1. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$
이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$
$\therefore\ x = -\frac{1}{2}$

2. 방정식 $|x-1|=5$의 모든 해의 합은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$|x-1|=5$에서 $x-1=\pm5$
(i) $x-1=5$일 때, $x=6$
(ii) $x-1=-5$일 때, $x=-4$
따라서 방정식의 두 실근의 합은
$6+(-4)=2$

3. x에 대한 이차방정식 $x^2-4x+6=0$의 근을 구하면 $x=a\pm\sqrt{b}i$이다. $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x^2-4x+6=0$

근의 공식을 이용하면 $x=2\pm\sqrt{4-6}=2\pm\sqrt{2}i$

$\therefore a=b=2,\quad a+b=4$

4. 이차방정식 $x^2 - x + 4 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = 1 \pm \sqrt{3}$ ② $x = 1 \pm \sqrt{15}$ ③ $x = -1 \pm \sqrt{15}i$
④ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $x = \dfrac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용한다.

$x^2 - x + 4 = 0, \quad x = \dfrac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

5. $x^2 - 5x + 6 = 0$의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$x = \dfrac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \dfrac{5 \pm 1}{2}$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 3$

6. 방정식 $|x-1|=2$의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -1

해설

i) $x \geq 1$일 때

$|x-1| = x-1$이므로, $x-1=2$

$\therefore x=3$

ii) $x<1$일 때

$|x-1| = -x+1$이므로, $-x+1=2$

$\therefore x=-1$

따라서 (i), (ii)에서 $x=3$ 또는 $x=-1$

7. 방정식 $|x|+|x-1|=2$의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

ⅰ) $x<0$일 때,
$-x-(x-1)=2$이므로 $-2x+1=2$
$\therefore\ x=-\frac{1}{2}$
ⅱ) $0\le x<1$일 때,
$x-(x-1)=2$이므로 $0\cdot x=1$
∴ 해가 없다.
ⅲ) $1\le x$일 때,
$x+x-1=2$이므로 $2x=3$
$\therefore\ x=\frac{3}{2}$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

8. $2|x-1|+x-4=0$의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: -2

해설

ⅰ) $x<1$일 때,
$-2(x-1)+(x-4)=0$
$\therefore x=-2$
ⅱ) $x\geq 1$일 때,
$2(x-1)+x-4=0$
$\therefore x=2$
따라서 구하는 해는 $x=-2$ 또는 $x=2$ 이다.

9. 방정식 $(k^2-3)x+1=-k(2x-1)$ 에 대하여 해가 무수히 많이 존재하기 위한 k 의 값을 k_1, 해가 존재하지 않기 위한 k 의 값을 k_2 라 할 때, k_1+k_2 의 값을 구하면?

① -1 ② 3 ③ -3 ④ 1 ⑤ -2

해설

$(k^2+2k-3)x=k-1,\quad (k-1)(k+3)x=k-1$

$k=1$ 일 때, $0\cdot x=0$ (부정)

$\therefore\ k_1=1$

$k=-3$ 일 때, $0\cdot x=-4$ (불능)

$\therefore\ k_2=-3$

$\therefore\ k_1+k_2=-2$

10. 방정식 $(a^2-3)x-1=a(2x+1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답：

▷ 정답： 3

해설
$(a^2-2a-3)x=a+1$
$(a-3)(a+1)x=a+1$
$\therefore a=3$ 이면 해가 없다.

11. x 에 대한 방정식 $(a-2)(x-a)=0$ 의 풀이 과정에서 다음 중 옳은 것은?

① $a=0$ 일 때, $x=2$
② $a \neq 2$ 일 때, $x=a$
③ $a=2$ 일 때, 불능
④ $a=0$ 일 때, 부정
⑤ 해는 없다.

해설

$(a-2)(x-a)=0$
$\Rightarrow$ $a=2$ 또는 $x=a$
i) $a=2$ 일 때 : 부정
ii) $a \neq 2$ 일 때 : $x=a$

12. 방정식 $(k^2-6)x = k(x+1)+2$ 의 해가 존재하지 않을 때, k 의 값을 구하면?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설
x에 대하여 정리하면
$(k^2-k-6)x = k+2$
$(k+2)(k-3)x = k+2$
$k=3$ 일 때, $0 \cdot x = 5$ (불능)

13. 방정식 $a(ax-1)=2(ax-1)$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $a=0$ 일 때, 부정
② $a=2$ 일 때, 불능
③ $a\neq 2$ 일 때, $x=\frac{1}{a}$
④ $a\neq 0$ 일 때, 해는 없다.
⑤ $a\neq 0$, $a\neq 2$ 일 때, $x=\frac{1}{a}$

해설

$a(ax-1)=2(ax-1)$, $a^2x-2ax=a-2$ 에서
$a(a-2)x=a-2$
i) $a\neq 0$, $a\neq 2$ 일 때, $x=\frac{1}{a}$
ii) $a=2$ 일 때, $0\cdot x=0$ 이므로 해는 무수히 많다. (부정)
iii) $a=0$ 일 때, $0\cdot x=-2$ 이므로 해가 없다. (불능)
따라서 옳은 것은 ⑤뿐이다.

14. 방정식 $a^2x+1=a(x+1)$의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$a^2x+1=a(x+1)$에서 $a(a-1)x=a-1$

i) $a=1$일 때, $0\cdot x=0$이므로 해는 무수히 많다.

ii) $a=0$이면 $0\cdot x=-1$이므로 해가 없다.

iii) $a\neq 0, a\neq 1$일 때, $x=\dfrac{a-1}{a(a-1)}=\dfrac{1}{a}$

따라서 해가 없을 때의 a의 값은 0이다.

15. 방정식 $a^2-(1+x)a+2x-2=0$의 해가 무수히 많을 때, 방정식 $x=(x+3)a-10$의 해는?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$a^2-a-ax+2x-2=0$, $(a-2)x=a^2-a-2$

$(a-2)x=(a-2)(a+1)$

ⅰ) $a \neq 2$일 때, $x=a+1$

ⅱ) $a=2$일 때, $0 \cdot x=0$ 이므로 해는 무수히 많다.

ⅰ), ⅱ)에서 $a=2$일 때이다.

따라서 방정식 $x=(x+3)a-10$에 $a=2$를 대입하면

$x=(x+3)\cdot 2-10, x=2x-4$ $\therefore x=4$

16. 일차방정식 $a^2x+1=a^4-x$의 해는? (단, a는 실수)

① a　② $a+1$　③ $a-1$　④ a^2-1　⑤ a^2+1

해설

$a^2x+1=a^4-x$에서 $a^2x+x=a^4-1$
$(a^2+1)x=(a^2-1)(a^2+1)$
$\therefore x=a^2-1(\because a^2+1>0)$

17. 다음 보기는 방정식 $(ax-1)a = x-1$의 해에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a = -1$ 이면 해가 없다.

㉡ $a = 1$ 이면 오직 하나의 해를 갖는다.

㉢ $a \neq \pm 1$ 이 아니면 해는 무수히 많다.

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$(ax-1)a = x-1$ 에서
$(a^2-1)x = a-1$
$(a-1)(a+1)x = a-1$
㉠ $a = -1$ 이면 $0 \cdot x = -2$ 이므로 해가 없다.
㉡ $a = 1$ 이면 $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.
㉢ $a \neq \pm 1$ 이면 $x = \dfrac{1}{a+1}$
따라서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

18. $\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(3-x)^2}=x+3$은 서로 다른 두 실근을 갖는다. 이 두 실근을 α, β라 할 때, $3\alpha\beta$의 값은?

① 3　② 5　③ 7　④ 9　⑤ 11

해설

(준식) $=|x-1|+|3-x|=x+3$

i) $x<1$

$-x+1+3-x=x+3$, $3x=1$

$\therefore x=\dfrac{1}{3}$

ii) $1\le x<3$

$x-1+3-x=x+3$,

$x=-1$(해가 아니다)

iii) $x\ge 3$

$x-1-3+x=x+3x=7$

두 근이 $\dfrac{1}{3}$, 7

$\therefore 3\alpha\beta=7$

19. 방정식 $|x|+|x-1|=9$의 모든 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -20

해설

$|x|+|x-1|=9$에서

ⅰ) $x<0$일 때,

$-x-x+1=9$

$\therefore\ x=-4$

ⅱ) $0\le x<1$일 때,

$x-x+1=9$(성립하지 않음)

ⅲ) $x\ge 1$일 때,

$x+x-1=9$

$\therefore\ x=5$

따라서 모든 근의 곱은

$(-4)\times 5=-20$

20. $|x+1|+|x-2|=x+3$을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i) $x<-1$일 때,
$-x-1-x+2=x+3$
$\therefore\ x=-\frac{2}{3}$ (모순)
ii) $-1\le x<2$일 때,
$x+1-x+2=x+3$
$\therefore\ x=0$
iii) $x\ge 2$일 때,
$x+1+x-2=x+3$
$\therefore\ x=4$

21. $|x-2|+|x-3|=1$을 만족하는 실수 x의 개수는?

① 0개　　② 1개　　③ 2개
④ 3개　　⑤ 4개이상

해설

$|x-2|+|x-3|=1$에서
ⅰ) $x<2$일 때,
$-(x-2)-(x-3)=1$
$\therefore\ x=2$ (성립하지 않음)
ⅱ) $2\le x<3$일 때,
$(x-2)-(x-3)=1$
$\therefore\ 0\cdot x=0$ (모든 실수)
ⅲ) $x\ge 3$일 때,
$(x-2)+(x-3)=1$
$\therefore\ x=3$

22. $|x-1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : −1

해설

$|x-1| = 3 - |x|$ 에서,
$|x| + |x-1| = 3$ 이다.
i) $x < 0$ 일 때,
$-x - (x-1) = 3$
$\therefore x = -1$
ii) $0 \le x < 1$ 일 때,
$x - (x-1) = 3$
$0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능
iii) $x \ge 1$ 일 때,
$x + (x-1) = 3$
$\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는
$x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

23. 방정식 $|x-3|+|x-4|=2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i) $x<3$ 일 때,
$-(x-3)-(x-4)=3,\ -2x=-5$
$\therefore\ x=\frac{5}{2}$
ii) $3\le x<4$ 일 때
$(x-3)-(x-4)=2,\ 0\cdot x=1$
$\therefore$ 해가 없다.
iii) $x\ge 4$ 일 때
$x-3+x-4=2,\ 2x=9$
$\therefore\ x=\frac{9}{2}$
따라서 $x=\frac{5}{2},\ \frac{9}{2}$ 이고 그 합은 7

24. 연산 $*$를 $a * b = ab + 2(a+b)$라 정의할 때, 다음 방정식의 두 근을 α, β라 한다. 이때, $|\alpha - \beta|$의 값은?

$$(3x * x) - (3 * x) + \{(-1) * 2\} = 0$$

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

연산 $*$ 의 정의에 따라서

$3x * x = 3x \cdot x + 2(3x + x) = 3x^2 + 8x$, $3 * x = 3 \cdot x + 2(3 + x) = 5x + 6$,

$-1 * 2 = (-1) \cdot 2 + 2(-1 + 2) = -2 + 2 = 0$

주어진 식은 $3x^2 + 8x - (5x + 6) + 0 = 0$

$3x^2 + 3x - 6 = 0$ 에서 $3(x + 2)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -2$ 또는 $x = 1$　$\therefore$ $|\alpha - \beta| = 3$

25. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한 <보기> 의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.

㉡ $k = 1$ 이면 중근을 갖는다.

㉢ 두 근의 곱은 실수이다.

㉣ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

① ㉠, ㉡　　② ㉡, ㉣　　③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉡, ㉢, ㉣　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$
㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>
㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 중근을 갖는다.<참>
㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>
㉣ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1 + k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai(a \neq 1)$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.

26. 방정식 $(x-1)^2+|x-1|-6=0$ 의 두 근의 합은?

① -1　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 6

해설

$|x-1|$이 존재하므로 절댓값의 부호에 따라서
$x-1 \geq 0,\ x-1<0$으로 구간을 나누면
ⅰ) $x \geq 0$ 일 때, $|x-1|=x-1$
$(x-1)^2+(x-1)-6=0$
$(x-3)(x+2)=0\ \therefore\ x=-2,\ 3$
하지만 $x \geq 0$이므로 $x=3$
ⅱ) $x<0$ 일 때, $|x-1|=-(x-1)$
$(x-1)^2-(x-1)-6=0$
$(x-4)(x+1)=0\ \therefore\ x=-1,\ 4$
하지만 $x<0$이므로 $x=-1$
$\therefore$ 두 근의 합은 $3+(-1)=2$

27. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 공식을 유도하는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 식을 차례대로 쓰면?

$$ax^2+bx+c=0 \leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$
$$\leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+(\quad)=-\frac{c}{a}+(\text{ 가 })$$
$$\leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{(\text{ 나 })}{4a^2}$$
$$\leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\frac{(\text{ 다 })}{2a}$$

① $\frac{b^2}{4a^2}$, b^2-4ac, $\pm\sqrt{b^2-4ac}$
② $\frac{b}{2a}$, $\sqrt{b^2-4ac}$, b^2-4ac
③ $\frac{b}{2a}$, b^2-4ac, $\pm\sqrt{b^2-4ac}$
④ $\frac{b^2}{4a^2}$, $\sqrt{b^2-4ac}$, b^2-4ac
⑤ $\frac{b}{a}$, $\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac$, $\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}$

해설

(가) 좌변을 제곱 꼴로 만들려 하는 것이므로 $(x+\frac{b}{2a})^2=x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$

(나) $-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

(다) $\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

28. 다음 내용은 이차방정식에 대한 설명이다. 괄호 안에 알맞은 것은?

(가) 를 계수로 갖는 이차방정식은 (나) 의 범위에서 항상 근을 갖는다. 따라서 (다) 를 계수로 갖는 이차식 ax^2+bx+c 는 (라) 의 범위에서는 반드시 (마) 의 곱으로 인수분해된다.

① (가) 복소수 (나) 복소수 (다) 실수 (라) 실수 (마) 이차식

② (가) 복소수 (나) 실수 (다) 복소수 (라) 실수 (마) 일차식

③ (가) 복소수 (나) 실수 (다) 실수 (라) 복소수 (마) 이차식

④ (가) 실수 (나) 복소수 (다) 실수 (라) 복소수 (마) 이차식

⑤ (가) 실수 (나) 복소수 (다) 실수 (라) 복소수 (마) 일차식

해설

(가) 실수, (나) 복소수, (다) 실수, (라) 복소수, (마) 일차식

29. 실수 a, b에 대하여 연산$*$를 $a * b = a^2 + b$ 로 정의한다. 방정식 $x * (x-6) = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha + 2\beta$의 값을 구하여라. (단, $\alpha < \beta$)

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x * (x-6) = 0$ 에서

$x^2 + x - 6 = 0$

$(x+3)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = -3,\ 2$

$\therefore\ \alpha = -3,\ \beta = 2\ (\alpha < \beta)$

$\therefore \alpha + 2\beta = 1$

30. 이차방정식 $(\sqrt{2}-1)x^2-(3-\sqrt{2})x+\sqrt{2}=0$의 두 근은?

① $\sqrt{2},\ 1+\sqrt{2}$　② $-\sqrt{2},\ 1+\sqrt{2}$　③ $\sqrt{2},\ 1-\sqrt{2}$
④ $-\sqrt{2},\ -1-\sqrt{2}$　⑤ $\sqrt{2},\ -1+\sqrt{2}$

해설

양변에 $\sqrt{2}+1$을 곱하면
$x^2-(2\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)=0$
$(x-\sqrt{2})\left\{x-(\sqrt{2}+1)\right\}=0$
$\therefore x=\sqrt{2},\ \sqrt{2}+1$

해설

$x^2-(2\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)=0$로 고친 후 근의 공식을 이용하여 풀어도 좋다.

31. 다음 방정식을 풀면?

$$(2-\sqrt{3})x^2+(1-\sqrt{3})x-1=0$$

① $x=-1$ 또는 $-\sqrt{3}$　　② $x=-1$ 또는 $-2+\sqrt{3}$

③ $x=-1$ 또는 $2+\sqrt{3}$　　④ $x=1$ 또는 $2-\sqrt{3}$

⑤ $x=1$ 또는 $=2+\sqrt{3}$

해설

주어진 식의 양변에 $2+\sqrt{3}$ 을 곱하면

$(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})x^2+(2+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})x-(2+\sqrt{3})=0$

$x^2-(1+\sqrt{3})x-(2+\sqrt{3})=0$

$(x+1)\left\{x-(2+\sqrt{3})\right\}=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2+\sqrt{3}$

32. 이차방정식 $(2-\sqrt{3})x^2-2(\sqrt{3}-1)x-6=0$의 두 근 중 큰 근에 가장 가까운 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

이차항의 계수를 유리수로 고치기 위해 방정식의 양변에 $2+\sqrt{3}$을 곱하면

$x^2-2(\sqrt{3}+1)x-(12+6\sqrt{3})=0$

근의 공식을 이용해 위 방정식을 풀면

$x=(\sqrt{3}+1)\pm\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2+12+6\sqrt{3}}$

$=(\sqrt{3}+1)\pm2\sqrt{4+2\sqrt{3}}$

$=(\sqrt{3}+1)\pm2(\sqrt{3}+1)$

$\therefore\ x=3\sqrt{3}+3$ 또는 $x=-\sqrt{3}-1$

큰 근은 $3\sqrt{3}+3$

그런데 $\sqrt{3}\fallingdotseq1.7\cdots$ 이므로

가장 가까운 정수는 8이다.

33. 다음 방정식을 풀면?

$$(\sqrt{3}-1)x^2-(\sqrt{3}+1)x+2=0$$

① $x=-1$ 또는 $x=-\sqrt{3}$
② $x=-1$ 또는 $x=-\sqrt{3}-1$
③ $x=-1$ 또는 $x=\sqrt{3}+1$
④ $x=1$ 또는 $x=-\sqrt{3}+1$
⑤ $x=1$ 또는 $x=\sqrt{3}+1$

해설

x^2 의 계수를 유리수로 만들기 위해 양변에 $\sqrt{3}+1$ 을 곱하면
$(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)x^2-(\sqrt{3}+1)^2x+2(\sqrt{3}+1)=0$
$2x^2-2(2+\sqrt{3})x+2(\sqrt{3}+1)=0$
$x^2-(2+\sqrt{3})x+(\sqrt{3}+1)=0$
$(x-1)\left\{x-(\sqrt{3}+1)\right\}=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=\sqrt{3}+1$

34. 다음 이차방정식을 풀면?

$$(1-i)x^2+(1+i)x-2=0$$

① $x=-1$ 또는 $x=-i$
② $x=-1$ 또는 $x=-1-i$
③ $x=-1$ 또는 $x=-1+i$
④ $x=1$ 또는 $x=-1-i$
⑤ $x=1$ 또는 $x=-1+i$

해설

x^2 의 계수를 실수로 만들기 위해 양변에 $1+i$를 곱하면
$(1+i)(1-i)x^2+(1+i)^2x-2(1+i)=0$
$2x^2+2ix-2(1+i)=0$
$(x-1)\left\{x+(1+i)\right\}=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=-1-i$

35. x에 대한 방정식 $ix^2+(1+i)x+1=0$의 해를 구하여라. (단, $x \neq i$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

양변에 $-i$를 곱하면

$(-i)\cdot ix^2-i(1+i)x-i=0$

$x^2+(1-i)x-i=0$

$(x-i)(x+1)=0$

$x \neq i$이므로 $x=-1$

36. 이차방정식 $(1-i)x^2+(-3+i)x+2=0$의 해는 $x=a$ 또는 $x=p+qi$이다. 이 때, $a+p+q$의 값을 구하여라. (단, $a,\ p,\ q$는 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(1-i)x^2+(-3+i)x+2=0$의 양변에 $1+i$를 곱하면

$(1+i)(1-i)x^2+(1+i)(-3+i)x+2(1+i)=0$

$2x^2-2(2+i)x+2(1+i)=0$

$x^2-(2+i)x+1+i=0$

$(x-1)\{x-(1+i)\}=0$

$x=1$ 또는 $x=1+i$

$\therefore a+p+q=3$

37. 이차방정식 $(1-i)x^2+(1+3i)x-2(1+i)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

주어진 방정식의 양변에 $1+i$를 곱하면

$(1+i)(1-i)x^2+(1+i)(1+3i)x-2(1+i)(1+i)=0$

$2x^2+(4i-2)x-2(2i)=0$

$x^2+(2i-1)x-2i=0$

$(x+2i)(x-1)=0$

$\therefore x=-2i$ 또는 $x=1$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(-2i)^2+1^2=-3$

38. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 - 5|x| + 6 = 0$$

① 0, ± 1　② 0, ± 2　③ ±1, ± 2
④ ±2, ± 3　⑤ ±3, ± 4

해설
(ⅰ) $x^2 - 5|x| + 6 = 0$에서
$x \geq 0$일 때,
$x^2 - 5x + 6 = 0$
$(x-2)(x-3) = 0$
$\therefore x = 2$, 또는 $x = 3$
(ⅱ) $x < 0$일 때,
$x^2 + 5x + 6 = 0$
$(x+2)(x+3) = 0$
$\therefore x = -2$, 또는 $x = -3$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $x = \pm 2$, $x = \pm 3$

39. 다음 방정식의 해는?

$$x^2+3|x|-4=0$$

① 0 ② ±1 ③ $\pm\sqrt{2}$ ④ $\pm\sqrt{3}$ ⑤ ±2

해설

(ⅰ) $x \geq 0$일 때 $|x|=x$이므로 주어진 방정식은
$x^2+3x-4=0, (x+4)(x-1)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$
이 때, $x \geq 0$이므로 $x=-4$는 부적합
$\therefore x=1$
(ⅱ) $x<0$일 때 $|x|=-x$이므로 주어진 방정식은
$x^2-3x-4=0, (x-4)(x+1)=0$
$x=4$ 또는 $x=-1$
그런데 $x<0$이므로 $x=-1$
$\therefore x=1$ 또는 $x=-1$
이 때, $x<0$이므로 $x=4$는 부적합
(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=\pm1$

40. 방정식 $x^2 - 2|x| - 3 = 0$의 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

ⅰ) $x \geq 0$일 때
$x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x+1)(x-3) = 0$
$x = -1$ 또는 $x = 3$
그런데 $x \geq 0$이므로 $x = 3$
ⅱ) $x < 0$일 때
$x^2 + 2x - 3 = 0$, $(x-1)(x+3) = 0$
$x = 1$ 또는 $x = -3$
그런데 $x < 0$이므로 $x = -3$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $x = 3$ 또는 $x = -3$
따라서 근의 합은 0이다.

41. 방정식 $(x-1)^2+|x-1|-6=0$의 두 근의 합은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

(ⅰ) $x \geq 1$일 때
$x^2-2x+1+x-1-6=0$
$x^2-x-6=0$, $(x-3)(x+2)=0$이므로
$x=-2$, $x=3$
그런데 $x \geq 1$이므로 $x=3$
(ⅱ) $x<1$일 때
$x^2-2x+1-x+1-6=0$
$x^2-3x-4=0$, $(x-4)(x+1)=0$
$x=-1$, $x=4$
그런데 $x<1$이므로 $x=-1$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=3, -1$이므로
두 근의 합은 2

42. 방정식 $x^2 + |x| = |x-1| + 5$를 만족하는 두 근의 곱은?

① $-2\sqrt{6}$ ② $-\sqrt{6}$ ③ 0
④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

ⅰ) $x < 0$일 때
$x^2 - x = -(x-1) + 5,\ x^2 = 6$
$\therefore x = \pm\sqrt{6}$
그런데 $x < 0$이므로 $x = -\sqrt{6}$
ⅱ) $0 \le x < 1$일 때
$x^2 + x = -(x-1) + 5$
$x^2 + 2x - 6 = 0$
$\therefore x = -1 \pm \sqrt{7}$
그런데 $0 \le x < 1$이므로 해가 없다.
ⅲ) $x \ge 1$일 때,
$x^2 + x = x - 1 + 5,\ x^2 = 4$
$\therefore x = \pm 2$
그런데 $x \ge 1$이므로 $x = 2$
ⅰ), ⅱ), ⅲ)에서 주어진 방정식의 해는
$x = 2$ 또는 $x = -\sqrt{6}$이므로
두 근의 곱은 $-2\sqrt{6}$

43. 이차방정식 $x^2-4|x|-5=0$의 두 근의 곱은?

① -5 ② -10 ③ -15 ④ -20 ⑤ -25

해설

ⅰ) $x \geq 0$일 때,
$x^2-4x-5=(x-5)(x+1)=0$
$\therefore x=5$
ⅱ) $x<0$일 때,
$x^2+4x-5=(x+5)(x-1)=0$
$\therefore x=-5$
ⅰ), ⅱ)에서 두 근의 곱은 -25이다.

44. 이차방정식 $x^2 + 2|x| - 8 = 0$의 해는 ?

① $-2,\ 4$　② $-2,\ 2$　③ $-4,\ 4$
④ $-4,\ 2$　⑤ $-4,\ -2,\ 2,\ 4$

해설

$x^2 + 2|x| - 8 = 0$에서
ⅰ) $x > 0$일 때,
$x^2 + 2x - 8 = 0,\ (x + 4)(x - 2) - 0$
$\therefore x = -4$ 또는 $x = 2$
그런데 $x > 0$이므로 $x = 2$
ⅱ) $x < 0$일 때,
$x^2 + 2x - 8 = 0,\ (x - 4)(x + 2) = 0$
$\therefore x = 4$ 또는 $x = -2$
그런데 $x < 0$이므로 $x = -2$
ⅰ), ⅱ)에서 구하는 해는 $-2,\ 2$

45. 두 양의 실수 x, y 가 $2x^2+xy-2y^2=0$을 만족할 때, $\dfrac{x}{y}$ 를 구하면?

① $\dfrac{-1+\sqrt{17}}{4}$　② $\dfrac{-1-\sqrt{17}}{2}$　③ $\dfrac{-1-\sqrt{17}}{4}$
④ $\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$　⑤ $\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$

해설

$x>0,\ y>0$ 에서 $2x^2+xy-2y^2=0$의 양변을 y^2으로 나누면

$2\left(\dfrac{x}{y}\right)^2+\left(\dfrac{x}{y}\right)-2=0$

$\dfrac{x}{y}=t$라 하면 $(t>0)$

$2t^2+t-2=0$

근의 공식에 대입하면

$t=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$

$\therefore t=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{4}$ $(t>0)$ $\dfrac{x}{y}=\dfrac{-1+\sqrt{17}}{4}$

46. 이차방정식 $x^2-2ix-k=0$의 근에 대한<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $k>1$이면 두 근은 실근이다.

㉡ $k=1$이면 두 근은 같다.

㉢ 두 근의 곱은 실수이다.

㉣ $0<k<1$이면 두 근은 순허수이다.

① ㉠, ㉡　　② ㉡, ㉣　　③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉢, ㉣　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2-2ix-k=0$ 의 근을 구하면 $x=i\pm\sqrt{-1+k}$

㉠ $k>1$이어도 x는 허수이다.<거짓>

㉡ $k=1$이면 $x=i$로 두 근은 같다.<참>

㉢ 두 근의 곱 $-k$는 허수일 수도 있다.<거짓>

㉣ $0<k<1$이면 $-1<-1+k<0$ 이므로 $\sqrt{-1+k}=ai$ 의 형태가 되어 x는 순허수이다.<참>