

1. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -1$ (중근), $-\frac{1}{2}$, 2
- ② $x = -1$ (중근), $\frac{1}{2}$, 1
- ③ $x = -1$ (중근), $\frac{1}{2}$, 2
- ④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (중근)
- ⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (중근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

-1	2	-1	-6	-1	2
	-2	3	3	-2	
	2	-3	-3	2	0
2		4	2	-2	
	2	1	-1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은
 $(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$
 $(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$
 $\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$

2. 사차방정식 $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 치환하면
 $t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$
 $\therefore t = -5$ 또는 $t = 2$
 $\therefore x = \pm\sqrt{5}i$ 또는 $x = \pm\sqrt{2}$
따라서 모든 실근의 곱은
 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

3. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면
 $(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$
 $\therefore k = 3$

4. 삼차방정식 $2x^3 - 7x^2 + 11x + 13 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라고 할 때, 다음 (가), (나), (다)에 알맞은 값을 차례로 쓴 것은?

- (가) $\alpha + \beta + \gamma$
(나) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$
(다) $\alpha\beta\gamma$

- ① $\frac{7}{2}, \frac{11}{2}, -\frac{13}{2}$
④ $\frac{11}{2}, -\frac{13}{2}, \frac{7}{2}$
- ② $-\frac{7}{2}, \frac{13}{2}, \frac{11}{2}$
⑤ $\frac{7}{2}, -\frac{11}{2}, \frac{13}{2}$
- ③ $\frac{13}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{11}{2}$

해설

삼차방정식 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 (a \neq 0)$ 의 세 근을 α, β, γ 라 하면

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$$

$$\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$$

5. 다음 중 $1+i$ 가 하나의 근이며 중근을 갖는 사차방정식은?

- ① $(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 1)$
② $(x^2 - 2x + 2)(x - 1)(x + 1)$
③ $(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 1)$
④ $(x^2 + 1)(x - 1)(x + 1)$
⑤ $(x^2 + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

한 근이 $1+i$ 이면
다른 한 근은 $1-i$ 이다.
 $\therefore \{x - (1+i)\} \{x - (1-i)\} = 0$
 $\Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$
주어진 조건에 맞는 방정식:
 $(x^2 - 2x + 2)(x - \alpha)^2 = 0$
 $\therefore$ ①이 조건에 맞다

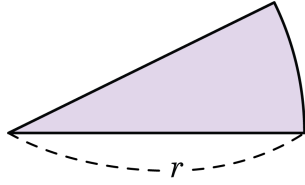
6. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

- ① $1 - \sqrt{2}, 2$ ② $-1 + \sqrt{2}, -3$ ③ $1 - \sqrt{2}, 3$
④ $1 - \sqrt{2}, -3$ ⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
 $\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \alpha = 3$
 $\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

7. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는 $l = (20 - 2r)\text{cm}$

부채꼴의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 (5, 25) 이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 25cm^2 를 가진다.

8. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m ② 35m ③ 40m ④ 45m ⑤ 50m

해설

높이를 h 라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$

9. 사차식 $x^4 - 4x^2 - 12$ 를 복소수의 범위에서 인수분해하면?

① $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

② $(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + 2i)(x - 2i)$

③ $(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

④ $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + 2i)(x - 2i)$

⑤ $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{6}i)(x - \sqrt{6}i)$

해설

$$x^4 - 4x^2 - 12, \quad x^2 = Y \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow Y^2 - 4Y - 12 = (Y + 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = -2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$\Rightarrow x^2 = -2, \quad x^2 = 6$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{2}i, \quad x = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x^4 - 4x^2 - 12$$

$$= (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$$

10. 다음은 a 가 삼차방정식 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근일 때, $a^2 - 2$ 도 이 방정식의 근임을 보인 것이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

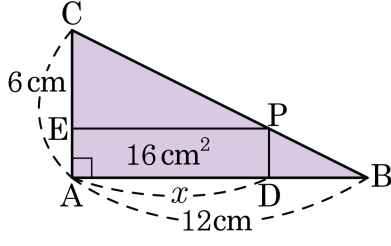
a 는 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 근이므로 (가)
 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ 이라고 하면
 $f(a^2 - 2) = (\text{나}) = (\text{다}) = (\text{라}) = (\text{마}) = 0$
따라서, $a^2 - 2$ 도 삼차방정식 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 근이다.

- ① (가) $a^3 - 3a + 1 = 0$
- ② (나) $(a^2 - 2)^3 - 3(a^2 - 2) + 1$
- ③ (다) $a^6 - 6a^4 + 9a^2 - 1$
- ④ (라) $(a^3 - 3a + 1)(a^3 - 3a - 1)$
- ⑤ (마) $0 \cdot 2$

해설

a 는 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 근이므로 $a^3 - 3a + 1 = 0$
 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ 이라고 하면 $f(a^2 - 2) = (a^2 - 2)^3 - 3(a^2 - 2) + 1$
 $= a^6 - 6a^4 + 9a^2 - 1 = (a^3 - 3a + 1)(a^3 - 3a - 1) = 0 \cdot (-2) = 0$
따라서 $a^2 - 2$ 도 삼차방정식 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 근이다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗면 위에 점 P 를 잡아 직사각형 EADP 를 만들었을 때, 이 직사각형의 넓이가 16cm^2 이었다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면? (단, $\overline{AD} > 6\text{cm}$)



- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle CEP \sim \triangle CAB$ (AA닮음) 이므로

$$\overline{CE} : \overline{EP} = \overline{CA} : \overline{AB}$$

$$\text{즉, } \overline{CE} : x = 6 : 12$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{1}{2}x$$

$$\text{따라서 } \overline{EA} = 6 - \frac{1}{2}x \text{ 이므로 } x \left(6 - \frac{1}{2}x \right) = 16$$

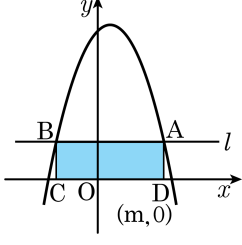
$$-\frac{1}{2}x^2 + 6x = 16$$

$$x^2 - 12x + 32 = (x - 4)(x - 8) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = 8$$

$$\text{그런데 } 6 < x < 12 \text{ 이므로 } x = 8(\text{cm})$$

12. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, □ABCD 의 둘레의 길이의 최댓값은? $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



- ① $\frac{11}{2}$
- ② $\frac{31}{4}$
- ③ 10
- ④ $\frac{49}{4}$
- ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로의 길이는 $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로의 길이는 $-m^2 + m + 6$

(□ABCD둘레의 길이)

$$= 2\left[2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right]$$

$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

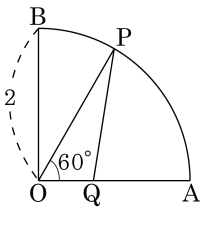
$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

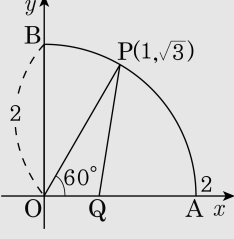
13. 반지름의 길이가 2 인 사분원 OAB 의 호 AB 위에 $\angle AOP = 60^\circ$ 가 되도록 점 P 를 정한다. 이 때, 선분 OA 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{15}{4}$
 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



해설

아래 그림과 같이 좌표평면을 도입하여 생각해 보면



$A(2, 0), B(0, 2), P(1, \sqrt{3})$ 이 된다.

이 때, $Q(x, 0)$ 로 놓으면 $(0 < x < 2)$

$$\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 = x^2 + (x - 1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 2x^2 - 2x + 4 =$$

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}$$

따라서, $x = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 은

최솟값 $\frac{7}{2}$ 을 갖는다.

14. $x^3 = 1$ 의 세 근이 a, b, c 이다. $22a^{21} + 21b^{22} + 22c^{21}$ 의 값이 실수 일 때, 이 실수 값을 구하면?

① 60

② 65

③ 68

④ 72

⑤ 75

해설

$x^3 = 1 \Rightarrow a^3 = 1 \quad b^3 = 1 \quad c^3 = 1$
 $\Rightarrow (x-1)(x^2+x+1) = 0 \quad \dots \quad \textcircled{1}$
 $\therefore 22a^{21} + 21b^{22} + 22c^{21}$
 $= 22(a^3)^7 + 21(b^3)^7b + 22(c^3)^7$
 $= 21b + 44$ 이 값이 실수이므로
①에서 $b = 1$ 이다.
 $\therefore 21b + 44 = 65$

15. $x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$ 일 때, $x + \frac{1}{x}$ 의 값은?(단, x 는 실수)

① $-1 + \sqrt{6}$

② $-1 - \sqrt{6}$

③ $\frac{-3 + \sqrt{5}}{2}$

④ $\frac{-3 - \sqrt{5}}{2}$

⑤ 1

해설

(i) $x \neq 0$ 이므로

$x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1 = 0$ 의 양변을

x^2 으로 나누면

$$x^2 + 2x - 3 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 2 \left(x + \frac{1}{x} \right) - 3 = 0$$

$x + \frac{1}{x} = t$ 로 놓으면

$$(t^2 - 2) + 2t - 3 = 0, \quad t^2 + 2t - 5 = 0$$

$$\therefore t = -1 \pm \sqrt{6}$$

$$(ii) \quad x + \frac{1}{x} = -1 \pm \sqrt{6}$$

그런데 $\left| x + \frac{1}{x} \right| \geq 2$ 이므로

($\because$ x 는 실수)

$$\therefore x + \frac{1}{x} = -1 - \sqrt{6}$$