1. $x = 1 - \sqrt{3}i$ 일 때, $x^2 - 2x + 1$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x = 1 - \sqrt{3}i$ 에서

$x - 1 = -\sqrt{3}i$ 의 양변을 제곱하면

$(x-1)^2 = (-\sqrt{3}i)^2$

$x^2 - 2x = -4$ 이므로

$x^2 - 2x + 1 = -4 + 1 = -3$

2. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 등식 $(1-2i)z - i\bar{z} = 3-5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1+i$　　② $2+i$　　③ $2+2i$

④ $1-i$　　⑤ $2-i$

해설

$z = a+bi$ 라 하면 $\bar{z} = a-bi$ 이므로

$(1-2i)(a+bi) - i(a-bi) = a+bi-2ai+2b-ai-b$

$= (a+b)+(-3a+b)i = 3-5i$

따라서 $a+b=3$, $-3a+b=-5$ 이므로 연립하여 풀면

$a=2$, $b=1$

따라서 $z=2+i$ 이다.

3. 사차방정식 $x^4-11x^2+30=0$의 네 근 중 가장 작은 근을 a, 가장 큰 근을 b라 할 때, a^2+b^2의 값은?

① 8　② 9　③ 10　④ 11　⑤ 12

해설

$x^4-11x^2+30=0$

$(x^2-5)(x^2-6)=0$

$\therefore\ x=\pm\sqrt{5},\ x=\pm\sqrt{6}$

가장 작은 근 $a=-\sqrt{6}$, 가장 큰 근 $b=\sqrt{6}$

$\therefore\ a^2+b^2=6+6=12$

4. $4-3i+\dfrac{3-5i}{1+i}+4i+\dfrac{-3+5i}{1+i}-\dfrac{2}{1-i}$ 를 간단히 한 것은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $-i$ ② 3 ③ $4i$
④ 5 ⑤ $1+3i$

해설

$4-3i+\dfrac{3-5i}{1+i}+4i+\dfrac{-3+5i}{1+i}-\dfrac{2}{1-i}$

$=4-3i+4i+\dfrac{3-5i-3+5i}{1+i}-\dfrac{2}{1-i}$

$=4+i-\dfrac{2(1+i)}{(1-i)(1+i)}$

$=4+i-\dfrac{2(1+i)}{1+1}=4+i-1-i=3$

5. 다음 방정식의 해가 <u>아닌</u> 것은?

$$(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12=0$$

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x^2+x)^2-8(x^2+x)+12=0$ 에서 $x^2+x=X$ 라 하면
$X^2-8X+12=0$, $(X-2)(X-6)=0$
$\therefore$ $X=2$ 또는 $X=6$
(i) $X=2$ 일 때, $x^2+x=2$ 에서
$x^2+x-2=0$,
$(x-1)(x+2)=0$
$\therefore$ $x=1$ 또는 $x=-2$
(ii) $X=6$ 일 때, $x^2+x=6$ 에서
$x^2+x-6=0$,
$(x+3)(x-2)=0$
$\therefore$ $x=-3$ 또는 $x=2$
(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 해는
$x=-3$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$
따라서, 해가 아닌 것은 ③

6. 사차방정식 $x^4+x^3-x-1=0$의 두 허근을 α, β라 할 때, $\alpha^{100}+\dfrac{1}{\beta^{100}}$과 값이 같은 것은?

① $\alpha+1$ ② $\alpha-2$ ③ $\dfrac{2}{\beta}$ ④ -1 ⑤ 1

해설

$x^4+x^3-x-1=0$

$x^3(x+1)-(x+1)=0$

$(x+1)(x^3-1)=0$

$\rightarrow (x+1)(x-1)(x^2+x+1)=0$

$x^2+x+1=0$의 두 근이 α,β

$\therefore \alpha^3=1, \beta^3=1, \alpha+\beta=-1, \alpha\beta=1$

$$\alpha^{100}+\frac{1}{\beta^{100}}=(\alpha^3)^{33}\alpha+\frac{1}{(\beta^3)^{33}\beta}$$

$$=\alpha+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha\beta+1}{\beta}=\frac{2}{\beta}$$

7. 다음은 α가 삼차방정식 $x^3-3x+1=0$의 한 근일 때, α^2-2도 이 방정식의 근임을 보인 것이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 <u>않은</u> 것은?

> α 는 $x^3-3x+1=0$ 의 근이므로 (가)
> $f(x)=x^3-3x+1$ 이라고 하면
> $f(\alpha^2-2)=$ (나) $=$ (다) $=$ (라) $=$ (마) $=0$
> 따라서, α^2-2 도 삼차방정식 $x^3-3x+1=0$ 의 근이다.

① (가) $\alpha^3-3\alpha+1=0$

② (나) $(\alpha^2-2)^3-3(\alpha^2-2)+1$

③ (다) $\alpha^6-6\alpha^4+9\alpha^2-1$

④ (라) $(\alpha^3-3\alpha+1)(\alpha^3-3\alpha-1)$

⑤ (마) $0\cdot 2$

해설

α는 $x^3-3x+1=0$의 근이므로 $\alpha^3-3\alpha+1=0$
$f(x)=x^3-3x+1$이라고 하면 $f(\alpha^2-2)=(\alpha^2-2)^3-3(\alpha^2-2)+1$
$=\alpha^6-6\alpha^4+9\alpha^2-1=(\alpha^3-3\alpha+1)(\alpha^3-3\alpha-1)=0\cdot(-2)=0$
따라서 α^2-2도 삼차방정식 $x^3-3x+1=0$의 근이다.

8. 복소수 z 에 대하여 다음 보기 중 항상 실수인 것을 <u>모두</u> 고르면?(단, $\overline{z}$ 는 z 의 켤레복소수이고 $z \neq 0$ 이다

㉠ $z+\overline{z}$	㉡ $z\overline{z}$	㉢ $(z-\overline{z})^2$
㉣ $\frac{1}{z}-\frac{1}{\overline{z}}$	㉤ $\frac{\overline{z}}{z}$	

① ㉠ ② ㉠ ,㉡

③ ㉠ ,㉡ ,㉢ ④ ㉠ ,㉡ ,㉢ ,㉣

⑤ ㉠ ,㉡ ,㉢ ,㉣ ,㉤

해설

$z=a+bi$ 라 하자 $\Rightarrow$ $\overline{z}=a-bi$

㉠ $z+\overline{z}=2a$

㉡ $z\overline{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$

㉢ $(z-\overline{z})^2=(2bi)^2=-4b^2$

㉣ $\frac{1}{z}-\frac{1}{\overline{z}}=\frac{a-bi}{a^2+b^2}-\frac{a+bi}{a^2+b^2}=\frac{-2bi}{a^2+b^2}$

㉤ $\frac{\overline{z}}{z}=\frac{(a-bi)^2}{a^2+b^2}$

9. 삼차방정식 $x^3 - 2x^2 - 4x + k = 0$ 의 세 근 α, β, γ 에 대하여 $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha) = \alpha\beta\gamma$를 만족할 때, k의 값을 구하면?

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 2,\ \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -4,\ \alpha\beta\gamma = -k$ 이므로

$\alpha + \beta = 2 - \gamma,\ \beta + \gamma = 2 - \alpha,\ \gamma + \alpha = 2 - \beta$

주어진 식은 $(2 - \alpha)(2 - \beta)(2 - \gamma) = \alpha\beta\gamma$

$\therefore\ 8 - 4(\alpha + \beta + \gamma) + 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma = \alpha\beta\gamma$

$\therefore\ 8 - 8 - 8 + k = -k$

$\therefore\ k = 4$