

1. 다음 이차함수에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $y = 2x^2$ 은 아래로 볼록한 포물선이다.

② $y = -\frac{1}{3}x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

④ $y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 y 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $y = \frac{5}{2}x^2$ 의 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

$y = 2x^2$ 은 $y = -2x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

2. 다음 중 아래 주어진 이차함수의 그래프를 x 축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어 놓은 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = x^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = -x^2 - 1$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = (x + 1)^2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = x^2 + 1$$

$$\textcircled{\text{①}} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{②}} \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉢}}$$

$$\textcircled{\text{③}} \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉣}}$$

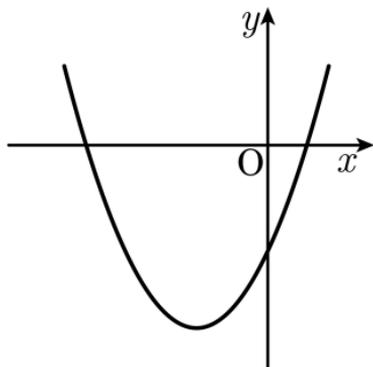
$$\textcircled{\text{④}} \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉣}}$$

$$\textcircled{\text{⑤}} \textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$$

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대칭인 함수는 $y = -ax^2 - q$ 이다.

3. 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프에서 다음 \square 안에 알맞은 부등호를 써 넣어라.



$$a + p - q \square 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : >

해설

이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 꼭짓점은 $(-p, q)$ 이다.

그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.

또한, 꼭짓점 $(-p, q)$ 가 제3 사분면에 있으므로 $-p < 0, p > 0, q < 0$ 이다.

따라서 $a + p - q > 0$ 이다.

4. 함수 $y = f(x)$ 에서 $y = x^2 + 3x - 2$ 일 때, $f(f(f(1)))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 86

해설

$$f(1) = 1^2 + 3 - 2 = 2$$

$$f(f(1)) = f(2) = 2^2 + 3 \times 2 - 2 = 8$$

$$\therefore f(f(f(1))) = f(f(2))$$

$$= f(8)$$

$$= 8^2 + 3 \times 8 - 2 = 86$$

5. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 9)$ 를 지난다고 한다. 이때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 9)$ 를 지나므로 $9 = a \times (-3)^2$

$\therefore a = 1$

6. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수의 그래프가 제 3 사분면 위의 점 $(a, -27)$ 과 제 4 사분면 위의 점 $(b, -27)$ 을 지날 때, $b - a$ 의 값은?

① -3

② 3

③ 0

④ 6

⑤ -6

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로

$$-3 = a \times (1)^2, \quad a = -3 \quad \therefore y = -3x^2$$

점 $(m, -27)$ 를 지나므로 $-27 = -3 \times m^2, \quad m^2 = 9 \quad \therefore m = \pm 3$
제 3 사분면 위의 점은 (x 좌표) < 0 이고, 제 4 사분면 위의 점은 (x 좌표) > 0 이므로

$$a = -3, \quad b = 3$$

따라서 $b - a = 3 - (-3) = 6$ 이다.

7. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에서 $f(-2) = -12$ 일 때, $y = -ax^2$ 과 x 축 대칭인 이차함수의 식은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -4x^2$

해설

$x = -2, y = -12$ 를 대입하면 $a = 3$ 이다.

따라서 $y = -ax^2 = -3x^2$ 이므로 x 축 대칭인 이차함수는 $y = 3x^2$ 이다.

8. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 원점이 꼭짓점이다.

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

9. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 점 $(4, 3)$ 을 지났다. b 의 값을 구하면?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

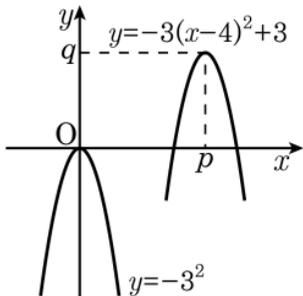
해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + b$ 에 $(4, 3)$ 을 대입하면

$$3 = \frac{1}{2} \times 4^2 + b$$

$$\therefore b = 3 - \frac{16}{2} = -5$$

10. $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, p, q 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $p = 4$

▷ 정답: $q = 3$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = -3(x-4)^2 + 3$ 이므로 $p = 4, q = 3$ 이다.

11. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -2$

② $x < -2$

③ $x < 2$

④ $x > 2$

⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x + 2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

12. 다음 중 이차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① $y = 2x^2 + 1$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.
- ② $y = -2(x + 2)^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.
- ③ $y = -(x - 5)^2$ 의 그래프는 x 축과 한 점에서 만난다.
- ④ $y = -(x - 3)^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점 좌표는 $(3, 1)$ 이다.
- ⑤ $y = x^2$ 의 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

② $y = -2(x + 2)^2$ 은 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.

13. 포물선 $y = (x - a + 1)^2 + (a^2 + 2a - 9)$ 의 꼭짓점이 $(1, k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

꼭짓점의 좌표 $(a - 1, a^2 + 2a - 9)$ 이 $(1, k)$ 이므로

$$a - 1 = 1$$

$$\therefore a = 2$$

$a^2 + 2a - 9$ 에 $a = 2$ 을 대입하면

$$4 + 4 - 9 = k$$

$$\therefore k = -1$$

14. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x-p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$
$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

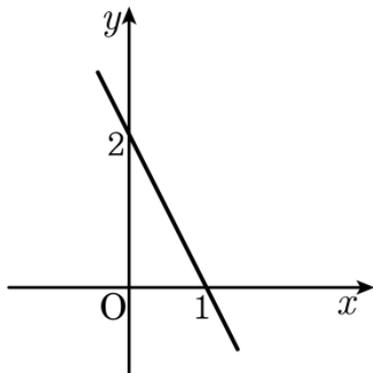
$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

15. 일차함수 $y = mx + n$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 그래프의 꼭짓점의 위치는?



- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면
 ③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면
 ⑤ x 축 또는 y 축 위

해설

일차함수의 그래프에서 기울기가 -2 , y 절편이 2 이므로

$$y = -2x + 2, \quad m = -2, \quad n = 2$$

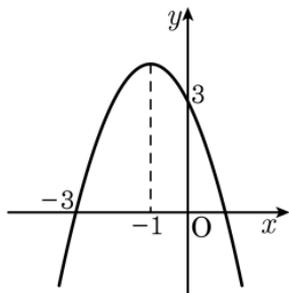
$$\therefore y = x^2 - 2x + 2$$

$$= (x^2 - 2x + 1 - 1) + 2$$

$$= (x - 1)^2 + 1$$

꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로 제 1 사분면 위에 있다.

16. 다음 그림을 보고 이차함수의 식을 구하면?



① $y = -(x + 1)^2 + 1$ (또는
 $y = -x^2 - 2x$)

② $y = -(x + 1)^2 + 2$ (또는
 $y = -x^2 - 2x + 1$)

③ $y = -(x + 1)^2 + 3$ (또는
 $y = -x^2 - 2x + 2$)

④ $y = -(x + 1)^2 + 4$ (또는
 $y = -x^2 - 2x + 3$)

⑤ $y = -(x + 1)^2 + 5$ (또는
 $y = -x^2 - 2x + 4$)

해설

축이 $x = -1$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + q$$

점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로

$$0 = 4a + q, 3 = a + q$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -1, q = 4$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4 = -x^2 - 2x + 3$$

17. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 점 $(m, -12)$ 를 지난다고 한다. 이 때, m 의 값들의 합은?

① -1

② -2

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$y = -3x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 $y = -3(x + 1)^2$ 이고, 점 $(m, -12)$ 을 지나므로 $-12 = -3(m + 1)^2$ 이다.
따라서 $m = 1$ 또는 $m = -3$ 이므로 합은 -2 이다.

18. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 $(1, 4)$ 를 지난다고 한다. 이 때, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 범위를 구하면?

① $x > 1$

② $x > 2$

③ $x < -1$

④ $x > -2$

⑤ $x < -3$

해설

$(1, 4)$ 를 대입하면 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

$a = \frac{2}{3}$ 를 대입하면

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + 2x) + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 - \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

따라서 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 값은 감소한다.

19. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 만나지 않는 것은?

① $y = x^2 - 1$

② $y = x^2 - 2x - 3$

③ $y = x^2 + 4x + 4$

④ $y = x^2 - 2x$

⑤ $y = x^2 - 4x + 5$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2개

$b^2 - 4ac = 0$: 1개

$b^2 - 4ac < 0$: 0개

⑤ $(-4)^2 - 4 \times 5 = -4 < 0$

따라서 x 축과 만나지 않는다.

20. 다음 함수의 그래프 중에서 제 1 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = 3x^2$

② $y = -2x^2 + 3$

③ $y = (x - 2)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = -(x + 1)^2 - 3$

해설

⑤ $y = -(x + 1)^2 - 3 = -x^2 - 2x - 4$ 는 위로 볼록한 모양의 포물선이다. 꼭짓점의 좌표 $(-1, -3)$ 는 제 3 사분면 위에 있고, y 절편이 $(0, -4)$ 이므로 제 1, 2 사분면을 지나지 않는다.

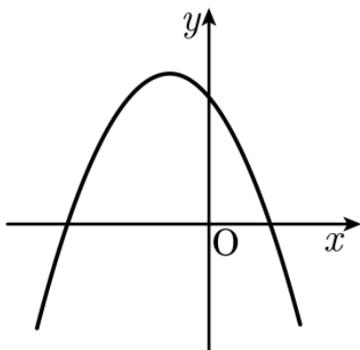
21. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1) 이다.
 - ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
 - ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
 - ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
 - ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1), y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

22. 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호를 부등호를 사용하여 각각 나타내어라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < 0$

▷ 정답 : $p > 0$

▷ 정답 : $q > 0$

해설

그래프의 모양은 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(-p, q)$ 는 제 2 사분면위에 있으므로 $a < 0, p > 0, q > 0$ 이다.

23. 꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이고, y 축과의 교점의 좌표가 (0, 9) 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$

② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$

④ $y = -2x^2 + 9$

⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이므로

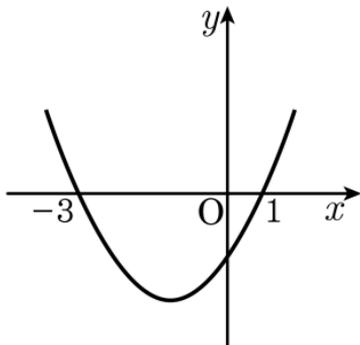
$y = a(x - 2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로

$9 = a(0 - 2)^2 + 1$, $a = 2$ 이다.

$$y = 2(x - 2)^2 + 1$$

$$= 2x^2 - 8x + 9$$

24. 이차함수 $y = a(x + p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$

따라서 함수식은 $y = a(x + 1)^2 - 2$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = 4a - 2$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$$

25. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

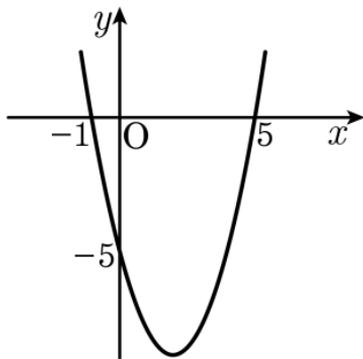
$$y = x^2 + 4x + 2 = (x + 2)^2 - 2$$

위의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동 시키면

$$y = (x + 2)^2 - 2 + 3 = (x + 2)^2 + 1$$

따라서 $x = -2$ 일 때, 최솟값은 1 이다.

26. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 이차함수의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 x 절편이 $-1, 5$ 이므로 $y = a(x+1)(x-5)$ 이다.

y 절편이 -5 이므로 $a = 1$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= (x+1)(x-5) \\ &= x^2 - 4x - 5 \\ &= (x-2)^2 - 9 \end{aligned}$$

따라서 (최솟값) = -9 이다.

27. 이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖는다.
 a 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -1

해설

이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값이 -2
이므로

$$y = (x - 4)^2 - 2 = x^2 - 8x + 14 = x^2 + bx - a + 16$$

$$\therefore a = 2$$

28. 이차함수 $y = x^2 + 4x + k$ 의 최솟값이 -4 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 4x + k \\ &= (x + 2)^2 - 4 + k\end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 $-4 + k$ 를 가지므로

$$-4 + k = -4 \quad \therefore k = 0$$

29. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 최솟값이 6 일 때 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 7$

해설

$$y = x^2 + 2x + k = (x + 1)^2 - 1 + k$$

$$-1 + k = 6 \quad \therefore k = 7$$

30. 합이 20 인 두 수의 곱이 최대가 될 때, 이 두 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 10

▷ 정답: 10

해설

두 수를 각각 x , $20 - x$ 라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(20 - x) \\ &= -x^2 + 20x \\ &= -(x - 10)^2 + 100\end{aligned}$$

$x = 10$ 일 때, 최댓값 100을 갖는다.

$\therefore x = 10, 20 - x = 10$

따라서 두 수는 10, 10

31. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로 길이를 x cm 길게 하고 세로 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 14

⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면

$$y = (6 + x)(10 - x)$$

$$= -x^2 + 4x + 60$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$$

$$= -(x - 2)^2 + 64$$

따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

32. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

① 18

② 20

③ 30

④ 32

⑤ 36

해설

반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때, 부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

33. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

34. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$

이다.

35. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

36. 이차함수 $y = 2(x + p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $(-\frac{1}{2}, b)$ 를 지난다. 이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$

② 13

③ $-\frac{11}{3}$

④ $\frac{13}{2}$

⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$y = 2(x + p - 1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1 - p, \frac{1}{2})$

이므로 $1 - p = 2, p = -1, a = \frac{1}{2}$ 이다.

$y = 2(x - 2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $(-\frac{1}{2}, b)$ 를 지나므로 $b =$

$2\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{2}, b = 13$ 이다.

$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

37. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{16}$

해설

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3 \text{ 이므로 대칭축은}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

38. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$

㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$

② $1 < |a| < \frac{3}{2}$

③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

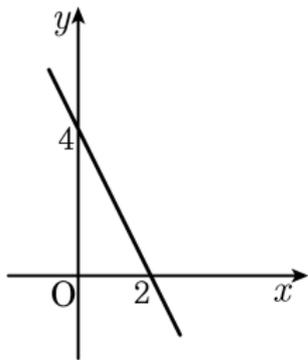
㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

39. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

- ① $(-2, 7)$ ② $(-2, -7)$
③ $(7, 2)$ ④ $(-7, 2)$
⑤ $(2, 7)$



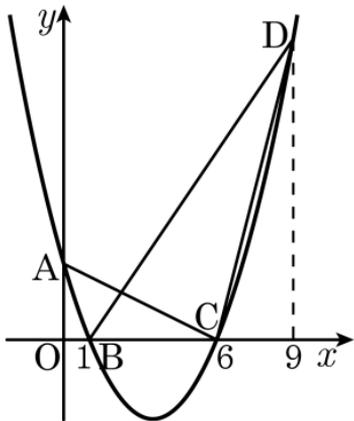
해설

$a = -2, b = 4$ 이므로

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3 \\ &= -x^2 + 4x + 3 \\ &= -(x - 2)^2 + 7\end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이다.

40. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$c = 3$, 즉 $A(0, 3)$ 이다.

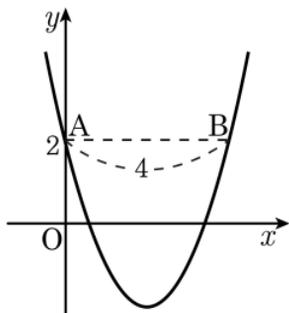
$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

41. 다음 그림은 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, \overline{AB} 는 x 축과 평행하다.)



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -4$

▷ 정답: $b = 2$

해설

B 의 좌표가 $(4, 2)$ 이므로 $A(0, 2), B(4, 2)$ 를 각각 대입하면
 $2 = b, 2 = 16 + 4a + b$,
 즉 $a = -4, b = 2$ 이다.

42. $y = x^2$ 의 그래프를 평행이동하였더니 세 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, $(4, k)$ 를 지나는 포물선이 되었다. k 의 값을 구하면?

① -6

② -2

③ 0

④ 5

⑤ 11

해설

$y = x^2$ 을 평행이동하였더니 $(-1, 0)$, $(3, 0)$ 을 지나므로 $y = (x + 1)(x - 3)$

$(4, k)$ 를 대입하면 $k = (4 + 1)(4 - 3)$

따라서 $k = 5$ 이다.

43. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① -10

② -12

③ -14

④ -16

⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 이므로

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$= a(x + 2)(x - 4)$$

$$= a(x^2 - 2x - 8)$$

$$= a(x - 1)^2 - 9a$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2, c = 8$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$

44. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$

② -1

③ $\frac{1}{8}$

④ 1

⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8}$$

이다.

45. 다음 그림과 같이 20m인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.
넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



- ① 3 m ② 4 m ③ 5 m
④ 6 m ⑤ 7 m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,

$$y = x(20 - 2x)$$

$$= -2x^2 + 20x$$

$$= -2(x - 5)^2 + 50$$

$x = 5$ 일 때, 최댓값은 50 이다.

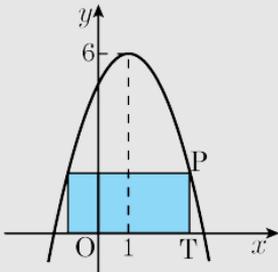
46. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y = -x^2 + 2x + 5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는

$(t, -t^2 + 2t + 5)$ 이다.

직사각형의 가로 길이는 $2(t - 1)$,

직사각형의 세로 길이는 $-t^2 + 2t + 5$ 이다.

$$\text{둘레의 길이} = 2[2(t - 1) - t^2 + 2t + 5]$$

$$= 2(-t^2 + 4t + 3)$$

$$= -2t^2 + 8t + 6$$

$$= -2(t - 2)^2 + 14$$

$t = 2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

47. 지면으로부터 45m 높은 곳에서 초속 40m 로 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 할 때, $y = 45 + 40x - 5x^2$ 인 관계가 성립한다. 쏘아올린 물체가 다시 45m 지점을 지나는 시간은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답:

초 후

▷ 정답: 8초 후

해설

$y = 45$ 를 대입하면

$$45 = 45 + 40x - 5x^2$$

$$5x^2 - 40x = 0$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x - 8) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 8$$

따라서 45m 지점을 지나는 시간은 8 초 후이다.

48. 두 이차함수 $y = 3x^2$, $y = 2x^2 + 10$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점 중, x , y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 35 개

해설

두 그래프의 교점의 x 좌표를 구하면

$$3x^2 = 2x^2 + 10$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{10}$$

이때 두 그래프로 둘러싸인 영역의 x 좌표의 범위가 $-\sqrt{10} < x < \sqrt{10}$ 이고,

y 좌표의 범위는 $3x^2 < y < 2x^2 + 10$

정수인 x 좌표는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

(1) $x = \pm 3$ 일 때, $27 < y < 28$ 이므로 정수인 y 는 없다.

(2) $x = \pm 2$ 일 때, $12 < y < 18$ 이므로 $y = 13, 14, 15, 16, 17$

(3) $x = \pm 1$ 일 때, $3 < y < 12$ 이므로 $y = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$

(4) $x = 0$ 일 때, $0 < y < 10$ 이므로 $y = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$

따라서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점은

$$2 \times (5 + 8) + 9 = 35(\text{개}) \text{이다.}$$

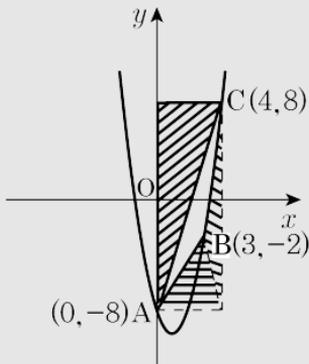
49. 이차함수 $y = 2x^2 - 12$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $A(0, a)$, $B(3, b)$, $C(4, 8)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$y = 2(x-1)^2 - 12 + 2 = 2(x-1)^2 - 10$$



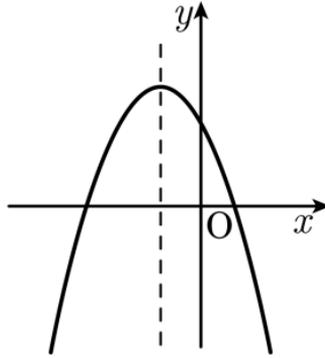
$$f(0) = -8, \quad A(0, -8)$$

$$f(3) = -2, \quad B(3, -2)$$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 빗금친 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\begin{aligned} & 4 \times 16 - \frac{1}{2} (4 \times 16 + 4 \times 6 + 1 \times 16) \\ &= 64 - 52 = 12 \end{aligned}$$

50. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = cx^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제 몇 사분면에 있는가?



- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
 ④ 제4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

$a < 0, c > 0, -\frac{b}{2a} < 0$ 에서 $b < 0 \therefore a < 0, b < 0, c > 0$

$y = cx^2 + ax + b$ 에서

- (1) $c > 0$ 이므로 아래로 볼록
 (2) 꼭짓점의 x 좌표를 구하면

$$y = c \left(x^2 + \frac{a}{c}x + \frac{a^2}{4c^2} - \frac{a^2}{4c^2} \right) + b$$

$$= c \left(x + \frac{a}{2c} \right)^2 - \frac{a^2}{4c} + b \text{ 이므로}$$

축 : $-\frac{a}{2c} > 0$

(3) y 절편 : $b < 0$

따라서, 그래프는 다음 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면에 있다.

