

1. 다음 두 실수의 대소를 비교한 것 중 틀린 것은?

① $7 < \sqrt{50}$

② $\sqrt{15} < 4$

③ $2 + \sqrt{6} > \sqrt{6} + \sqrt{3}$

④ $\sqrt{15} + 1 > 4$

⑤ $\sqrt{2} + 1 < 2$

해설

⑤ $\sqrt{2} + 1 - 2 = \sqrt{2} - 1 > 0$

2. $6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} = a\sqrt{2}$ 을 만족하는 유리수 a 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$\begin{aligned} 6\sqrt{6} \div 3\sqrt{2} \times 5\sqrt{6} &= \frac{6\sqrt{6}}{3\sqrt{2}} \times 5\sqrt{6} \\ &= 2\sqrt{3} \times 5\sqrt{6} = 10\sqrt{3^2 \times 2} \\ &= 30\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$30\sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

$$\therefore a = 30$$

3. 넓이가 50,72 인 정사각형이 두 개가 있다. 정사각형 각각의 변의 길이를 구하면?

① $4\sqrt{3}, 6\sqrt{3}$

② $4\sqrt{2}, 6\sqrt{2}$

③ $5\sqrt{3}, 6\sqrt{3}$

④ $5\sqrt{2}, 6\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{7}, 6\sqrt{7}$

해설

정사각형 한 변의 길이를 각각 x, y 라고 하면

$x^2 = 50, x = \pm 5\sqrt{2}, y^2 = 72, y = \pm 6\sqrt{2}$ 이다. 길이는 양수이므로 $x = 5\sqrt{2}, y = 6\sqrt{2}$ 이다.

4. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$

② $\sqrt{121}$

③ $\sqrt{1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$

⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$

② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$

③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$

④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$

⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

5. $a > 0, b > 0$ 일 때 옳은 것은?

① $\sqrt{a^2b} = ab$ ② $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$ ③ $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ ⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

② $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

③ $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$

⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

6. 다음 두 식 $A = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2} - \sqrt{9}$, $B = \sqrt{100} - \sqrt{(-13)^2}$

일 때, $10A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A = \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2} - \sqrt{9} = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} - 3 = 3 - 3 = 0$$

$$B = \sqrt{100} - \sqrt{(-13)^2} = 10 - 13 = -3$$

따라서 $10A - B = 0 - (-3) = 3$ 이다.

7. 두 자리 자연수 n 에 대하여, $\sqrt{5(n+13)}$ 이 자연수가 되도록 하는 n 의 값의 합은?

① 69 ② 79 ③ 89 ④ 99 ⑤ 109

해설

$10 \leq n < 100$, $\sqrt{5(n+13)} \rightarrow$ 자연수

$$n+13 = 5k^2$$

$$23 \leq 5k^2 < 113$$

$$4.6 \leq k^2 < 22.6$$

$$\therefore k^2 = 9, 16$$

$$n = 5 \times 9 - 13 = 32, n = 5 \times 16 - 13 = 67$$

따라서 n 의 값의 합은 $32 + 67 = 99$ 이다.

8. $\sqrt{891-81a}$ 가 자연수일 때, 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{891-81a}$ 에서
 $891-81a=81(11-a)$ 이다.
 $\sqrt{81(11-a)}=9\sqrt{11-a}$ 이다.
 $\sqrt{11-a}$ 의 값이 제곱수가 되어야 하므로
 $11-a=1\Rightarrow a=10$
 $11-a=4\Rightarrow a=7$
 $11-a=9\Rightarrow a=2$
따라서 $a=10, 7, 2$ 이므로 자연수 a 값의 합은 $10+7+2=19$ 이다.

9. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 네 번째에 오는 수는?

4, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $-\sqrt{12}$, -2 , $\sqrt{3}$

- ① 4

② $\sqrt{\frac{1}{2}}$

③ $-\sqrt{12}$

④ -2

⑤ $\sqrt{3}$

해설

4, $\sqrt{3}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, -2 , $-\sqrt{12}$ 의 순서이므로 네 번째에 오는 수는 -2 이다.

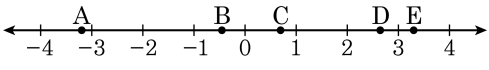
10. 다음 중 옳은 것은?

- ① 무한소수는 무리수이다.
- ② 유리수는 유한소수이다.
- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 유리수가 되는 무리수도 있다.
- ⑤ 근호로 나타내어진 수는 무리수이다.

해설

- ① 무한소수 중 순환하는 소수는 유리수이다.
- ② 유리수 중에는 유한소수도 있고, 무한소수(순환소수)도 있다.
- ④ 유리수이면서 무리수가 되는 수는 없다.
- ⑤ $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$ 같은 수는 근호로 나타내었어도 유리수이다.

11. 아래 수직선 위의 점 A,B,C,D,E 와 보기의 수가 잘못 연결된 것을 모두 고르면?



보기

$-\sqrt{9}, 1-\sqrt{2}, \sqrt{7}, \frac{2}{3}, -\sqrt{3}+5$

- ① A : $-\sqrt{9}$ ② B : $-\sqrt{3}+5$ ③ C : $\frac{2}{3}$
④ D : $\sqrt{7}$ ⑤ E : $1-\sqrt{2}$

해설

$-\sqrt{9} = -3$
 $-2 < -2\sqrt{2} < -1$ 이므로 $-1 < 1-\sqrt{2} < 0$
 $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ 이므로 $2 < \sqrt{7} < 3$
 $-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로 $3 < -\sqrt{3}+5 < 4$

12. 두 실수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{5} \approx 2.236$)

- ① $\sqrt{5} - 0.5$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ② $\sqrt{2} + 0.2$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{5}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 무리수이다.
- ④ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수 한 개가 있다.
- ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수와 유한개의 유리수가 있다.

해설

⑤ $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수와 역시 무수히 많은 유리수가 있다.

13. $\sqrt{54} = a\sqrt{6}$, $\sqrt{108} = 6\sqrt{b}$, $\sqrt{c} = 2\sqrt{3}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{54} &= \sqrt{9 \times 6} = 3\sqrt{6}, \quad \sqrt{108} = \sqrt{6^2 \times 3} = 6\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} &= \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12} \\ a &= 3, \quad b = 3, \quad c = 12 \text{ 이므로 } a + b + c = 18\end{aligned}$$

14. $-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = n\sqrt{10}$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = -3$

해설

$$-3\sqrt{30} \div \sqrt{5} \div \sqrt{\frac{3}{5}} = -3\sqrt{30} \times \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = -3\sqrt{10}$$

따라서 $n = -3$ 이다.

15. $\sqrt{27} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \sqrt{6} \right) - \sqrt{18} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{27} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \sqrt{6} \right) - \sqrt{18} \\ &= 3\sqrt{3} + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} \\ &= -3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \\ &\therefore a = -3, b = 2 \\ &\text{따라서 } a + b = -3 + 2 = -1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. $12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) = a\sqrt{2} + b\sqrt{10}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수이다.)

① -11

② -5

③ 10

④ 17

⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} & 12(3\sqrt{10} - \sqrt{2}) - \sqrt{2}(8\sqrt{5} - 1) \\ &= 36\sqrt{10} - 12\sqrt{2} - 8\sqrt{10} + \sqrt{2} = -11\sqrt{2} + 28\sqrt{10} \\ \therefore a &= -11, b = 28 \rightarrow a + b = -11 + 28 = 17 \end{aligned}$$

17. 다음 수의 분모의 유리화가 틀린 것은?

① $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = -5 - 2\sqrt{6}$

② $\frac{\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{\sqrt{3} + 1} = \frac{5\sqrt{2} - 3\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + 4$

④ $\frac{4\sqrt{2}}{2 - 2\sqrt{2}} = -2\sqrt{2} + 4$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{5} + 1} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$

해설

④ $\frac{4\sqrt{2}(2 + 2\sqrt{2})}{(2 - 2\sqrt{2})(2 + 2\sqrt{2})} = \frac{8\sqrt{2} + 16}{4 - 8} = -2\sqrt{2} - 4$

18. 제곱근표에서 $\sqrt{15} = 3.873$ 일 때, $\sqrt{a} = 0.3873$ 을 만족하는 a 의 값을 구하면?

① 1500

② 1.5

③ 0.15

④ 0.015

⑤ 0.0015

해설

$$\sqrt{15} = 3.873, \frac{\sqrt{15}}{10} = 0.3873 \text{ 이므로}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{10} = \sqrt{\frac{15}{100}}$$

$$\therefore a = \frac{15}{100} = 0.15$$

19. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.
- ㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ㉤ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.
- ㉤ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

20. $(-9)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{625}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=4$

해설

$$(-9)^2=81=(\pm 9)^2$$

$$\therefore a=9$$

$$\sqrt{625}=25=(\pm 5)^2$$

$$\therefore b=-5$$

$$\therefore a+b=9-5=4$$

21. 다음에서 x 의 값을 구하여라.

$\sqrt{2.52}$ 는 $\sqrt{7}$ 의 x 배이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{3}{5}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{2.52} &= \sqrt{\frac{252}{100}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{10^2}} \\ &= \frac{6}{10} \sqrt{7} = \frac{3}{5} \sqrt{7} \\ \therefore x &= \frac{3}{5}\end{aligned}$$

22. 다음 보기의 A, B, C, D, E 에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱을 구하여라.

보기

㉠ $\sqrt{75} = A\sqrt{3}$

㉡ $\sqrt{2^2 \times 5^2 \times 3} = B\sqrt{3}$

㉢ $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = C\sqrt{3}$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = D\sqrt{3}$

㉤ $\sqrt{0.21} \div \sqrt{7} = E\sqrt{3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

㉠ $\sqrt{5 \times 5 \times 3} = 5\sqrt{3} \therefore A = 5$

㉡ $\sqrt{10^2 \times 3} = 10\sqrt{3} \therefore B = 10$

㉢ $7\sqrt{3} \therefore C = 7$

㉣ $\frac{3\sqrt{2}\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}} = \frac{6}{6}\sqrt{3} = \sqrt{3} \therefore D = 1$

㉤ $\sqrt{\frac{21}{100} \times \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{100}} = \frac{1}{10}\sqrt{3} \therefore E = 0.1$

가장 큰 수 : 10, 가장 작은 수 : 0.1

$\therefore 10 \times 0.1 = 1$

23. 유리수 a, b 가 $-1 < a < 0$, $ab = 1$ 을 만족할 때,

$\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{a}$

해설

$b = \frac{1}{a}$, $-1 < a < 0$ 이므로 $a + \frac{1}{a} < 0$, $a - \frac{1}{a} > 0$

$$\begin{aligned}\sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} &= -\left(a + \frac{1}{a}\right) + \left(a - \frac{1}{a}\right) \\ &= -\frac{2}{a}\end{aligned}$$

24. a, b 가 양수일 때, 다음 중 가장 큰 수를 구하여라.

$\sqrt{a+b}, \sqrt{a} + \sqrt{b}, \sqrt{\sqrt{ab}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$A = \sqrt{a+b}, B = \sqrt{a} + \sqrt{b}, C = \sqrt{\sqrt{ab}}$ 라 할 때,
 A, B, C 도 양수이므로 각각을 제곱하면
 $A^2 = (\sqrt{a+b})^2 = a + b$
 $B^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$
 $C^2 = (\sqrt{\sqrt{ab}})^2 = \sqrt{ab}$
이 때, $B^2 - A^2 = 2\sqrt{ab} > 0 (\because a > 0, b > 0)$ 이므로 $B > A$
또한, $B^2 - C^2 = a + b + \sqrt{ab} > 0$ 이므로 $B > C$
따라서 가장 큰 수는 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 이다.

25. 다음 조건을 보고, $a - b$ 의 값을 구하여라.

- (1) a 는 $4 - \sqrt{3}$ 의 정수부분이다.
(2) b 는 $2x + 7y = 15x - 8y$ 일 때, $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = -1$

해설

(1) $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3 \therefore a = 2$

(2) $2x + 7y = 15x - 8y$ 에서 $y = \frac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{\frac{x + \frac{13}{15}x}{x - \frac{13}{15}x}} = \sqrt{\frac{28x}{\frac{2x}{15}}} = \sqrt{14}$$

$3 < \sqrt{14} < 4$ 이므로 $\sqrt{\frac{x+y}{x-y}} = \sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는

3 이다.

$\therefore b = 3$

따라서 $a - b = 2 - 3 = -1$ 이다.