1. 다음은 x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $3x+y=13$ 을 푸는 과정이다. ( ) 안의 값이 옳지 않은 것은?

$3x+y=13$ 을 y 에 관하여 풀면 (①)
x 에 1, 2, 3, 4, 5, 6 을 대입하여 y 의 값을 구하면

x	1	2	3	4	5	6
y	(②)	7	4	1	(③)	-5

이 때, y 의 값도 (④) 이어야 하므로
해는 (1, 10), (2, 7), (3, 4) , (⑤) 이다.

① $y=-3x+13$ ② 10 ③ -1

④ 자연수 ⑤ $(4,1)$

해설

$3x+y=13$ 을 y 에 관하여 풀면 $y=-3x+13$
x 에 1, 2, 3, 4, 5, 6 을 대입하여 y 의 값을 구하면

x	1	2	3	4	5	6
y	(10)	7	4	1	(-2)	-5

이때, y 의 값도 자연수이어야 하므로 해는 $(1,10)$, $(2,7)$, $(3,4)$, $(4,1)$ 이다.

2. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=20 \\ 2y-x=k \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값과 y 의 값의 차가 4 일 때, 상수 k 의 값은? (단, $x>y$)

① -12 ② -6 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$x-y=4$ 이므로 $\begin{cases} 2x-y=20 \\ x-y=4 \end{cases}$ 를 연립하면 $x=16,\ y=12,$

위에서 구한 해를 $2y-x=k$ 에 대입하면, $24-16=k$

$\therefore\ k=8$

3. $x,\ y$ 에 관한 두 연립방정식의 해가 같을 때, 상수 $a,\ b$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3x+4y=8 \\ ax-by=5 \end{cases} \quad \begin{cases} bx+ay=3 \\ x+3y=1 \end{cases}$$

① $a=1,\ b=2$ ② $a=1,\ b=1$

③ $a=1,\ b=-1$ ④ $a=-1,\ b=1$

⑤ $a=-2,\ b=-1$

해설

두 연립방정식의 해가 같을 때, $\begin{cases} 3x+4y=8 \\ x+3y=1 \end{cases}$ 에서 해를 구하여

나머지 두 식에 대입하여 $a,\ b$ 의 값을 구한다.

위 두 식에서 $x,\ y$를 구하면 $x=4,\ y=-1$

$$\begin{cases} ax-by=5 \\ bx+ay=3 \end{cases}$$

에 $x,\ y$ 의 값을 대입하여 정리하면

$$\begin{cases} 4a+b=5 \\ 4b-a=3 \end{cases}$$

$b=5-4a$를 $4b-a=3$에 대입하면

$4(5-4a)-a=3$

$\therefore\ a=1,\ b=1$

4. 각 자리의 숫자의 합이 10인 두 자리의 자연수가 있다. 일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 두 자리의 수는 처음 수와 같다. 처음 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 55

해설

처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라고 하면

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 10x+y=10y+x \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=5$, $y=5$

따라서 처음 수는 55이다.

5. 수지는 수학 시험에서 3 점짜리 문제를 4 점짜리 문제보다 6 문제를 더 맞혀 점수가 81 점이었다. 3 점짜리 문제는 몇 개를 맞혔는지 구하면?

① 11 개 ② 12 개 ③ 13 개 ④ 14 개 ⑤ 15 개

해설

3 점짜리 문제의 수를 x 개라 하면 4 점짜리 문제의 수는 $(x-6)$ 개이다.

$3x + 4(x-6) = 81$

$7x = 105$

$\therefore x = 15$

6. 일차함수 $y = \frac{4}{3}x - 4$ 의 그래프와 x 축, y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

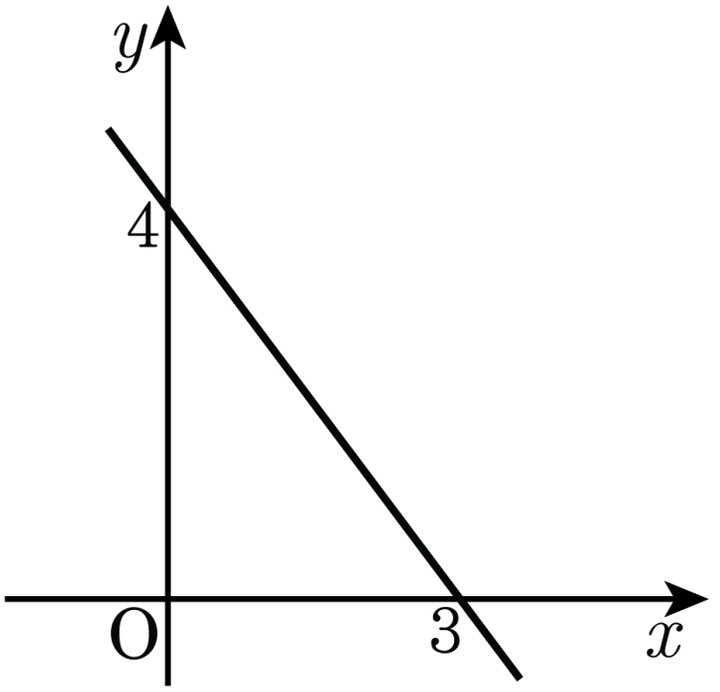
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

주어진 식의 x 절편은 3, y 절편은 -4 이므로
x 축과 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 그래프가 그려지는 일차방정식은?



① $4x-3y+4=0$

② $4x+3y-12=0$

③ $4x-3y-12=0$

④ $4x-3y-1=0$

⑤ $4x+3y=0$

해설

$(0,\ 4)$와 $(3,\ 0)$을 대입했을 때 참이 되는 방정식은 ②이다.

8. 점 $(6, -3)$을 지나고 x축에 평행인 직선의 방정식은?

① $x = 6$ ② $y = -3$ ③ $y = 6$

④ $x = -3$ ⑤ $y = -2x$

해설

x축에 평행하므로 $y = k$ 꼴의 상수함수이다.

$\therefore y = -3$

9. 일차방정식 $2x+ay=9$ 의 한 해가 $(4,\ b)$ 이고, 또 다른 한 해가 $(2,\ 5)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -7 ② -4 ③ -1 ④ 2 ⑤ 5

해설

$(2,\ 5)$ 를 $2x+ay=9$ 에 대입하면

$4+5a=9 \quad \therefore\ a=1$

$(4,\ b)$ 를 $2x+y=9$ 에 대입하면

$8+b=9 \quad \therefore\ b=1$

$\therefore\ a+b=2$

10. $x,\ y$ 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = 0 \\ 2x + by = -2 \end{cases}$ 의 해가 $x = 2,\ y = -2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

각 식에 $(2,\ -2)$ 를 대입하여 $a,\ b$ 의 값을 구한다.

$a = -1,\ b = 3, \quad \therefore\ a + b = 2$

11. 연립방정식 $\begin{cases} 0.2x + 0.6y = 1.3 \\ 0.3x + 0.2y = 1.6 \end{cases}$ 의 해가 $(a,\ b)$ 일 때 $\frac{a}{b}$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

각각의 식에 $\times 10$ 씩 해주면,
각각 $2x + 6y = 13,\ 3x + 2y = 16$ 이 된다.

따라서 두 식을 연립해서 풀면 $x = 5,\ y = \frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{a}{b} = 10$ 이다.

12. 다음 중 아래 연립방정식의 해가 될 수 있는 것은?

$0.2x - 0.7y = 0.1x - 0.5y = 0.3x - 0.9y$

① $x = 2,\ y = 1$ ② $x = 1,\ y = 2$ ③ $x = -1,\ y = 2$

④ $x = -3,\ y = 1$ ⑤ $x = 4,\ y = -2$

해설

$2x - 7y = x - 5y = 3x - 9y$

$2x - 7y = x - 5y$, $x = 2y$

$x - 5y = 3x - 9y$, $-2x = -4y$

두 식을 정리하면 모두 $x = 2y$가 되고 이 식을 만족하는 것은 ①이다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x}{2}+y=-\frac{7}{4} \\ x+2y=a \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① $\frac{7}{2}$ ② 2 ③ -1 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ -2

해설

첫 번째 식에 $\times 2$ 를 하면 $x+2y=-\frac{7}{2}$ 이 되고 이 식에서 두 번째 식을 뺀 식이 $0\cdot x=k\ (k\neq 0)$ 꼴이 되어야 연립방정식의 해가 없으므로 $-\frac{7}{2}-a\neq 0$ 이다. 따라서 $a\neq -\frac{7}{2}$ 이다.

14. 두 사람 A, B 는 각각 5 번째 계단, 3 번째 계단에서 시작하고, 가위바위보를 해서 이긴 사람은 3 계단씩 올라가고, 진 사람은 2 계단씩 내려가기로 하였다. 그 결과 A 는 18 번째 계단, B 는 1 번째 계단에 올라갔을 때, A 가 이긴 횟수는? (단, 비기는 경우는 없다.)

① 3 번 ② 4 번 ③ 5 번 ④ 6 번 ⑤ 7 번

해설

A 가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 y 라 하면, B 가 이긴 횟수는 y, 진 횟수는 x 이다.

$$\begin{cases} 3x-2y=18-5 \\ 3y-2x=1-3 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=13 \\ 3y-2x=-2 \end{cases}$$

연립해서 풀면 $x=7,\ y=4$ 이다.

15. 희망이가 10km 떨어진 약속 장소를 가는 데 처음에는 시속 4km 로 걸어가다가 늦을 것 같아 도중에 12km 로 달려가서 2 시간 만에 도착했다. 이 때, 달려간 거리를 구하여라.

▶ 답 : _____ km

▷ 정답 : 3 km

해설

시속 4km 로 걸어 간 거리를 $x$km , 시속 12km 로 달려 간 거리를 $y$km 라고 하면,

$$\begin{cases} x+y=10 \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{12}=2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=10 \cdots ㉠ \\ 3x+y=24 \cdots ㉡ \end{cases}$$ 에서

㉡ − ㉠을 하면 $x=7$이다.

x를 ㉠에 대입하면 $y=3$이다.

따라서 달려간 거리는 3km 이다.

16. 일차함수 $f(x) = ax + b$의 그래프는 x의 값이 -2만큼 증가할 때, y의 값이 6만큼 감소하고, 점 $(3,\ 2)$을 지난다. 이 때, $f(-2) + f(2)$의 값은?

① -14 ② -7 ③ -4 ④ 3 ⑤ 10

해설

$a = \dfrac{-6}{-2} = 3$

$y = 3x + b$에 $(3, 2)$를 대입하면 $b = -7$

$\therefore f(x) = 3x - 7$

따라서 $f(-2) + f(2) = -13 + (-1) = -14$이다.

17. 일차방정식 $3x - ay + 2 = 0$의 그래프가 점 $(2, 2)$를 지날 때, 다음 중 이 그래프 위의 점은? (단, a는 상수이다.)

① $(1, 1)$ ② $(2, 2)$ ③ $(3, 3)$ ④ $(4, 4)$ ⑤ $(5, 5)$

해설

점 $(2,\ 2)$를 일차방정식 $3x - ay + 2 = 0$에 대입하면 $6 - 2a + 2 = 0,\ \ a = 4$이다.
따라서 일차방정식 $3x - 4y + 2 = 0$의 그래프 위를 지나는 점을 찾으면 점 $(2,\ 2)$이다.

18. 다음 중에서 y가 x의 일차함수인 것을 모두 고르면?

㉠ 한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 둘레는 y cm이다.

㉡ 시속 x km로 달리는 자동차가 y시간 동안 달리는 거리는 200 km이다.

㉢ 반지름의 길이가 x cm인 원의 넓이는 y cm^{2}이다.

㉣ 가로, 세로의 길이가 각각 5 cm, x cm인 직사각형의 넓이는 y cm^{2}이다.

㉤ 50원짜리 우표 x장과 100원짜리 우표 4장, y원짜리 우표 4장의 가격을 합하면 1200원이다

.

① ㉠, ㉡, ㉤ ② ㉡, ㉢, ㉤ ③ ㉠, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ ⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ $y = 4x$

㉡ $xy = 200 \Rightarrow y = \dfrac{200}{x}$

㉢ $y = \pi x^2$

㉣ $y = 5x$

㉤ $50x + 400 + 4y = 1200 \Rightarrow 50x + 4y = 800$

19. 일차함수 $f(x)=ax+3$ 의 그래프에서 다음 식이 성립할 때, a 의 값을 구하여라.

$$f(2)-f(-2)=16$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$f(2)-f(-2)=16$ 에서 x 의 변화량은 $2-(-2)=4$, y 의 변화량은 16 이므로 기울기는 $\frac{16}{4}=4$ 이다.

20. 두 일차함수 $y=(2m+2)x-m-n$, $y=(m+n)x+m+1$ 의 그래프가 일치할 때, 상수 m, n 에 대하여 $m+n$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2m+2=m+n, -m-n=m+1$ 이므로

$$\begin{cases} m-n=-2 \\ 2m+n=-1 \end{cases}$$

연립방정식의 해를 구하면, $m=-1$, $n=1$ 이다.

$\therefore m+n=(-1)+1=0$

21. 일차함수 $y = 3x - 2$ 위의 점 $\mathrm{A}(a,\ 4)$ 와 일차함수 $y = -2x + 4$ 위의 점 $\mathrm{B}(1,\ b)$ 를 지나는 직선의 방정식 $y = tx + s$ 를 만들었다. $a + b + t + s$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

점 A는 $y = 3x - 2$ 위의 점이므로 $4 = 3a - 2,\ a = 2$
점 B는 $y = -2x + 4$ 위의 점이므로 $b = -2 \times 1 + 4 = 2$
점 $(2,\ 4)$ 와 점 $(1,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은
$y = 2x$ 이므로 $t = 2,\ s = 0$ 이다.
따라서 $a + b + t + s = 2 + 2 + 2 + 0 = 6$ 이다.

22. 일차함수의 두 직선 $ax+3y=x+9$, $8x+6y=a+b$의 교점이 무수히 많을 때, $a+b$의 값은?

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

해설

$ax+3y=x+9$를 정리하면

$$\begin{cases} (a-1)x+3y=9 & \cdots ㉠ \\ 8x+6y=a+b & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡이 일치할 조건에서

$$\frac{a-1}{8}=\frac{3}{6}=\frac{9}{a+b}$$

$6(a-1)=24$, $a-1=4$ $\therefore a=5$

$3(a+b)=54$, $a+b=18$, $5+b=18$ $\therefore b=13$

$\therefore a+b=5+13=18$

23. 학생 60 명이 수학 시험을 보았다. 성적 상위 $\frac{5}{12}$ 를 ㉮ 등급, 성적 하위 $\frac{1}{4}$ 를 ㉰ 등급이라 하고 나머지를 ㉯ 등급이라고 할 때, ㉯ 등급 학생들의 평균은 ㉰ 등급 학생들의 평균보다 15 점이 더 높고, ㉮ 등급 학생의 평균은 ㉯ 등급 학생의 평균보다 10 점이 더 높고, ㉰ 등급 학생 평균의 $\frac{3}{2}$ 배였다. 이때, 학생 전체의 수학 성적 평균을 구하여라.

▶ 답: 점

▷ 정답: $\frac{785}{12}$ 점

해설

㉮ 등급의 학생 수를 $\frac{5}{12}$, ㉰ 등급의 학생 수를 $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ 라 하면,

㉯ 등급의 학생 수는 $1 - (\frac{5}{12} + \frac{3}{12}) = \frac{4}{12}$

따라서 ㉮, ㉯, ㉰ 등급의 학생 수의 비는 5 : 4 : 3 이므로 ㉮, ㉯, ㉰ 등급의 학생 수는 각각 25 명, 20 명, 15 명이다.

㉮, ㉯, ㉰ 등급의 평균을 각각 x, y, z 라 하면

$y = z + 15$,

$x = y + 10 = \frac{3}{2}z$,

$\therefore\ z = 50,\ y = 65,\ x = 75$

전체 평균은

$\frac{75 \times 25 + 65 \times 20 + 50 \times 15}{60} = \frac{3925}{60} = \frac{785}{12}$ (점)

24. 국제 전화 회사인 A, B, C 는 한국-미국 간 통화 시 다음과 같은 요금 정책을 적용한다.

A : 무조건 10 초당 30 원

B : 3 분 동안 무조건 기본요금 X 원, 초과 시 10 초당 Y 원 부가

C : 50 초 동안 기본요금 $\frac{X}{3}$ 원, 초과 시 10 초당 $\frac{Y}{2}$ 원 부가

한국-미국 간 통화 시 A 회사와 B 회사의 요금이 같아지는 것은 6 분 30 초 통화했을 때이고, A 회사와 C 회사의 요금이 같아지는 것은 1 분 50 초 통화했을 때이다. A 회사의 전화 요금이 3000 원이 될 때, 같은 시간 동안 B 회사, C 회사의 전화 요금의 합을 구하여라.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 3082.5 원

해설

A 회사와 B 회사의 요금이 같아지는 것은 6 분 30 초= 390 초 통화했을 때이므로

$\frac{390}{10} \times 30 = X + \frac{210}{10} \times Y$

$\therefore X + 21Y = 1170 \cdots ㉠$

A 회사와 C 회사의 요금이 같아지는 것은 1 분 50 초= 110 초 통화했을 때이므로

$\frac{110}{10} \times 30 = \frac{X}{3} + \frac{60}{10} \times \frac{Y}{2}$

$\therefore X + 9Y = 990 \cdots ㉡$

㉠,㉡ 을 연립하면 $Y = 15,\ X = 855$

A 회사의 전화요금이 3000 원이 되는 것은 $10 \times \frac{3000}{30} = 1000$ (초) 통화했을 때이므로

1000 초 통화했을 때 B 회사의 전화요금은 $855 + \frac{820}{10} \times 15 = 2085$ 원

1000 초 통화했을 때 C 회사의 전화요금은 $285 + \frac{950}{10} \times \frac{15}{2} = 997.5$ 원

따라서 $2085 + 997.5 = 3082.5$ (원) 이다.

25. 일차함수 $(a+2)y=(5-3a)x-3$ 의 그래프가 제 3 사분면을 지나지 않을 때, a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a<-2$

해설

$(a+2)y=(5-3a)x-3$ 가 제 3 사분면을 지나지 않으려면 기울기 <0, y절편 >0 이어야 한다.

1) $a=-2$ 일 때,

$x=\dfrac{3}{5-3a}$ 이므로 일차함수가 아니다.

2) $a\neq -2$ 일 때,

$y=\dfrac{5-3a}{a+2}x-\dfrac{3}{a+2}$

$\dfrac{5-3a}{a+2}<0$ 에서 $\dfrac{(3a-5)}{(a+2)}>0$

$\therefore\ a<-2$ 또는 $a>\dfrac{5}{3}$

$-\dfrac{3}{a+2}>0$ 에서 $a+2<0$

$\therefore\ a<-2$

1), 2) 에 의해서 $a<-2$ 이다.