

1. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고, y 절편이 c 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x + 1 \\&= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\&= 2(x + 1)^2 - 1\end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표는 $(-1, -1)$ 이므로 $a = b = -1$

y절편이 c 이므로

$$c = 2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 1$$

$$\therefore c = 1$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

2. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -(x - 1)^2 + 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

최고차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁으며, 음수이면 위로 볼록하다.

3. 이차함수 $y = -3x^2 + 18x$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, p, q 의 합 $a + p + q$ 의 값은?

① 17 ② 19 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

해설

$$y = -3(x^2 - 6x + 9 - 9) = -3(x - 3)^2 + 27$$

$$a = -3, p = 3, q = 27$$

$$a + p + q = 27 \text{ 이다.}$$

4. 이차함수 $y = 3x^2 - 9x + 10$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, \frac{13}{4}\right)$ 이다.
 - ② 축의 방정식은 $x = \frac{3}{2}$ 이다.
 - ③ y 축과 $(0, 3)$ 에서 만난다.
 - ④ $x > \frac{3}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 - ⑤ $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $\frac{13}{4}$ 만큼 평행 이동한 것이다.

해설

- ③ y 축과 $(0, 10)$ 에서 만난다.

5. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.
 - ② 제3 사분면을 지나지 않는다.
 - ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.
 - ④ y 축과의 교점은 $(0, -5)$ 이다.
 - ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 4x - 5 \\&= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\&= -2(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$

- ② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$, y 절편이 $(0, -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다

6. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 한 것이다. $p + q$ 의 값은?

① -5 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$p = 2, q = 3 \Rightarrow p + q = 5$$

7. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 했더니 점 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = -2x^2 \rightarrow y = -2(x - 3)^2 + 1$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = -2(2 - 3)^2 + 1 = -1$$

8. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 - 6$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 그래프이다. $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$m = -3, n = -6$$

$$\therefore m - n = (-3) - (-6) = 3$$

9. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은?

① $y = -x^2 + 4x + 1$

② $y = x^2 - 4x + 1$

③ $y = -x^2 + 4x - 7$

④ $y = x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 4x - 3$

해설

$$y = -(x-2)^2 - 3 = -x^2 + 4x - 7$$

10. 이차함수 $y = x^2 - 3x + 5$ 의 그래프는 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{8}$

해설

$$y = x^2 - 3x + 5$$

$$y = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{11}{4}$$

$$a = \frac{3}{2}, b = \frac{11}{4}$$

$$\therefore ab = \frac{33}{8}$$

11. 이차함수 $y = x^2 + 3x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$y = x^2 + 3x - 2 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \text{을 } x \text{ 축의 방향으로 2 만큼}$$

평행이동시키면

$$\begin{aligned} y &= \left(x + \frac{3}{2} - 2\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{17}{4} \\ &= x^2 - x - 4 \end{aligned}$$

$(a, -2)$ 를 대입하면

$$a^2 - a - 4 = -2$$

$$a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a - 2)(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -1$$

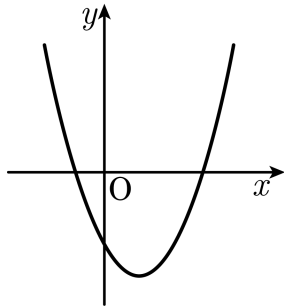
12. 이차함수 $y = (x+3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
- ② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
- ③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

13. 이차함수 $y = ax^2 - 3x + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, c 의 부호는?

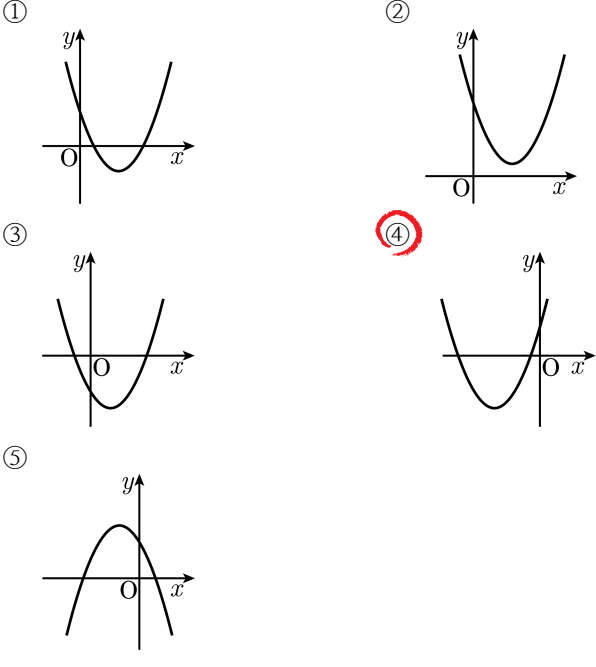


- ① $a > 0, c < 0$ ② $a > 0, c > 0$ ③ $a < 0, c > 0$
④ $a < 0, c < 0$ ⑤ $a > 0, c = 0$

해설

아래로 볼록한 그래프이므로 $a > 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

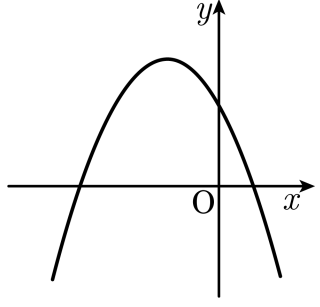
14. 다음 중 $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ 일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 될 수 있는 것은?



해설

$a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선,
 $ab > 0$ 이므로 대칭축이 y 축의 왼쪽에 있고, $c > 0$ 이므로 y 절편이 양수인 그래프

15. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a < 0, b > 0, c > 0$

③ $a > 0, b > 0, c < 0$

④ $a < 0, b > 0, c < 0$

⑤ $a < 0, b > 0, c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$

대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$

$$ab < 0$$

$$\therefore b > 0$$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

16. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

17. 다음 이차함수를 $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이 $(p, -5)$ 라고 할 때, apq 의 값은?

$y = ax^2 + 6x + q$

- ① -45
- ② -54
- ③ -66
- ④ -76
- ⑤ -80

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) - 5 \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{2px}{3} + \frac{p^2}{3} - 5 \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$
 $p = 6, p = -9, q = 22$ 이므로 $apq = -66$ 이다.

18. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

19. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

20. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 4x + 3 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= 2(x - 1)^2 - 2 + 3 \\ &= 2(x - 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$\begin{aligned} y &= x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1 \\ &= x^2 - 2x + 2 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

21. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

22. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 과 $y = x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 일치할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 4x + 3 \\ &= 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= 2(x - 1)^2 - 2 + 3 \\ &= 2(x - 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표: (1, 1)

꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$$y = x^2 + ax + b = (x - 1)^2 + 1 = x^2 - 2x + 2$$

$$\therefore a = -2, b = 2, a + b = 0$$

23. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.
 - ② 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 6$ 의 그래프와 모양이 같다.
 - ③ $x < 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 - ④ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.
 - ⑤ 제 3 사분면을 지나지 않는다.

해설

③ $y = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 2$, 아래로 볼록하기 때문에, 축의 왼쪽에서는 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

24. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

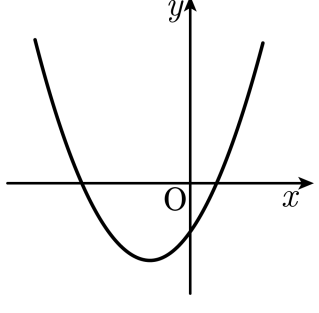
- ① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq -2$ 이다.
- ② 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ⑤ $x > 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$$y = (x - 2)^2 - 2$$

- ① 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq -2$ 이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 2)$ 이다.
- ⑤ y 도 증가한다.

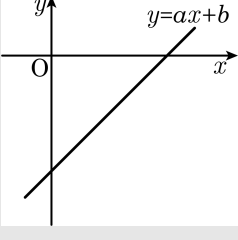
25. 이차함수 $y = ax^2 - bx - 2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



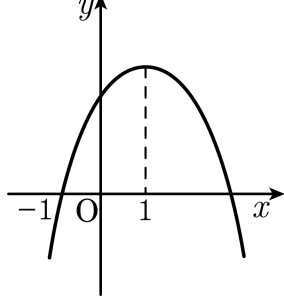
- ① 제1 사분면
- ② 제2 사분면
- ③ 제3 사분면
- ④ 제4 사분면
- ⑤ 없다.

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$
꼭짓점의 x 좌표 $\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$
 $y = ax + b$ 에서 기울기 $a > 0$, y 절편 $b < 0$ 이므로 제2 사분면을 지나지 않는다.



26. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

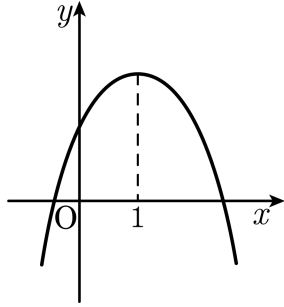


- ① $ab < 0$
- ② $bc > 0$
- ③ $ac > 0$
- ④ $abc < 0$
- ⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
 y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.
⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서 $x = 1$ 일 때 $a + b + c = y$ 이고 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

27. 함수 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a, b, a + b + 1$ 의 부호로 바른 것은?



- ① $a > 0, b < 0, a + b + 1 > 0$
② $a > 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
③ $a < 0, b < 0, a + b + 1 < 0$
④ $a < 0, b > 0, a + b + 1 < 0$
⑤ $a < 0, b > 0, a + b + 1 > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
 $x = 1$ 일 때, $a + b + 1 > 0$ 이다.

28. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(3, -4)$, $(0, 11)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

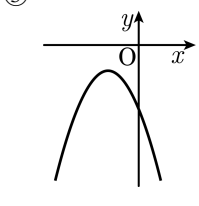
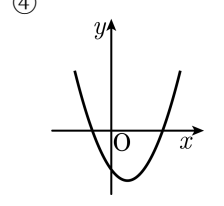
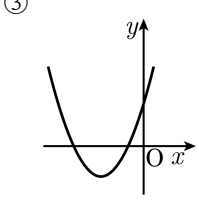
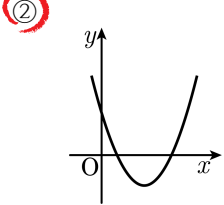
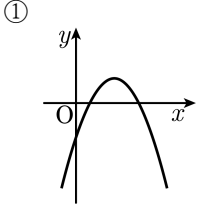
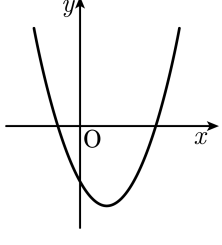
▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = -1$

해설

평행이동한 그래프의 식을 $y = x^2 + bx + c$ 라고 하자.
 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(3, -4)$, $(0, 11)$ 을 지나므로
 $-4 = 9 + 3b + c$, $11 = c$
 $3b = -24 \quad \therefore b = -8$
 $y = x^2 - 8x + 11 = (x - 4)^2 - 5$
 $y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$
꼭짓점의 좌표가 $(2, -2)$ 에서 $(4, -5)$ 로 이동하였으므로 $p = 2$, $q = -3$ 이다.
 $\therefore p + q = 2 - 3 = -1$

29. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
 따라서, $b < 0$ 이다.
 y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.
 $y = cx^2 + bx + a$ 에서
 $c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
 $b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
 $a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
 따라서 구하는 그래프는 ②이다.

30. 다음은 $y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명을 나타낸 것이다. 이 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.

㉡ 직선 $x = 1$ 을 축으로 한다.

㉢ x 축과 한 점에서 만난다.

㉣ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.

㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

- ① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉣

③ ㉠,㉡,㉤

④ ㉠,㉢,㉤

⑤ ㉠,㉣,㉤

해설

$y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 2 - k + 3, k = 4$
 $y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$
㉠ 꼭짓점의 좌표 $(1, 1)$
㉡ x 축과 만나지 않는다.
㉢ x 축으로 1 , y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.