

1.  $a \neq 0$  이고,  $a, b$ 가 정수일 때, 다음 중  $\frac{b}{a}$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 것은?

① 0

②  $-2$

③ 0.17

④  $\frac{3}{2}$

⑤ 1.020030004...

해설

⑤ 1.020030004...은 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

2. 분수  $\frac{7}{2 \times x}$ 을 유한소수로 나타낼 수 있을 때, 다음 중  $x$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

**해설**

분모가 소인수 2와 5로만 이루어진 수는 유한소수로 나타낼 수 있다.  
따라서  $2 \times 2 = 4$ ,  $5$ ,  $2 \times 2 \times 2 = 8$ 은 올 수 있고,  
 $2 \times 3$  즉, 6은  $x$ 값이 될 수 없다.  
7은 유한소수가 불가능하지만, 분자에 7이 있으므로 약분되어 가능하다.

3. 다음에서 순환소수를 나타내는 방법이 옳은 것은?

- ①

$0.333\cdots=0.\dot{3}\dot{3}$
- ②

$1.030303\cdots=1.\dot{0}\dot{3}$
- ③

$0.0060606\cdots=0.0\dot{0}6\dot{0}$
- ④

$2.020202\cdots=2.\dot{0}$
- ⑤

$2.3117117\cdots=2.31\dot{1}\dot{7}$

해설

- ①  $0.333\cdots=0.\dot{3}$
- ③  $0.0060606\cdots=0.0\dot{0}\dot{6}$
- ④  $2.020202\cdots=2.\dot{0}\dot{2}$
- ⑤  $2.3117117\cdots=2.31\dot{1}\dot{7}$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $0.4\dot{2} < 0.\dot{4}$

②  $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{178}{99}$

③  $0.\dot{6} > 0.\dot{6}\dot{0}$

④  $9.\dot{9} = 10$

⑤  $10.0\dot{4} = \frac{994}{90}$

해설

⑤  $10.0\dot{4} = \frac{1004 - 100}{90} = \frac{904}{90}$

5. 다음은  $\frac{9}{20}$  를 유한소수로 나타내는 과정이다.  $\square$  안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라.

$$\frac{9}{20} = \frac{9}{2^2 \times 5} = \frac{9 \times \square}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{45}{100} = \square$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 0.45

해설

분모를 소인수분해하면  $2^2 \times 5$  이므로 10 의 거듭제곱의 꼴이 되도록 분모, 분자에 각각 5 를 곱한다.

$$\frac{9}{20} = \frac{9}{2^2 \times 5} = \frac{9 \times 5}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{45}{100} = 0.45$$

6.  $\frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times x}$ 이 유한소수일 때, 20 이하의 소수  $x$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

20 이하의 소수는  
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이고  
 $\frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times x}$ 가 유한소수가 되는  $x$ 는  
2, 3, 5, 11의 4개이다.

7. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

- ①  $2.\dot{9}$       ②  $4.\dot{6}$       ③  $5.\dot{0}\dot{9}$       ④  $1.\dot{9}$       ⑤  $3.\dot{4}$

해설

$$\textcircled{1} 2.\dot{9} = \frac{29-2}{9} = \frac{27}{9} = 3 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 4.\dot{6} = \frac{46-4}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

$$\textcircled{3} 5.\dot{0}\dot{9} = \frac{509-5}{99} = \frac{504}{99} = \frac{56}{11}$$

$$\textcircled{4} 1.\dot{9} = \frac{19-1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 3.\dot{4} = \frac{34-3}{9} = \frac{31}{9}$$

8.  $\frac{4}{7}$  를 소수로 나타낼 때, 소수 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{4}{7} = 0.571428571428 \dots$  이므로 6 개의 숫자가 반복된다. 따라서  $100 = 6 \times 16 + 4$  이므로 100 번째 자리의 숫자는 4 이다.

9.  $x = 0.1\bar{6}$  일 때,  $x - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{1}{42}$

해설

$$x = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{6} - \frac{1}{1+6} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

10. 순환소수  $34.0\dot{8}7\dot{2} = x$  를 분수로 고칠 때, 필요한 식은?

①  $1000x - x$

②  $10000x - x$

③  $1000x - 10x$

④  $10000x - 10x$

⑤  $10000x - 1000x$

해설

소수점 아랫부분이 같아지도록 10 의 거듭제곱을 곱한다.  
그러므로  $10000x - 10x$  이다.

11. 기약분수  $A$  를 순환소수로 나타내는데, 연우는 분자를 잘못 보아서 답이  $0.4$  가 되었고, 지우는 분모를 잘못 보아서 답이  $0.4\bar{1}$  이 되었다. 이 때, 기약분수  $A$  를 구하면?

- ①  $\frac{40}{901}$       ②  $\frac{41}{90}$       ③  $\frac{40}{99}$       ④  $\frac{41}{9}$       ⑤  $\frac{4}{9}$

해설

$$\text{연우 : } 0.4 = \frac{4}{9},$$

$$\text{지우 : } 0.4\bar{1} = \frac{41}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{지우가 본 분자})}{(\text{연우가 본 분모})} = \frac{41}{9} = A \text{ 이다.}$$

12. 유리수  $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$  중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

- ① 8개      ② 9개      ③ 10개      ④ 11개      ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만  $2^4, 2^5, 2^6$

분모가 5의 거듭제곱으로만  $5^2$

2와 5의 거듭제곱으로만  $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$

$\therefore$  10개

13.  $\frac{1}{2}$  과  $\frac{7}{10}$  사이의 분수 중 분모가 30 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{18}{30}$

해설

$$\frac{1}{2} = \frac{15}{30} < \frac{x}{30} < \frac{7}{10} = \frac{21}{30}$$

$x$ 는  $15 < x < 21$  인 3의 배수이므로 18이다.

14. 분수  $\frac{2}{7}$ 의 소수  $n$ 번째 자리의 수를  $X_n$ 이라 할 때,  $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값은?

- ① 218      ② 226      ③ 231      ④ 238      ⑤ 239

해설

$\frac{2}{7} = 0.285714285\cdots = 0.\dot{2}8571\dot{4}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개  
 $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로  
 $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (2 + 8 + 5 + 7 + 1 + 4) \times 8 + (2 + 8) = 226$

15. 다음 식을 만족하는  $x$ 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 0.1$$

- ①  $0.\dot{5}$       ②  $0.\dot{6}$       ③  $0.\dot{7}$       ④  $0.\dot{8}$       ⑤  $0.\dot{9}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\&= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\&= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\&= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = -x + 1 \\-x + 1 &= 0.1 \\ \therefore x &= 1 - 0.1 \\&= 1 - \frac{1}{10} \\&= \frac{9}{10} \\&= 0.\dot{9}\end{aligned}$$

16.  $x = 1.37\bar{5}$  일 때,  $10^3x - 10^2x$  를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1238

해설

$$\begin{array}{r} 1000x=1375.555\cdots \\ -) 100x= 137.555\cdots \\ \hline 900x=1238 \end{array}$$

따라서

$$10^3x - 10^2x = 1000x - 100x = 900x = 1238$$

17. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자  $a, b, c, d, e$  의 합을 구하면?

$$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

- ① 9
- ② 16
- ③ 24
- ④ 28
- ⑤ 31

해설

$0.ab\dot{c}d\dot{e} = \frac{24301}{99900}$  이므로  $ab = 24$  이다.

따라서  $24301 = abcde - 24$

$abcde = 24301 + 24$

$\therefore abcde = 24325$

$\therefore a + b + c + d + e = 16$

18. 부등식  $3.9 < x < \frac{43}{7}$  을 만족하는 자연수  $x$  의 값을 모두 합하면?

- ① 9      ② 11      ③ 13      ④ 18      ⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$  이므로 만족하는  $x$  값은 5, 6 이다. 따라서  $x$  값의 합은 11 이다.

19. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

- ①  $0, 1, 2, 3, \dots$
- ②  $2.\dot{5}, -\frac{5}{9}$
- ③ 유한소수
- ④ 무한소수
- ⑤  $-1.\dot{5}, -\frac{1}{3}, 0, 2.\dot{4}, \pi$

해설

- ④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.
- ⑤  $\pi$ 는 순환하지 않는 무한소수이다.

20. 100 보다 작은 자연수  $x$  에 대하여,  $\frac{x}{132}$  를 기약분수로 나타내면  $\frac{3}{a-x}$  이 되고, 이 분수는 유한소수이다. 이 때, 자연수  $a$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 103

해설

$\frac{x}{132} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 11}$  를 유한소수로 나타내기 위해서는 분모의 소인수인 3 과 11 이 약분되어야 하므로  $x$  는 33 의 배수이다.

$$x = 33 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{4}$$

$$x = 66 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{2 \times 3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{2}$$

$$x = 99 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3^2 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{3}{4}$$

기약분수로 나타냈을 때  $\frac{3}{a-x}$  이므로

$$x = 99 \text{ 이고 } a - x = a - 99 = 4 \text{ 에서}$$

$a = 103$  이다.

21. 자연수  $n$  에 대하여  $a_n$  을  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$  의 일의 자리의 숫자라고 정의할 때, 소수  $0.a_1a_2a_3\cdots a_n\cdots$  의 순환마디의 숫자의 갯수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 10^2 \text{의 일의 자리의 숫자}) = 5$   
 $(11^2 + 12^2 + 13^2 + \cdots + 20^2 \text{의 일의 자리의 숫자}) = 5$   
따라서,  
 $(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 \text{의 일의 자리의 숫자}) = 0$  이 되어  
 $n = 21$  이후로는  $1^2, 1^2 + 2^2, \cdots$  의 일의 자리의 숫자가 다시 반복된다.  
즉,  $a_{21} = a_1, a_{22} = a_2, a_{23} = a_3, \cdots$  이므로 소수  $0.a_1a_2a_3\cdots a_n\cdots$  는 순환소수이고  
순환마디는  $a_1a_2a_3\cdots a_{20}$  의 20 개의 숫자이다.

22. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데  $A$  는 분자를 잘못 보고 계산하여  $0.\dot{7}2$  가 되었고  $B$  는 분모를 잘못 보고 계산하여  $0.78\dot{6}$  이 되었다. 바르게 고친 답은?

①  $5.\dot{3}2$       ②  $5.3\dot{3}$       ③  $5.\dot{3}4$       ④  $5.\dot{3}5$       ⑤  $5.3\dot{6}$

해설

$$A : 0.\dot{7}2 = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$$

$A$  는 분모를,  $B$  는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는  $\frac{59}{11}$  이고, 순환소수로는  $5.3\dot{6}$  이다.

23.  $2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9}$  를 계산한 값의 소수점 아래 2009 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

순환소수를 풀어서 계산하면

$$\begin{aligned} 2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9} &= \frac{2007}{999} - \frac{1989}{990} \\ &= \frac{-81}{990 \times 999} \\ &= -0.000081\dot{9} \end{aligned}$$

소수점 아래의 2009 번째 숫자는 순환마디의 2008 번째 숫자와 같다.

이때,  $2008 = 6 \times 334 + 4$  이므로 구하는 숫자는 순환마디의 4 번째 숫자 8 이다.

24. 어떤 자연수에  $1.0\dot{4}$  를 곱해야 할 것을 잘못하여  $1.04$  를 곱했더니 정답과 오답의 차가  $0.4$  가 되었다. 그 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$x \times 1.0\dot{4} - x \times 1.04 = 0.4$$

$$x \times \left( \frac{94}{90} - \frac{104}{100} \right) = \frac{4}{9}$$

$$x \times \frac{4}{900} = \frac{4}{9}$$

$$\therefore x = 100$$

25. 서로 다른 한 자리 자연수  $a, b$  에 대하여 기약분수  $\frac{a}{b \times 111} = c$  라 할 때, 자연수  $9990c$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$9990c = \frac{a}{b \times 111} \times 9990 = \frac{90a}{b} = \frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$$

이 때,  $\frac{a}{b \times 111}$  가 기약분수이므로  $a, b$  는 서로소이고,

$\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$  가 자연수가 되려면  $b$  는 2 의 약수이거나 3 의

약수, 5 의 약수 또는 9 의 약수이어야 한다.

따라서  $b = 9$  ,  $a = 1$  일 때  $\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$  는 최솟값 10 을 가진다.