

1. 우이령을 경계로 북한산과 도봉산으로 나누어진 ‘북한산 국립공원’에서 북한산을 오를 수 있는 등산로의 매표소 수는 43개라고 한다. 한 매표소로 올라가서 다른 매표소로 내려오는 경우의 수는?

① 1849 가지

② 903 가지

③ 1806 가지

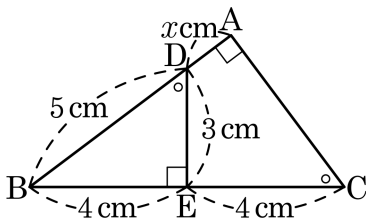
④ 1608 가지

⑤ 1849 가지

해설

올라갈 때 매표소는 43개이고,
내려올 때 다른 매표소는 42개이다.
따라서 $43 \times 42 = 1806$ (가지)이다.

2. 다음 그림에서 $\angle BED = \angle DAC = 90^\circ$ 이고, $\angle BDE = \angle ACB$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{5}$

해설

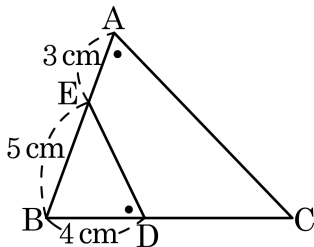
$\angle BED = \angle DAC = 90^\circ$ 이고, $\angle BDE = \angle ACB$ 이므로 $\triangle BED \sim \triangle BAC$ (AA 닮음) 이다.

$$\overline{BE} : \overline{BA} = \overline{BD} : \overline{BC}$$

$4 : (5 + x) = 5 : (4 + 4)$ 이므로 $5(5 + x) = 32$, $5x = 7$ 이다.

따라서 $x = \frac{7}{5}$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\angle A = \angle BDE$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\angle B$ 가 공통이고, $\angle A = \angle BDE$ 이므로

$\triangle ABC \sim \triangle DBE$ 이다.

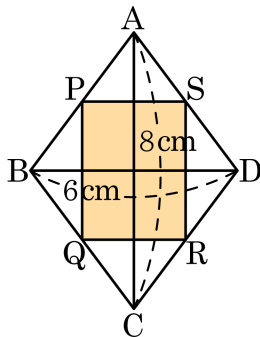
$\overline{AB} : \overline{DB} = 8 : 4 = 2 : 1$ 이므로

닮음비가 $2 : 1$

$2 : 1 = (4 + \overline{CD}) : 5$

$\therefore \overline{CD} = 6\text{cm}$

4. 다음 그림과 같은 마름모 $\square ABCD$ 에서 네 변의 중점을 연결하여 만든 $\square PQRS$ 의 넓이를 구하면?



① 12cm^2

② 14cm^2

③ 18cm^2

④ 20cm^2

⑤ 24cm^2

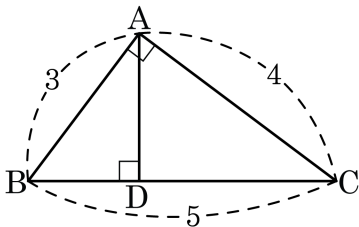
해설

마름모의 네 변의 중점을 연결한 사각형은 직사각형이 되고,

$$\overline{PS} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4\text{cm} \text{ 이므로}$$

($\square PQRS$ 의 넓이) $= 3 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 그림의 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, $\triangle ABD$, $\triangle CAD$, $\triangle CBA$ 의 넓이의 비는?



① $1 : 2 : 3$

② $2 : 4 : 9$

③ $3 : 5 : 7$

④ $5 : 8 : 12$

⑤ $9 : 16 : 25$

해설

닮음비가 $3 : 4 : 5$ 이므로, 넓이의 비는 $3^2 : 4^2 : 5^2 = 9 : 16 : 25$

6. 겹넓이의 비가 $9 : 16$ 인 원뿔모양의 두 고깔모자가 있다. 작은 고깔모자의 부피가 54π 일 때, 큰 고깔모자의 부피를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 128π

해설

겹넓이의 비가 $9 : 16$ 이므로 닮음비는 $3 : 4$ 이다.

따라서 부피의 비는 $27 : 64$ 이므로 작은 고깔모자의 부피가 54π 일 때, 큰 고깔모자의 부피는 128π 이다.

7. 0 에서 4 까지의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들 때, 작은 순으로 27 번째의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 304

해설

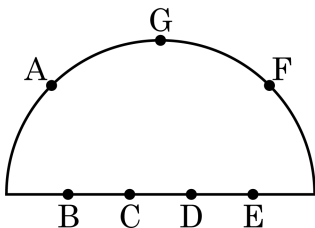
$1 \times \times$ 인 경우의 수는 $3 \times 4 = 12$ (가지)

$2 \times \times$ 인 경우의 수는 $3 \times 4 = 12$ (가지)

27 번째 정수를 찾아야 하므로

백의 자리에 3 이 오는 경우는 301, 302, 304 중 304 가 된다.

8. 다음 그림과 같은 반 원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



① 21 개

② 31 개

③ 35 개

④ 150 개

⑤ 210 개

해설

A, B, C, D, E, F, G의 7개의 점 중에서 3개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7 \times 6 \times 5$ (가지)이다. 이 때, 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1}$ (개)이다. 이 중에서 한 직선상의 세 점을 고르면 삼각형이 이루어 지지 않으므로 7개의 점 중에 3개를 뽑는 경우의 수에서 점 B, C, D, E중에 3개를 뽑는 경우의 수를 빼면 된다.

따라서 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} - \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 35 - 4 = 31$ (가지)이다.

9. 노란 공이 4개, 빨간 공이 2개, 파란 공이 6개 들어 있는 주머니에서 세 개의 공을 꺼낼 때, 처음에는 노란 공, 두 번째는 파란 공, 세 번째는 빨간 공이 나올 확률을 구하여라.(단, 꺼낸 공은 색을 확인하고 주머니에 다시 넣는다.)

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{36}$

해설

12개 중 노란 공이 나올 확률은 $\frac{4}{12}$ 이고, 파란 공이 나올 확률은 $\frac{6}{12}$,

빨간 공이 나올 확률은 $\frac{2}{12}$ 이다. 따라서 구하려고 하는 확률은

$$\frac{4}{12} \times \frac{6}{12} \times \frac{2}{12} = \frac{1}{36}$$

10. 현수와 준희 두 사람이 1 회에는 현수, 2 회에는 준희, 3 회에는 현수, 4 회에는 준희, ... 순으로 공을 던져 먼저 인형을 맞추는 사람이 이기는 놀이를 하려고 한다. 현수가 인형을 맞출 확률은 0.8, 준희가 인형을 맞출 확률은 0.2라고 할 때, 5 회 이내에 준희가 이길 확률을 구하면?

① 0.0405

② 0.0412

③ 0.0316

④ 0.0464

⑤ 0.0474

해설

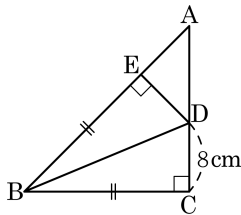
5 회 이내에 준희가 이길 경우는 2 회때 이길 경우, 4 회때 이길 경우가 있다. 현수가 인형을 맞출 확률은 0.8, 준희가 인형을 맞출 확률은 0.2이므로

$$2 \text{ 회때 이길 확률은 } 0.2 \times 0.2 = 0.04$$

$$4 \text{ 회때 이길 확률은 } 0.2 \times 0.8 \times 0.2 \times 0.2 = 0.0064$$

$$\therefore 0.04 + 0.0064 = 0.0464$$

11. 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{BE}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 이고 $\overline{CD} = 8\text{ cm}$ 일 때, $\triangle AED$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

▷ 정답: 32 cm^2

해설

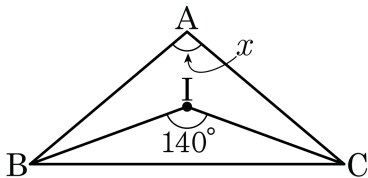
$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle BAC = 45^\circ$ 이다.
따라서 $\triangle AED$ 도 직각이등변삼각형이다.

$\triangle EDB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동),
 $\overline{CD} = \overline{ED}$ 이므로 $\overline{ED} = \overline{EA}$ 이다.

그러므로 $\triangle AED$ 는 밑변 8 cm, 높이 8 cm인 직각이등변삼각형이다.

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32 (\text{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 140^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 70°

② 80°

③ 90°

④ 100°

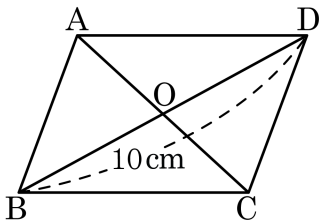
⑤ 110°

해설

$$90^\circ + \frac{1}{2}\angle x = 140^\circ$$

$$\therefore \angle x = 100^\circ$$

13. 다음 그림은 $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 이다. 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되도록 하는 $\overline{OA}$ 의 길이는? (단, O 는 대각선의 교점이다.)



① 2cm

② 5cm

③ 7cm

④ 10cm

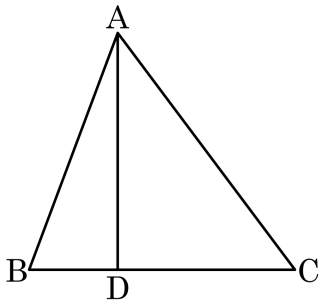
⑤ 12cm

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건은 두 대각선의 길이가 서로 같아야 한다.

따라서 $\overline{BD} = \overline{AC} = 10\text{cm}$, $\overline{OA} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$ 이다.

14. 다음 그림에서 $\overline{BD} : \overline{CD} = 1 : 2$, $\triangle ABC = 9$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



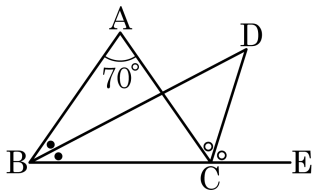
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\triangle ABD = 9 \times \frac{1}{1+2} = 3$$

15. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70^\circ$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 32.5°

② 35°

③ 37.5°

④ 40°

⑤ 42.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

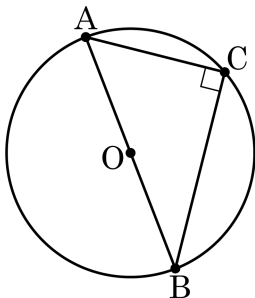
$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) \\ &= \frac{1}{2}(70^\circ + 55^\circ) \\ &= 62.5^\circ\end{aligned}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55^\circ = 27.5^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180^\circ - (27.5^\circ + 55^\circ + 62.5^\circ) \\ &= 180^\circ - 145^\circ \\ &= 35^\circ\end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 외심이 점 O 라 하고, 호 $\widehat{AB}$ 의 길이가 7π 라 할 때 $\overline{AO}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

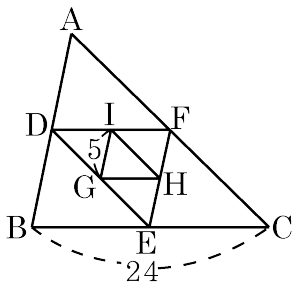
▷ 정답 : 7

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.

호 $\widehat{AB}$ 는 원주의 둘레의 절반이므로 원주의 둘레는 14π 이다.
 원주의 둘레는 $2 \times \pi \times \overline{AO} = 14\pi$ 이므로
 $\overline{AO} = 7$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 세 변의 중점을 각각 D, E, F, $\triangle DEF$ 의 세 변의 중점을 각각 G, H, I라 할 때, $\triangle DEF$ 의 둘레의 길이가 36일 때, $\overline{IH}$ 와 $\overline{AB}$ 의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$$\overline{GH} = \frac{1}{4} \times \overline{BC} = 6$$

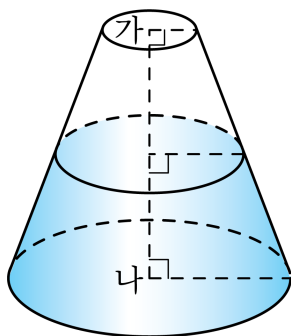
$\triangle DEF$ 의 둘레가 36이므로 $\triangle IGH$ 의 둘레는

$$\frac{1}{2} \times \triangle DEF = 18$$

$$\overline{IH} = 18 - 5 - 6 = 7, \overline{AB} = 4 \times \overline{IG} = 20$$

따라서 $\overline{IH}$ 와 $\overline{AB}$ 의 길이의 합은 $20 + 7 = 27$ 이다.

18. 그림과 같이 밑면 (가), (나)의 넓이가 $4\pi\text{cm}^2$, $36\pi\text{cm}^2$ 인 원뿔대를 높이의 이등분점을 지나고 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 두 개의 원뿔대를 만들려고 한다. 위쪽 원뿔대의 부피가 $14\pi\text{cm}^3$ 일 때, 아래쪽 원뿔대의 부피를 구하면?



- ① $14\pi\text{cm}^3$ ② $22\pi\text{cm}^3$ ③ $30\pi\text{cm}^3$
 ④ $38\pi\text{cm}^3$ ⑤ $46\pi\text{cm}^3$

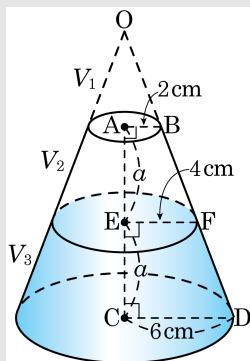
해설

$(\overline{AB})^2\pi = 4\pi$ 에서 $\overline{AB} = 2\text{cm}$, $(\overline{CD})^2\pi = 36\pi$ 에서 $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이다.

또 $\overline{AB} // \overline{EF} // \overline{CD}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{EC}$ 이므로 $\overline{EF} = \frac{1}{2}(2+6) = 4\text{cm}$ 이고

$\overline{OA} : \overline{OE} = 2 : 4 = 1 : 2$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{AE}$ 이다.

$\triangle OAB$, $\triangle OEF$, $\triangle OCD$ 를 각각 $\overline{OC}$ 를 축으로 회전시킨 세 원뿔은 모두 닮은 도형이고 닮음비는 $1 : 2 : 3$ 이므로 부피의 비는 $1 : 8 : 27$ 이다.



따라서 위의 그림에서 보이는 원뿔과 두 원뿔대의 부피를 각각 V , V , V 라고 하면

$V_1 : V_2 : V_3 = 1 : (2^3 - 1) : (3^3 - 2^3) = 1 : 7 : 19$ 이다.

따라서 $V_3 = \frac{19}{7} \times V_2 = \frac{19}{7} \times 14\pi = 38\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

19. 예지, 진우, 찬영, 석규, 여준가 한 줄로 서려고 한다. 예지가 가운데 서게 될 확률은?

① $\frac{4}{5}$

② $\frac{1}{6}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{5}$

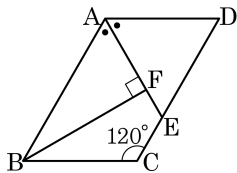
⑤ $\frac{1}{3}$

해설

(전체 경우의 수) = $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ 이고, (예지가 가운데 서는 경우의 수) = $4 \times 3 \times 2 \times 1$ 이므로

구하는 확률은 $\frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{5}$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 E, 꼭짓점 B 에서 $\overline{AE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하자. $\angle C = 120^\circ$ 일 때, $\angle FBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▷ 정답: 30°

해설

$$\angle BAD = \angle C = 120^\circ \text{ 이므로, } \angle BAF = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$\triangle ABF$ 에서 $\angle ABF = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$ 이고

$$\angle ABC + \angle C = 180^\circ \text{ 에서 } \angle ABC = 60^\circ \text{ 이므로 } \angle FBC = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$$