1. 다음은 두 양궁 선수 A, B 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 작은 선수를 구하여라.

	1회	2회	3회	4회	5회
A	8	8	9	8	7
B	7	10	8	6	9

▶ 답 :

▷ 정답 : A

해설

A, B 의 평균은 모두 8 이다. 표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 표준편차가 작은 선수는 A 이다.

2. 다음은 5 명의 학생의 50m 달리기 결과의 편차를 나타낸 표이다. 이 5 명의 50m 달리기 결과의 평균이 7 점 일 때, 영진이의 성적과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

이름	윤숙	태경	혜진	도경	영진
편차(점)	-1	1.5	x	0.5	0

① 5 점, $\sqrt{0.8}$kg ② 6 점, $\sqrt{0.9}$kg ③ 6 점, 1kg

④ 7 점, $\sqrt{0.9}$kg ⑤ 8 점, 1kg

해설

영진이의 성적은 $7-0=7$(점)

또한, 편차의 합은 0 이므로

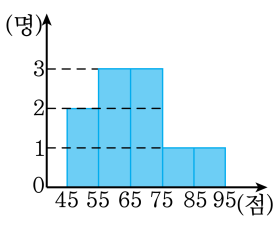
$-1+1.5+x+0.5+0=0,\ \ x+1=0\ \ \therefore x=-1$

따라서 분산이

$$\frac{(-1)^2+1.5^2+(-1)^2+0.5^2+0^2}{5}=\frac{4.5}{5}=0.9$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{0.9}$ kg 이다.

3. 다음은 A 반 1 분단 학생들의 기말고사 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 학생들 10 명의 수학 성적의 분산은?



① 108 ② 121 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

해설

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

계급값	도수	(계급값)×(도수)
50	2	100
60	3	180
70	3	210
80	1	80
90	1	90
계	12	660

학생들의 수학성적의 평균은

(평균)

$= \dfrac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$= \dfrac{660}{10} = 66(\text{점})$

따라서 구하는 분산은

$\dfrac{1}{10}\{(50-66)^2 \times 2 + (60-66)^2 \times 3 + (70-66)^2 \times 3 + (80-66)^2 \times 1 + (90-66)^2 \times 1\}$

$= \dfrac{1}{10}(512 + 108 + 48 + 196 + 576) = 144$ 이다.

4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.

② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.

④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.

⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

5. 다음은 학생 20 명의 체육 실기 점수를 나타낸 도수분포표이다. 이 분포의 평균을 구하여라.

계급(점)	도수(명)
$0^{\text{이상}} \sim 4^{\text{미만}}$	1
$4^{\text{이상}} \sim 8^{\text{미만}}$	2
$8^{\text{이상}} \sim 12^{\text{미만}}$	5
$12^{\text{이상}} \sim 16^{\text{미만}}$	10
$16^{\text{이상}} \sim 20^{\text{미만}}$	2
합계	20

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 12 점

해설

계급값이 각각 2, 6, 10, 14, 18 이므로

$$(\text{평 균}) = \frac{(2\times 1 + 6\times 2 + 10\times 5 + 14\times 10 + 18\times 2)}{20} = \frac{2 + 12 + 50 + 140 + 36}{20} = \frac{240}{20} = 12(\text{점})$$

6. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 62kg ③ 64kg ④ 66kg ⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{38 \times 58 + x}{40} = 58.5, \quad 2204 + x = 2340 \quad \therefore \ x = 136(\text{kg})$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$\frac{136}{2} = 68(\text{kg})$ 이다.

7. 다음 도수분포표는 희정이네 반 학생 수학 성적을 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 수학 점수의 평균이 72.5 점 일 때, $\frac{A}{B}$ 의 값은?

계급(점)	도수(명)
$40^{\text{이상}} \sim 50^{\text{미만}}$	2
$50^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	3
$60^{\text{이상}} \sim 70^{\text{미만}}$	10
$70^{\text{이상}} \sim 80^{\text{미만}}$	A
$80^{\text{이상}} \sim 90^{\text{미만}}$	9
$90^{\text{이상}} \sim 100^{\text{미만}}$	B
합계	36

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

전체 학생 수가 36 명이므로

$2+3+10+A+9+B=36$

$\therefore\ A+B=12 \cdots ㉠$

또한, 평균이 72.5 점이므로

$$\frac{45\times2+55\times3+65\times10+75\times A+85\times9}{36}+\frac{95\times B}{36}=72.5$$

$90+165+650+75A+765+95B=2610$

$75A+95B=940$

$\therefore 15A+19B=188 \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A=10,\ B=2$

$\therefore\ \frac{A}{B}=\frac{10}{2}=5$

8. 다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9 의 평균이 8 이므로

$\frac{8+7+x+y+9}{5} = 8,\ x+y+24 = 40$

$\therefore\ x+y = 16 \cdots ㉠$

또, 분산이 5이므로

$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$

$+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5} = 5$

$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5} = 5$

$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5} = 5$

$x^2+y^2-16(x+y)+130 = 25$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y) = -105 \cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2 = 16(x+y)-105 = 16\times 16-105 = 151$

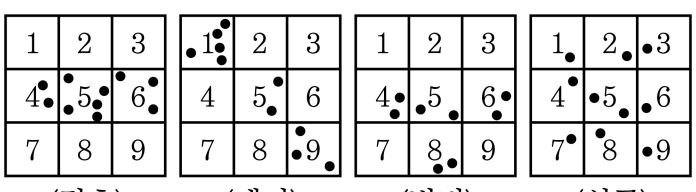
$\therefore\ x^2+y^2 = 151 \cdots ㉢$

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy,$

$16^2 = 151+2xy,\ 2xy = 105$

$\therefore\ 4xy = 210$

9. 정호, 제기, 범진, 성규 4 명의 사격선수가 10 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 정호

해설

평균 근처에 가장 많이 발사한 선수는 정호이다.

10. 3개의 변량 x, y, z의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균은 m, 분산은 n이다. 이 때, $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 50

해설

$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$

$\therefore m+n = 10+40 = 50$

11. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	6
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	8
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	3
합계	20

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 횟수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20}$$

$$= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3\}$$

$$= \frac{1}{20}(54 + 3 + 8 + 27) = 4.6$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 + 2px + q$의 그래프가 점 $(-1,\ 4)$를 지나고 x축에 접하도록 하는 상수 $p,\ q$의 값은?

① $p = -1,\ q = -1$ 또는 $p = -3,\ q = -9$

② $p = -1,\ q = 1$ 또는 $p = -3,\ q = 9$

③ $p = -1,\ q = 1$ 또는 $p = 3,\ q = 9$

④ $p = 1,\ q = 1$ 또는 $p = -3,\ q = 9$

⑤ $p = 1,\ q = 1$ 또는 $p = 3,\ q = 9$

해설

이차함수 $y = x^2 + 2px + q$의 그래프가
점 $(-1,\ 4)$를 지나므로
$4 = 1 - 2p + q$에서
$2p - q = -3 \cdots$ ㉠
한편, x축에 접하므로
$D/4 = p^2 - q = 0 \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$p = -1,\ q = 1$ 또는 $p = 3,\ q = 9$

13. 이차함수 $y = -x^2 - 4mx$ 의 최댓값이 16 일 때, 상수 m 의 값을 구하여라.(단, $m > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = -x^2 - 4mx = -(x + 2m)^2 + 4m^2$
최댓값이 16 이므로 $4m^2 = 16$
$m > 0$ 이므로 $m = 2$ 이다.

14. 정의역이 $\{x \mid 0 \le x \le 3\}$ 인 이차함수 $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$ 의 최솟값이 -1 이다. 이 함수의 그래프가 점 $(1, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 값을 구하면?

① $a = -1,\ b = -2$ ② $a = 1,\ b = 2$

③ $a = -1,\ b = 2$ ④ $a = 1,\ b = -2$

⑤ $a = -2,\ b = 2$

해설

$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$
$= a(x-2)^2 + 3\ (0 \le x \le 3)$ 이므로
$x = 0$ 일 때 최솟값은 -1 을 갖는다.

$-1 = 4a + 3$
$\therefore a = -1$

점 $(1,\ b)$ 를 지나므로
$\therefore b = a + 3 = 2$

15. 차가 16 인 두 수가 있다. 두 수의 곱의 최솟값을 구하면?

① 4 ② 32 ③ 43 ④ −26 ⑤ −64

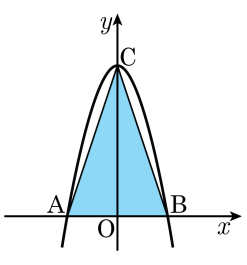
해설

차가 16 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(x+16)$ 이다.

$y = x(x+16) = x^2 + 16x = (x^2 + 16x + 64) - 64$

$y = (x+8)^2 - 64$

16. $y = -x^2 + 9$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 하고, y 축과의 교점을 C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

점 C 는 꼭짓점이므로 $(0, 9)$, 점 A 와 B 는 $y = 0$ 일 때, x 좌표이므로

$0 = -x^2 + 9$

$\therefore x = \pm 3$

$\therefore A = (-3, 0), B = (3, 0)$

$\triangle ABC$ 의 넓이$= \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

17. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}a(20-2a) = a(10-a) = -a^2+10a$$
$$= -(a^2-10a+25)+25$$
$$= -(a-5)^2+25$$

$a=5$, $b=25$

따라서 $a+b=30$ 이다.

18. 지면으로부터 20m 높이에서 초속 vm 로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이를 ym 라 하면 x 와 y 사이에는 $y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2$ 의 관계가 있다. 공이 도달한 최고 높이가 25 m 일 때, 공의 속도를 구하여라.

▶ 답 : m/s

▷ 정답 : 50 m/s

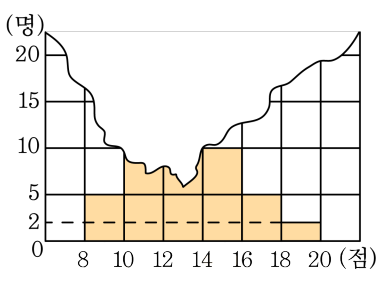
해설

$y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2 = -\frac{v}{10}(x-1)^2 + \frac{v}{10} + 20$

이 물체는 $x = 1$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v}{10}+20$ 에 도달하고, $\frac{v}{10}+20 = 25$ 이므로 $v = 50$ 이다.

따라서 공의 속도는 초속 50m 이다.

19. 다음 히스토그램은 어느 반 학생 40 명의 미술 실기 점수를 나타낸 것인데, 일부가 찢어져 보이지 않는다. 미술 실기 점수가 10 점 이상 12 점 미만인 학생이 전체의 25 % 일 때, 전체 학생의 평균은?



① 13 점 ② 13.1 점 ③ 13.2 점

④ 13.3 점 ⑤ 13.4 점

해설

10 점 이상 12 점 미만 : $40 \times \frac{25}{100} = 10$(명)

12 점 이상 14 점 미만 : $40 - (5 + 10 + 10 + 5 + 2) = 8$(명)

$$\frac{9 \times 5 + 11 \times 10 + 13 \times 8 + 15 \times 10}{40}$$

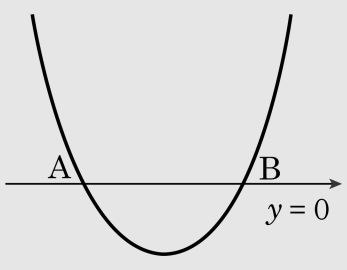
$$+\frac{17 \times 5 + 19 \times 2}{40} = \frac{532}{40} = 13.3(\text{ 점})$$

20. 이차함수 $y = x^2+ax+a$ 가 x 축과 두 점 A, B 에서 만날 때, $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ 이 되도록 하는 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 6$

해설



A(α, 0) B(β, 0) 이라고 하면 ($\therefore$ $\alpha < \beta$)
$\alpha + \beta = -a$
$\alpha\beta = a$ 이므로
($\therefore$ $y = x^2 + ax + a$)
$(\beta - \alpha)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = a^2 - 4a$
$\overline{AB} = \beta - \alpha = 2\sqrt{3}$ 이므로
$a^2 - 4a = 12$
$(a - 6)(a + 2) = 0$
$\therefore$ $a = -2,\ 6$

21. 이차함수 $y=(x-5)^2+1$ 의 그래프와 직선 $y=a$ 가 만나는 두 점을 각각 P, Q 라 하자. $\overline{PQ}=10$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 16 ② 20 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

해설

이차함수 $y=(x-5)^2+1$ 의 그래프는
직선 $x=5$ 에 대하여 대칭이고
$\overline{PQ}=10$ 이므로 두 점 P, Q 의 x 좌표는
각각 0, 10 이다.
따라서 점 P (또는 Q) 의 y 좌표를 구하면
$(0-5)^2+1=26$ 이므로
$\therefore\ a=26$

22. $x^2-xy+y^2+2y=0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 의 최댓값은?

① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 2 ④ $\frac{11}{5}$ ⑤ 4

해설

주어진 식을 y 에 대하여 정리하면
$y^2+(2-x)y+x^2=0$
이 식을 y 에 대한 이차방정식으로 보면 y 가 실수이므로 실근을 갖는다.
$D=(2-x)^2-4\cdot x^2\geq 0$,
$3x^2+4x-4\leq 0$, $(x+2)(3x-2)\leq 0$
$\therefore -2\leq x\leq \frac{2}{3}$
따라서 x 의 최댓값은 $\frac{2}{3}$ 이다.

23. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(p+2)x + 2p - 3q = 0$ 이 중근을 가질 때, q 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^2 - 2(p+2)x + 2p - 3q = 0$ 이 중근을 가지므로

$\frac{D}{4} = (p+2)^2 - 2p + 3q$

$= p^2 + 4p + 4 - 2p + 3q = 0$

$\therefore\ q = -\frac{1}{3}p^2 - \frac{2}{3}p - \frac{4}{3} = -\frac{1}{3}(p+1)^2 - 1$

따라서 $p = -1$ 일 때, q 는 최댓값 -1 을 갖는다.

24. 이차함수 $y = x^2 - 2px + 2p^2 - 4p + 2$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

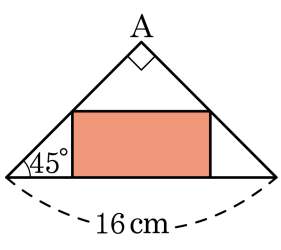
$y = x^2 - 2px + 2p^2 - 4p + 2$

$= (x - p)^2 + p^2 - 4p + 2$ 이므로

$m = p^2 - 4p + 2 = (p - 2)^2 - 2$

따라서 $p = 2$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖는다.

25. 빗변의 길이가 16cm 인 직각이등변삼각형에 그림과 같이 직사각형을 그려 넣을 때, 그 넓이의 최댓값은?



① 16cm^2 ② 20cm^2 ③ 24cm^2

④ 28cm^2 ⑤ 32cm^2

해설

세로의 길이를 x , 넓이를 y 라 하면

$y = (16 - 2x)x = 2(-x^2 + 8x)$

$= -2(x^2 - 8x + 16 - 16)$

$= -2(x-4)^2 + 32$

$x = 4$ 일 때 최댓값 32