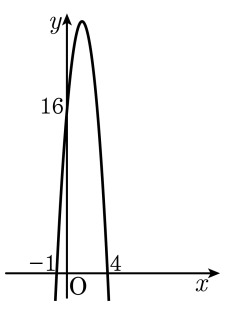
1. $-1 \le x \le 1$ 에서 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x - 2a$ 의 최솟값이 1 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(x) = x^2 - 4x - 2a = (x-2)^2 - 2a - 4$
이 때, 꼭짓점의 x 좌표 2 가 $-1 \le x \le 1$ 에 속하지 않으므로
$f(-1), f(1)$ 중 작은 값이 최솟값이다.
따라서, 최솟값은 $f(1) = -3 - 2a = 1$
$\therefore a = -2$

2. 다음 그래프에서 최댓값을 구하면?



① 21 ② 22 ③ 23

④ 24 ⑤ 25

해설

x 절편이 -1 과 4 이므로

$y = a(x+1)(x-4)$

점 $(0, 16)$을 지나므로

$16 = a(-4)$, $a = -4$

$$\begin{aligned} y &= -4(x+1)(x-4) \\ &= -4(x^2 - 3x - 4) \\ &= -4\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 16 \\ &= -4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + 25 \end{aligned}$$

$x = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 25 이다.

3. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x + k$ 의 최댓값이 2 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$y = -2x^2 + 8x + k$
$= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) + k$
$= -2(x-2)^2 + 8 + k$

$x = 2$ 일 때, 최댓값 $8 + k$ 를 갖는다.
$\therefore\ 8 + k = 2,\ k = -6$

4. $-2 \le x \le 0$ 에서 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + a + 1$ 이 최댓값 1 을 가질 때, 상수 a 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -2x^2 + 4x + a + 1 = -2(x-1)^2 + a + 3$ 이
이차함수의 그래프의 꼭짓점의 x 좌표 1 이
x의 값의 범위 $-2 \le x \le 0$ 에 속하지 않으므로
주어진 이차함수는 $x = -2$ 일 때 최솟값을 갖고
$x = 0$ 일 때 최댓값을 갖는다.
최댓값이 1 이므로 $a + 1 = 1 \quad \therefore a = 0$

5. 이차함수 $y = 2x^2 - 2ax - 2a - 4$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$y = 2x^2 - 2ax - 2a - 4$$
$$= 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{2} - 2a - 4$$

y 의 최솟값 : $m = -\frac{a^2}{2} - 2a - 4$
$$= -\frac{1}{2}(a+2)^2 - 2$$

m 의 최댓값 : -2

6. $f(x) = x^2 - x + 1$ 일 때, $0 \le x \le 1$ 에서 $f(4 - f(x))$ 의 최솟값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$f(4 - f(x))$ 에서 $4 - f(x) = t$ 라 두면,

$t = -x^2 + x + 3$

$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{13}{4}$ $(0 \le x \le 1)$ 에서

$3 \le t \le \frac{13}{4}$

따라서

$f(4 - f(x)) = f(t) = t^2 - t + 1$

$= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \left(3 \le t \le \frac{13}{4}\right)$

$t = 3$ 일 때, 최솟값 7을 갖는다.

7. x가 실수일 때 $\dfrac{x^2-x+4}{x^2+x+1}$의 값이 취할 수 있는 정수의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$\dfrac{x^2-x+4}{x^2+x+1}=k$라 두면

$x^2-x+4=k(x^2+x+1)$

$(k-1)x^2+(k+1)x+k-4=0$

x가 실수이므로 실근이다.

따라서, 판별식 $D=(k+1)^2-4(k-1)(k-4)\geq 0$

$3k^2-22k+15\leq 0$

$\therefore \dfrac{11-2\sqrt{19}}{3}\leq k\leq \dfrac{11+2\sqrt{19}}{3}$

k는 정수이므로 대강의 범위를 구해보면

$0.\times\times\leq k\leq 6.\times\times$에서

$k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ 의 6개이다.

8. $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a > 0$, $b^2 - 4ac > 0$ 일 때, y 의 최댓값, 최솟값에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 최댓값, 최솟값이 없다.
② 최솟값이 양수이다.
③ 최솟값이 음수이다.
④ 최댓값이 양수이다.
⑤ 최댓값이 음수이다.

해설

아래로 볼록하고, x 축과 두 점에서 만나므로 최솟값은 음수이다.

9. $x=1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$y=a(x-1)^2-1=ax^2-2ax+a-1$
$a-1=3$, $a=4$
$y=4(x-1)^2-1$
$\therefore apq=4\times1\times(-1)=-4$

10. $x,\ y$ 가 실수일 때, $f(x,\ y) = x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 2y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$\begin{aligned} f(x,\ y) &= x^2 - 2xy + 2y^2 + 2x + 2y \\ &= x^2 - 2(y-1)x + 2y^2 + 2y \\ &= \{x - (y-1)\}^2 + (y+2)^2 - 5 \end{aligned}$$

따라서 $x = -3,\ y = -2$ 일 때, 최솟값 -5