

1. 두 자연수 a, b 에 대하여 $a \odot b = 3a - b$ 라고 할 때, $5x \odot 4y = 4 \odot 5$ 의 해는? (단, x, y 는 자연수)

① $(-1, -2)$

② $(1, -2)$

③ $(1, 2)$

④ $(2, 1)$

⑤ $(-2, 1)$

해설

$$5x \odot 4y = 15x - 4y$$

$$4 \odot 5 = 12 - 5 = 7$$

$$15x - 4y = 7$$

$$\therefore (x, y) = (1, 2)$$

2. 일차방정식 $2(x+1)+ay=7$ 은 두 점 $(2, 1)$, $(-3, b)$ 를 해로 갖는다.
이때, a^2+2ab 의 값은?

① 19

② 20

③ 21

④ 22

⑤ 23

해설

$2(x+1)+ay=7$ 에 $x=2, y=1$ 을 대입하면 $6+a=7$
 $\therefore a=1$
따라서, 주어진 일차방정식은 $2x+y=5$ 가 된다.
 $2x+y=5$ 에 $x=-3, y=b$ 를 대입하면 $2 \times (-3) + b = 5$
 $\therefore b=11$
 $\therefore a^2+2ab=1+22=23$

3. 연립방정식 $\begin{cases} y = 3x + 2 \cdots \textcircled{1} \\ 4x - y = 3(-y + 1) + 2x \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ 를 풀기 위해 $\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$

에 대입하여 y 를 소거한 $ax = b$ 의 꼴로 만들었다. 이때, $\frac{2b}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$\textcircled{2}$ 를 풀면
 $4x - y = -3y + 3 + 2x$
 $2x = -2y + 3$
 $\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $2x = -2(3x + 2) + 3$
 $2x = -6x - 4 + 3$
 $8x = -1$
 $a = 8, b = -1$
 $\therefore \frac{2b}{a} = \frac{2 \times (-1)}{8} = -\frac{1}{4}$

4. 다음 연립방정식의 해를 (x, y) 로 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 2(3x - y) + 3y = 13 \\ 4x - 2(y - x) = 10 \end{cases}$$

① $(-1, 2)$

② $(9, 5)$

③ $(-2, 1)$

④ $(2, 1)$

⑤ $(3, 1)$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} 6x + y = 13 & \cdots \textcircled{1} \\ 6x - 2y = 10 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면 $3y = 3 \quad \therefore y = 1$

$y = 1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $6x + 1 = 13 \quad \therefore x = 2$

$\therefore (2, 1)$

5. 자전거 동아리의 전체 회원 수는 54 명이다. 이번 모임에 남자 회원의 $\frac{1}{7}$ 과 여자 회원의 $\frac{1}{13}$ 이 참가하여 모두 6 명이 모였다. 이 동아리의 여자 회원 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 26 명

해설

남자 회원 수를 x 명 , 여자 회원 수를 y 명이라 하면

$$\begin{cases} x+y=54 \\ \frac{1}{7}x+\frac{1}{13}y=6 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+y=54 \\ 13x+7y=546 \end{cases}$$

$$\therefore x=28, y=26$$

6. x 절편이 -3 이고 y 절편이 6 인 일차함수를 y 축 방향으로 b 만큼 이동시켰더니 $y = ax + 2$ 가 되었다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

x 절편이 -3 이고 y 절편이 6 인 일차함수는

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{6} = 1 \text{ 이다.}$$

따라서 정리하면 처음 일차함수는 $y = 2x + 6$ 이므로 $a = 2$ 이고

이 함수를 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동시킨 함수는

$$y = 2x + 6 + b \text{ 인데 이것이 } y = 2x + 2 \text{ 이므로}$$

$$b = -4 \text{ 이다. 따라서 } a - b = 2 - (-4) = 6 \text{ 이다.}$$

7. 두 방정식 $x + 3y = 12$, $2x - y = 4$ 의 그래프의 교점 A 를 지나고, 두 그래프와 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y = 3x$

② $y = \frac{5}{6}x$

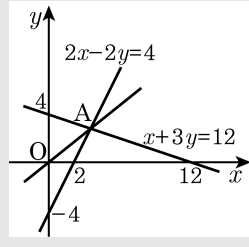
③ $y = 4x$

④ $y = \frac{24}{5}$

⑤ $y = 5x$

해설

$2x - y = 4$ 에서 $y = 2x - 4$ 이므로 $x + 3y = 12$ 에 대입하면



$$x + 6x - 12 = 12 \quad \therefore x = \frac{24}{7}$$

$$x = \frac{24}{7} \text{ 를 } y = 2x - 4 \text{ 에 대입하면 } y = \frac{20}{7}$$

따라서 교점 A $\left(\frac{24}{7}, \frac{20}{7}\right)$ 과 원점을 지나므로 $y = \frac{5}{6}x$ 이다.

8. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases}$ 의 해가 $x = a$, $y = b$ 일 때, ab 의 값은?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x + 2(y - 1) = 3 \\ 3(x - 2y) + 5y = 2 \end{cases} \text{ 을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \text{ 이므로}$$

$3y = 3$, $y = 1$, $x = 1$ 이다.

따라서 $ab = 1$ 이다.

9. 연립방정식 $\begin{cases} y = mx + 3 \\ y = (2m - 1)x + 4 \end{cases}$ 을 만족하는 (x, y) 가 적어도 한 쌍 존재하기 위한 실수 m 의 값은?
- ① 모든 실수 ② $m \neq 0$
- ③ $m \neq \frac{1}{2}$ 인 모든 수 ④ $m \neq 1$ 인 모든 수
- ⑤ m 의 값이 없다.

해설

연립방정식은 두 방정식의 그래프가 평행한 직선이 아니면 해를 갖는다.

두 직선이 평행인 경우는 기울기가 같아야 하므로 $m = 2m - 1$ 이므로 $m = 1$ 이고 직선은 $y = 2x - 1$ 이고 좌변의 직선은 $y = 2x - 1$ 이므로

두 직선이 평행인 경우는 기울기가 같아야 하므로 $m = 2m - 1$ 에서 $m = 1$ (두 직선은 m 에 관계없이 y 절편이 다르므로 일치할 수 없다.)

따라서 구하는 m 의 값은 $m \neq 1$ 인 모든 수

해설

두 식을 정리하면

$$mx - y + 3 = 0, (2m - 1)x - y + 4 = 0$$

적어도 한쌍의 해를 가질 조건은

$$\frac{m}{2m-1} \neq \frac{-1}{-1} \text{에서 } m \neq 1 \text{인 모든 수}$$

10. 어느 학교의 작년의 학생 수는 1100 명이었다. 금년에는 작년보다 남학생이 4% 감소하고 여학생은 6% 증가하여 전체 학생 수는 작년보다 16명 증가하였을 때, 금년의 남학생 수는?

- ① 480 명 ② 500 명 ③ 576 명
④ 600 명 ⑤ 636 명

해설

작년 남학생의 수를 x 명, 작년 여학생의 수를 y 명 이라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 1100 \\ -0.04x + 0.06y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 1100 \cdots \textcircled{1} \\ -4x + 6y = 1600 \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\times 4 + \textcircled{2}$ 를 하면

$$10y = 6000, y = 600$$

$$x = 500$$

$$\therefore \text{금년의 남학생 수} : 500 - 500 \times 0.04 = 480(\text{명})$$

11. 한이와 준이가 함께 방 청소를 하면 10 분 만에 끝낼 수 있다. 근데, 한이가 먼저 5 분 청소하고 나머지를 준이가 20 분 동안 청소해서 방 청소를 끝냈다. 준이가 혼자 방 청소를 하면 몇 분이 걸리겠는가?

① 30 분 ② 35 분 ③ 40 분 ④ 45 분 ⑤ 50 분

해설

전체 일의 양을 1, 한이와 준이가 1 분 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 x , y 라 하면 $10x + 10y = 1$, $5x + 20y = 1$ 이다.

두 식을 연립하면 $x = \frac{1}{15}$, $y = \frac{1}{30}$ 이므로

준이가 혼자 방 청소를 하게 되면 30 분이 걸린다.

12. 둘레의 길이가 1km 인 원형 트랙을 A , B 두 사람이 같은 지점에서 서로 반대 방향으로 동시에 출발하면 2 분 후에 만나고, 같은 방향으로 출발하면 12 분 후에 만난다고 한다. 이 때, 두 사람의 속력을 구하면? (A 가 B 보다 빠르다고 한다.)

- ① $A : \frac{875}{3}$ m/분, $B : \frac{635}{3}$ m/분
② $A : \frac{865}{3}$ m/분, $B : \frac{625}{3}$ m/분
③ $A : \frac{875}{3}$ m/분, $B : \frac{605}{3}$ m/분
④ $A : \frac{865}{3}$ m/분, $B : \frac{605}{3}$ m/분
⑤ $A : \frac{875}{3}$ m/분, $B : \frac{625}{3}$ m/분

해설

A 의 속력을 x m/분, B 의 속력을 y m/분라 하면
서로 반대방향으로 출발하여 서로 만났다는 것은 A , B 두 사람이 2 분 동안 걸은 거리의 합은 원형 트랙의 길이와 같다.

따라서 $2x + 2y = 1000$ 이다.

같은 방향으로 출발하여 12 분 후 다시 만났다고 하는 것은 A 가 걸은 거리와 B 가 걸은 거리의 차가 원형 트랙의 둘레의 길이와 같다.

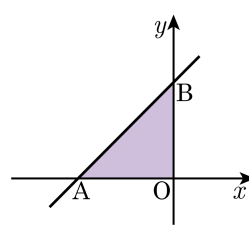
따라서 $12x - 12y = 1000$ 이다.

두 식을 연립하여 풀면

$$\therefore y = \frac{625}{3}, \quad x = \frac{875}{3}$$

$$\therefore A : \frac{875}{3} \text{ m/분}, \quad B : \frac{625}{3} \text{ m/분}$$

13. 다음 그림에서 점 A, B는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 과 x 축, y 축과의 교점이다. ab 의 값이 38일 때, $\triangle BOA$ 의 값을 구하면?



- ① 72 ② 38 ③ 19 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{19}{4}$

해설

x 절편 a , y 절편 b , ab 의 값은 38이므로

$$\triangle BOA = a \times b \times \frac{1}{2} = 38 \times \frac{1}{2} = 19$$

$$\therefore \triangle BOA = 19$$

14. 일차함수 $y = (5k - 1)x + 3k$ 의 그래프가 제 1, 2, 4사분면을 지나기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k > 0$

② $k < \frac{1}{5}$

③ $0 \leq k \leq \frac{1}{5}$

④ $0 < k < \frac{1}{5}$

⑤ $k > \frac{1}{5}$

해설

제 1, 2, 4사분면을 지나려면 오른쪽 아래를 향하고 양의 y 절편 값을 가지므로

$5k - 1 < 0$, $3k > 0$ 이어야한다.

그러므로 $0 < k < \frac{1}{5}$

15. 세 점 $(2, 3)$, $(-2, 5)$, $(a, 6)$ 을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y = mx + n$ 이라 할 때, 상수 m, n, a 에 대하여 $m \times n - a$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 점 $(2, 3)$, $(-2, 5)$ 를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{5-3}{-2-2} = -\frac{1}{2}$

이므로

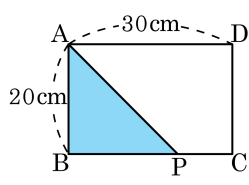
직선의 방정식은 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 이다.

이 직선 위에 점 $(a, 6)$ 이 있으므로

$$6 = -\frac{1}{2} \times a + 4, \quad a = -4$$

$$\therefore m \times n - a = \left(-\frac{1}{2}\right) \times 4 - (-4) = -2 + 4 = 2 \text{이다.}$$

16. 그림과 같이 가로와 길이가 30 cm , 세로의 길이가 20 cm 인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P가 C를 출발하여 매초 2 cm 의 속력으로 BC를 따라서 B까지 움직인다고 하면, $\triangle ABP$ 의 넓이가 100 cm^2 가 되는 것은 점 P가 점 C를 출발한 지 몇 초 후인가?



- ① 5초 후 ② 6초 후 ③ 8초 후
 ④ 10초 후 ⑤ 12초 후

해설

x 초 후 $\triangle ABP$ 의 넓이를 $y\text{ cm}^2$ 라고 하면
 $y = 10(30 - 2x) = 300 - 20x (0 \leq x \leq 15)$
 $100 = 300 - 20x, x = 10$
 $\therefore 10$ 초 후

17. 일차방정식 $ax + by + 3 = 0$ 의 그래프의 기울기는 -2 이고, y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 일차방정식은 $ax + by + 7b = 0$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{9}{5}$

해설

i) $ax + by + 3 = 0$ 은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{3}{b}$ 이다. $-\frac{a}{b} = -2$, $a = 2b$ 이다.

ii) $y = -\frac{a}{b}x - \frac{3}{b}$ 을 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 식은

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{3}{b} - 2,$$

$ax + by + 7b = 0$ 을 y 에 대하여 풀면 $y = -\frac{a}{b}x - 7$

$-\frac{3}{b} - 2 = -7$, $b = \frac{3}{5}$ 이므로 $a = \frac{6}{5}$ 이다.

$$\therefore a + b = \frac{9}{5}$$

18. 길이가 83 cm 인 철사로 정삼각형 1 개와 정사각형 1 개를 만들고 3 cm 가 남았다. 정삼각형의 한 변의 길이는 정사각형의 한 변의 길이의 2 배일 때, 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 64cm²

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 x cm, 정사각형의 한 변의 길이를 y cm라 하면
 $3x + 4y + 3 = 83$,
 $x = 2y$
연립방정식을 풀면 $x = 16, y = 8$
따라서 정사각형의 넓이는 $8 \times 8 = 64(\text{cm}^2)$ 이다.

19. 집에서 10km 떨어진 할머니 댁에 가는 데 민지는 시속 2km 의 속력으로 걸어가고, 부모님은 차를 타고 시속 20km 의 속력으로 민지와 같은 지점에서 동시에 출발하였다. A 지점에서 엄마는 차에서 내려서 걸어가고 아빠는 차로 되돌아가 걸어오던 민지를 태우고 가서 민지와 부모님이 동시에 할머니 댁에 도착하였다. 이 때, 엄마와 민지가 걸은 거리를 구하여라.
(단, 엄마와 민지의 걸은 거리와 걷는 속력은 각각 같고, 차를 타고 내리는 데 걸리는 시간은 생각하지 않는다.)

▶ 답 : km

▷ 정답 : $\frac{20}{13}$ km

해설

걸어서 간 거리를 x km, 차를 타고 간 거리를 y km 라 하면
차가 되돌아 간 거리는 $y - x$ (km) 이다.
집에서 할머니 댁까지의 거리가 10km 이므로 $x + y = 10 \cdots \text{㉠}$
엄마가 A 지점에서 할머니 댁까지 걸어간 시간은 차가 되돌아 갔다가 민지를 태우고
다시 할머니 댁까지 가는 시간과 같으므로
 $\frac{x}{2} = \frac{y - x}{20} + \frac{y}{20} \cdots \text{㉡}$
㉠, ㉡을 연립하면 $x = \frac{20}{13}, y = \frac{110}{13}$
따라서 엄마와 민지가 걸은 거리는 $\frac{20}{13}$ km 이다.

20. 함수 $f(x) = ax + 1 - (a - x)$, $f(2) = -1$ 일 때, $3f(1) - 2f(-2) = 2f(k)$ 를 만족하는 k 에 대하여 $3k$ 의 값은?(단, a 는 상수)

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$$f(x) = ax + 1 - (a - x) = (a + 1)x + 1 - a$$

$$f(2) = -1 \text{ 에서 } a + 3 = -1$$

$$\therefore a = -4$$

$$\text{따라서 } f(x) = -3x + 5 \text{ 이므로}$$

$$3f(1) - 2f(-2) = 3 \times 2 - 2 \times 11 = -16$$

$$2f(k) = -6k + 10 \text{ 이므로}$$

$$-6k + 10 = -16$$

$$\therefore k = \frac{13}{3}, 3k = 13$$

21. 두 직선 ℓ, m 의 기울기가 각각 $\frac{1}{2}, -3$ 이고, 교점의 좌표가 P (2, -1)이다. ℓ, m 이 x 축과 만나는 점을 각각 A, B라고 할 때, $\triangle PAB$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{6}$

해설

$\ell : y = \frac{1}{2}x + b$ 에 점 (2, -1)을 대입하면

$-1 = 1 + b$ 에서 $b = -2$

$\ell : y = \frac{1}{2}x - 2$

x 절편 : $0 = \frac{1}{2}x - 2, x = 4$

$m : y = -3x + c$ 에 점 (2, -1)을 대입하면

$-1 = -6 + c$ 에서 $c = 5$

$m : y = -3x + 5$

x 절편 : $0 = -3x + 5, x = \frac{5}{3}$

$\triangle PAB = \left(4 - \frac{5}{3}\right) \times 1 \times \frac{1}{2} = \frac{7}{6}$

22. 두 직선 $2x - y + 4 = 0$, $3x + ay + 5 = 0$ 의 교점이 제3 사분면 위에 있도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < -\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{cases} 2x - y + 4 = 0 \\ 3x + ay + 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2x + 4 & \cdots \textcircled{1} \\ y = -\frac{3}{a}x - \frac{5}{a} & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{을}$$

연립하여 풀면

$$x = \frac{-4a - 5}{2a + 3}, y = \frac{2}{2a + 3}$$

교점의 좌표가 제3 사분면에 있어야 하므로

$$x = \frac{-4a - 5}{2a + 3} < 0, y = \frac{2}{2a + 3} < 0$$

$$\frac{2}{2a + 3} < 0 \text{에서 } 2a + 3 < 0$$

$$\therefore a < -\frac{3}{2} \cdots \textcircled{A}$$

$$\frac{-4a - 5}{2a + 3} < 0 \text{에서 } -4a - 5 > 0$$

$$\therefore a < -\frac{5}{4} \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } a < -\frac{3}{2}$$

23. 세 직선 $-2x + y - 5 = 0, ax + 2y - 2 = 0, 4x - y - 3 = 0$ 으로 삼각형이 이루어지지 않을 때, a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

i) $ax + 2y - 2 = 0$ 이 다른 직선과 평행일 경우

$$\frac{-2}{a} = \frac{1}{2} \text{에서 } a = -4$$

$$\frac{a}{4} = \frac{2}{-1} \text{에서 } a = -8$$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 경우

$$\begin{array}{r} -2x+y+5=0 \\ -) 4x-y-3=0 \\ \hline 2x \quad -8=0 \\ x \quad \quad =4 \end{array}$$

$x = 4$ 를 $-2x + y - 5 = 0$ 에 대입하면

$$-2 \times 4 + y - 5 = 0, y = 13,$$

$ax + 2y - 2 = 0$ 에 점 $(4, 13)$ 을 대입하면

$$4a + 26 - 2 = 0, 4a + 24 = 0, a = -6,$$

따라서 모든 a 값의 합은

$$-4 - 8 - 6 = -18$$

24. 직선 $y = ax + \frac{5}{2}$ 가 세 직선 $y = -x + 3$, $y = 2x + 2$, $y = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 둘레와 만나지 않도록 하는 a 의 범위의 최솟값과 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 최솟값 = $\frac{1}{2}$

▷ 정답 : 최댓값 = $\frac{5}{2}$

해설

좌표평면에 $y = -x + 3 \cdots \textcircled{1}$, $y = 2x + 2 \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프를 나타내면

$y = ax + \frac{5}{2}$ 가 $y = 0$ 과 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에 의하여 만들어지는 삼각형 ABC 와 만나지 않으려면 $y = ax + \frac{5}{2}$ 의 그래프

가 어두운 부분의 범위가 된다.

$y = ax + \frac{5}{2}$ 에서 점A $(\frac{1}{3}, \frac{8}{3})$ 을 대입하면

$$\frac{8}{3} = \frac{1}{3}a + \frac{5}{2} \therefore a = \frac{1}{2}$$

또, B(-1, 0) 을 대입하면 $a = \frac{5}{2}$

따라서, $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}$ 이므로 a 의 값의 최솟값은 $\frac{1}{2}$, 최댓값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

