)

⑤ (-3, 3)

해설

$y = 2x^2 + q$ 의 그래프가 점 (2, 5)를 지나므로

$$5 = 2(2)^2 + q \quad \therefore q = -3$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (0, -3)이다.

5. 이차함수 $y = 2(x + 3)^2$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ 위로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ 직선 $x = 3$ 을 축으로 한다.
- ㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.
- ㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프와 포물선의 폭이 같다.
- ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

- ㉠ 아래로 볼록한 포물선이다.
- ㉡ $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ㉢ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$ 이다.
- ㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프이다.

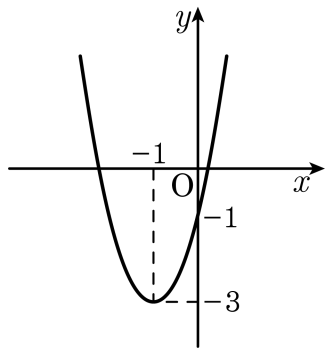
6. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 4$ 의 그래프의 축의 방정식을 $x = m$, 이차함수 $y = -2(x-5)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 축의 방정식을 $x = n$ 라 할 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -8 ⑤ 0

해설

$y = (x+3)^2 - 4$ 의 축의 방정식은 $x = -3$, $y = -2(x-5)^2 + \frac{1}{2}$ 의 축의 방정식은 $x = 5$ 이다.
따라서 $m - n = -8$ 이다.

7. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은?



- ① $y = 2(x + 1)^2 - 3$ ② $y = 2(x - 1)^2 - 3$
③ $y = -2(x + 1)^2 - 3$ ④ $y = 2(x + 1)^2 + 3$
⑤ $y = 2(x - 1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x + 1)^2 - 3$ 이다.

8. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 했더니 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = -2x^2 \Rightarrow y = -2(x - 3)^2 + 1$$

$$a = -2(2 - 3)^2 + 1 = -1$$

9. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
- ㉡ $y = 2x^2$ 와 $y = \frac{1}{2}x^2$ 은 x 축에 대하여 대칭이다.
- ㉢ $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ㉣ $y = ax^2$ 의 대칭축은 x 축이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉡ $y = 2x^2$ 와 $y = -2x^2$ 이 x 축에 대하여 대칭이다.
- ㉣ $y = ax^2$ 의 대칭축은 y 축이다.

10. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 A(2, p), B(q , 2)를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q < 0$)

- ① $y = 2x - 3$ ② $y = -2x + 3$ ③ $y = 2x + 4$
④ $y = -2x + 4$ ⑤ $y = 2x - 4$

해설

(2, p)를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

(q , 2)를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1 \therefore q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

(2, 8), (-1, 2)를 지나는 직선의 방정식은

$$(기울기) = \frac{8-2}{2-(-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 (2, 8)을 대입하면 $8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$ 이다.

11. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 있는 점은?

보기

- ㉠ $(2, -4)$ ㉡ $(-4, -16)$ ㉢ $(3, 9)$
㉤ $(-4, -32)$ ㉥ $(4, -2)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수를 $f(x) = ax^2$ 이라 하자.
 $f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a$, $f(5) = 25a$ 이므로 $25a - a = -24$, $24a = -24$, $a = -1$ 이다.
 $\therefore f(x) = -x^2$
㉠ $f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \quad \therefore (2, -4)$
㉤ $f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \quad \therefore (-4, -16)$
따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉡이다.

12. 다음은 이차함수 $y = ax^2 (a \neq 0)$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① y 축을 축으로 한다.
 - ② 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
 - ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
 - ④ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.
 - ⑤ $y = -ax^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0,0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.
 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.
 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다. 따라서 ⑤가 옳지 않다.

13. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (단, $a < 0$)(정답 2개)
- ① x 축에 대하여 대칭이다
 - ② 곡선 모양이 아래로 볼록하다.
 - ③ y 의 값의 범위가 $y \leq 0$ 이다.
 - ④ a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
 - ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

해설

- ① y 축에 대해 대칭이다.
- ② $a < 0$ 이므로 위로 볼록하다.
- ③ 위로 볼록이고 꼭짓점이 원점이므로 $y \leq 0$
- ④ $y = ax^2$ 의 그래프는 $|a|$ 이 클수록 폭이 좁고, 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
- ⑤ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

14. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 $(-4, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$

이므로 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$ 이고, x 의 값이 -4 이므로 대입하면 $y = -2$ 이다. 따라서 $k = -2$ 이다.

15. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프에서 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 함수의 식은 $y = -3(x - 2)^2$ 이다.
 - ② 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 (2, 0) 이다.
 - ④ 위로 볼록한 그래프이다.
 - ⑤ $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이므로 $y = -3(x-2)^2$ 이다. 꼭짓점의 x 좌표는 2 이고 y 좌표는 0 이므로 (2, 0) 이고, x 축으로 평행이동하면 축의 방정식이 $x = p$ 로 변하므로 $x = 2$ 이다. 위로 볼록한 그래프이고 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $x > 2$ 인 범위에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

16. 다음 중 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 + 2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
 - ② 꼭짓점의 좌표는 (4, 2)이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
 - ④ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
 - ⑤ $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = 2(x - 4)^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이고 꼭짓점은 (4, 2), 축의 방정식은 $x = 4$ 이다. $1 < 2$ 이므로 $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다. 아래로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

17. 이차함수 $y = -3(x + 4)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $a + p + q$ 의 값은?

① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

해설

$y = ax^2$ 을 x 축으로 p 만큼, y 축으로 q 만큼 평행이동한 식은 $y = a(x - p)^2 + q$ 이다.

$$\therefore a = -3, \quad p = -4, \quad q = -2$$

$$\therefore a + p + q = -3 + (-4) + (-2) = -9$$

18. 이차함수 $y = 2x^2$ 이 점 $(2, 10)$ 을 지나도록 하기 위하여 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였다. 이때, q 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 2x^2 + q$ 에 $(2, 10)$ 을 대입하면
 $10 = 2 \times 4 + q$
 $\therefore q = 2$

19. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, 4)$ 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = -2x^2 + 4x + 2$

② $y = -2x^2 - 4x + 2$

③ $y = -2x^2 + 4x - 2$

④ $y = -2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = -2x^2 + 4x - 4$

해설

$$y = -2(x - 1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$$

20. $y = \frac{4}{3}(x+2)^2 - 4$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -2$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

21. 이차함수 $y = 3(x - 4)^2 - 5$ 의 그래프를 y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 구하면?

① $y = 3(x - 4)^2 - 2$

② $y = -3(x - 4)^2 - 5$

③ $y = 3(x - 1)^2 - 5$

④ $y = -3(x - 1)^2 - 2$

⑤ $y = -3(x - 4)^2 + 2$

해설

y 축 방향으로 3만큼 평행이동하면

$$y = 3(x - 4)^2 - 5 + 3 = 3(x - 4)^2 - 2$$

x 축에 대하여 대칭이동하면

$$-y = 3(x - 4)^2 - 2$$

$$y = -3(x - 4)^2 + 2$$

22. 다음 이차함수를 $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이 $(p, -5)$ 라고 할 때, apq 의 값은?

$y = ax^2 + 6x + q$

- ① -45
- ② -54
- ③ -66
- ④ -76
- ⑤ -80

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) - 5 \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{2px}{3} + \frac{p^2}{3} - 5 \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$
 $p = 6, p = -9, q = 22$ 이므로 $apq = -66$ 이다.

23. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 10$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼,
 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2$ 와
포개어졌다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-1-p)^2 + 10 + q \\&= -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2 \\-1-p &= 4, p = -5 \\10+q &= -2, q = -12 \\\therefore pq &= 60\end{aligned}$$

24. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 이차함수 $y = x^2 + 6x + 2$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $m - n$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 6 ③ -3 ④ -5 ⑤ -8

해설

$$\begin{aligned} y &= (x - m)^2 + 1 + n = x^2 + 6x + 2 = (x + 3)^2 - 7 \\ m &= -3, n = -8 \\ \therefore m - n &= 5 \end{aligned}$$

25. 다음 보기의 이차함수 중 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$

㉡ $y = -3x^2 + 6x + 2$

㉢ $y = x^2 - 2x + 3$

㉣ $y = 2x^2 + 4x + 5$

㉤ $y = -x^2 + 4x$

㉥ $y = -x^2 + 2x + 2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2$, 꼭짓점이 $(0, 2)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉡ $y = -3(x-1)^2 + 5$, 꼭짓점이 $(1, 5)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉢ $y = (x-1)^2 + 2$, 꼭짓점이 $(1, 2)$ 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 만나지 않는다.

㉣ $y = 2(x+1)^2 + 3$, 꼭짓점이 $(-1, 3)$ 인 아래로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 만나지 않는다.

㉤ $y = -(x-2)^2 + 4$, 꼭짓점이 $(2, 4)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

㉥ $y = -(x-1)^2 + 3$, 꼭짓점이 $(1, 3)$ 인 위로 볼록한 그래프가 그려진다.

$\therefore x$ 축과 두 점에서 만난다.

$\therefore x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만나는 것은

㉠, ㉡, ㉤, ㉥

26. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

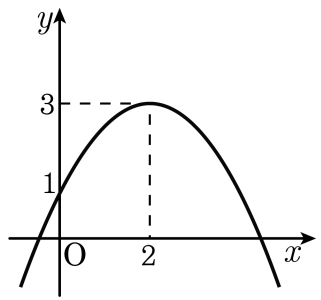
27. 이차함수 $y = -x^2 + 6x - 8$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 직선 $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.
- ④ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

- $y = -(x - 3)^2 + 1$
① 축의 방정식 $x = 3$
② $y \leq 1$
③ 꼭짓점 $(3, 1)$
⑤ x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

28. 다음 그림과 같은 그래프를 갖는 이차함수의 식을 고르면?



① $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

② $y = \frac{1}{2}x^2 - x + 2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4$

④ $y = -2x^2 + 2x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 4$

해설

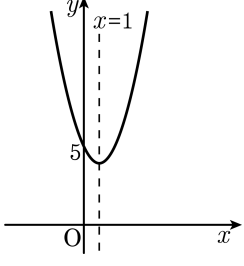
꼭짓점이 $(2, 3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + 3$

또 y 절편이 1 이므로 $4a + 3 = 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$$

29. 다음 그림은 직선 $x = 1$ 을 축으로 하는 이차 함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. b , c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -2$

▷ 정답 : $c = 5$

해설

$y = (x - 1)^2 + q$ 에서 $(0, 5)$ 를 대입하면 $q = 4$ 이다.

$\therefore y = (x - 1)^2 + 4 = x^2 - 2x + 5$

$\therefore b = -2, c = 5$

30. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점의 좌표가 $(0, 2)$ 이고 점 $(1, -2)$ 와 $(-1, 4)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(1, -2)$ 를 지나므로 $-2 = a + b + c$ 이다.

점 $(0, 2)$ 를 지나므로 $c = 2$

점 $(-1, 4)$ 를 지나므로 $a - b + c = 4$

$\therefore a = -1, b = -3, c = 2$

31. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 3), (1, b + 5), (-1, 2a)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$a = 2, b = 1, c = 3$

$\therefore a + b + c = 2 + 1 + 3 = 6$

32. 포물선 $y = ax^2 + 10x - 12$ 과 x 축이 두 점 A(1, 0), B(b , 0) 에서 만날 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = ax^2 + 10x - 12$ 에 A(1, 0) 을 대입하면

$0 = a + 10 - 12$, $a = 2$ 이다.

$y = 2x^2 + 10x - 12$ 이므로

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x - 1)(x + 6) = 0$$

$x = 1$ 또는 $x = -6$ 이다.

$b = -6$ 즉, B(-6, 0)

$$\therefore a + b = -4$$

33. 축의 방정식이 $x = 1$ 이고, 점 $(-2, 0)$ 을 지나며 y 절편이 3 인 이차함수의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{8}$

해설

축이 $x = 1$ 이므로 $y = a(x - 1)^2 + q$

두 점 $(-2, 0), (0, 3)$ 을 지나므로

$$0 = a(-2 - 1)^2 + q, 9a + q = 0$$

$$3 = a(0 - 1)^2 + q, a + q = 3$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{3}{8}, q = \frac{27}{8}$$

$$y = -\frac{3}{8}(x - 1)^2 + \frac{27}{8}$$

따라서 $x = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{27}{8}$ 을 갖는다.

34. 이차함수 $y = -ax^2 + 4ax + 5$ 의 최댓값이 -3 일 때, 상수 a 의 값은?

① -8

② -4

③ -2

④ 2

⑤ 4

해설

$$y = -ax^2 + 4ax + 5$$

$$y = -a(x^2 - 4x + 4 - 4) + 5$$

$$y = -a(x - 2)^2 + 4a + 5$$

최댓값은 $4a + 5 = -3$ 이므로 $a = -2$ 이다.

35. 이차함수 $y = -x^2 - 4mx$ 의 최댓값이 16 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.(단, $m > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -x^2 - 4mx = -(x + 2m)^2 + 4m^2$$

최댓값이 16 이므로 $4m^2 = 16$

$m > 0$ 이므로 $m = 2$ 이다.

36. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 6$ 이 $x = 1$ 일 때 최솟값 5를 가진다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + 6 \\&= a(x-1)^2 + 5 \\&\quad (\because x=1 \text{일 때, 최솟값 } 5 \text{를 가진다.}) \\&= a(x^2 - 2x + 1) + 5 \\&= ax^2 - 2ax + a + 5 \\\therefore a + 5 &= 6, \quad -2a = b \\\therefore a &= 1, \quad b = -2 \\\therefore a + b &= 1 + (-2) = -1\end{aligned}$$

37. 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 가 $x = 1$ 일 때 최솟값 3을 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -6$

▷ 정답 : $c = 6$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 3) 이므로
 $y = 3(x - 1)^2 + 3$ 을 전개하면 $y = 3x^2 - 6x + 6$
따라서 $b = -6, c = 6$ 이다.

38. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4

② 32

③ 43

④ -26

⑤ -64

해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x + 16)$ 이다.

$$y = x(x + 16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$$

$$y = (x + 8)^2 - 64$$

39. 합이 16 인 두 수가 있다. 이 두수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 50

② 62

③ 64

④ 79

⑤ 83

해설

두 수를 각각 x , $16 - x$ 라고 하면

$$y = x(16 - x)$$

$$= -x^2 + 16x$$

$$= -(x^2 - 16x + 64 - 64)$$

$$= -(x - 8)^2 + 64$$

$x = 8$ 일 때, 최댓값 64 을 갖는다.

40. 둘레의 길이가 24m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① 30 cm^2

② 32 cm^2

③ 34 cm^2

④ 36 cm^2

⑤ 38 cm^2

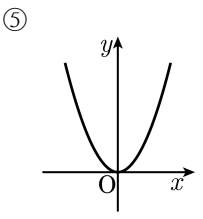
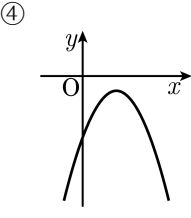
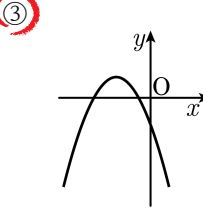
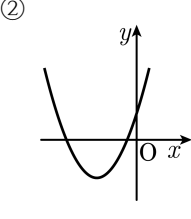
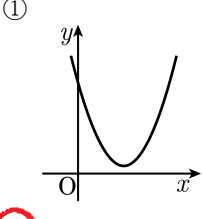
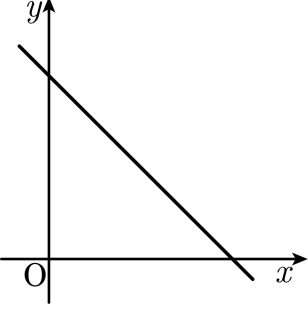
해설

가로의 길이를 $x\text{ m}$, 세로의 길이를 $(24 - x)\text{ m}$, 넓이를 $y\text{ m}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(24 - x) \\&= -x^2 + 24x \\&= -(x^2 - 24x + 144 - 144) \\&= -(x - 12)^2 + 144\end{aligned}$$

따라서 $x = 12$ 일 때 넓이의 최댓값은 144 m^2 이다.

41. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.

42. 포물선 $f(x) = ax^2 + bx + 4$ 는 점 $(-1, 4)$ 를 지나고, $g(x) = mx^2 + nx + p$ 는 점 $(5, -2)$ 를 지난다. 두 포물선이 y 축에 대하여 대칭일 때, 포물선 $g(x)$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $\left(\frac{1}{2}, \frac{61}{16}\right)$
 ② $\left(\frac{1}{2}, \frac{31}{8}\right)$
 ③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{63}{16}\right)$
- ④ $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$
 ⑤ $\left(\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$

해설

두 포물선 $f(x)$, $g(x)$ 가 y 축에 대하여 대칭이므로 $f(x)$ 는 점 $(-1, 4)$ 와 점 $(-5, -2)$ 를 지난다.

$f(x) = ax^2 + bx + 4$ 에 두 점 $(-1, 4), (-5, -2)$ 를 대입하면 $a - b + 4 = 4$ 이므로 $a = b$ 이다.

$$25a - 5b + 4 = -2$$

$$20a = -6$$

$$a = b = -\frac{3}{10}$$

$$f(x) = -\frac{3}{10}x^2 - \frac{3}{10}x + 4 = -\frac{3}{10}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{163}{40}$$

따라서 $f(x)$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$ 이므로 $g(x)$ 의

꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{163}{40}\right)$ 이다.

43. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

44. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

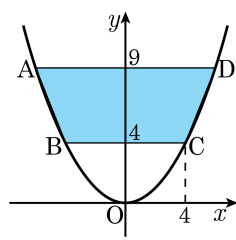
④ 4

⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$ 이다.
 $\alpha - \beta = 2$ 이므로
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $4 = a^2 - 4a + 4$
 $a^2 - 4a = 0$
 $a(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4이다.

45. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 네 꼭짓점이 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있는 사다리꼴이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$y = ax^2$ 에 점 $C(4, 4)$ 를 대입하면

$$4 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$y = \frac{1}{4}x^2$ 에서 A, D 의 y 좌표가 9이므로

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

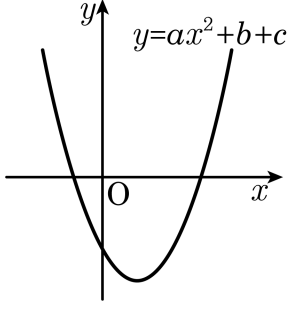
$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

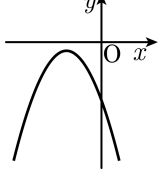
$\overline{AD} = 12$, $\overline{BC} = 8$ 이므로

$$\therefore (\text{□ABCD의 넓이}) = (12 + 8) \times 5 \times \frac{1}{2} = 50$$

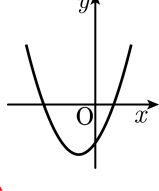
46. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



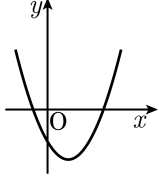
①



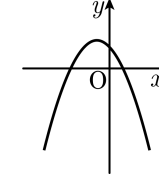
②



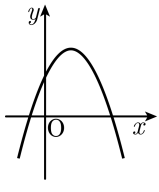
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x

좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

47. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

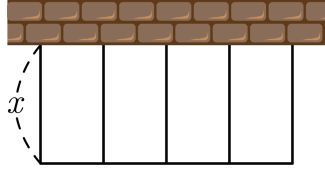
$$y = x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k$$

$$\text{최솟값 } m = -\frac{k^2}{4} + k$$

$$m = -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k-2)^2 + 1$$

$k = 2$ 일 때, m 은 최댓값 1 을 갖는다.

48. 60m 의 철망으로 다음 그림과 같이 담장을 이용하여 똑같은 크기의 직사각형 모양의 담장을 4 개 만들려고 한다. 4 개의 담장의 넓이의 합의 최댓값은?

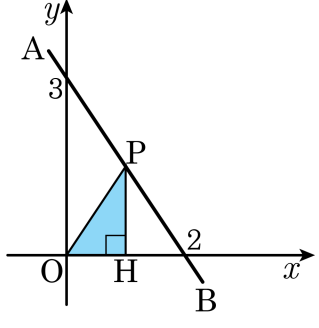


- ① 140m^2 ② 160m^2 ③ 180m^2
 ④ 200m^2 ⑤ 240m^2

해설

담장 한 개의 가로 길이는 $\frac{60-5x}{4}$
 담장의 넓이의 합은 $x\left(\frac{60-5x}{4}\right) \times 4 = x(60-5x)$ 이다.
 $\therefore -5x^2 + 60x = -5(x^2 - 12x + 36) + 180$
 $= -5(x-6)^2 + 180$

49. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle POH$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{AB}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0, 3)$, $(2, 0)$ 을 지나므로

$$y = -\frac{3}{2}x + 3$$

H 점의 좌표를 $(a, 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle POH &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a - 1)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

50. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

① 1 초 ② 2 초 ③ 3 초 ④ 4 초 ⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned} h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\ &= -5(t - 3)^2 + 67 \end{aligned}$$

$$t = 3 \text{ 일 때, 최댓값 } h = 67$$