

1. $a \neq 0$ 이고, a, b 가 정수일 때, 다음 중 $\frac{b}{a}$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 것은?

① 0

② -2

③ 0.17

④ $\frac{3}{2}$

⑤ 1.020030004...

해설

⑤ 1.020030004...은 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

2. 분수 $\frac{7}{2 \times x}$ 을 유한소수로 나타낼 수 있을 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

분모가 소인수 2와 5로만 이루어진 수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

따라서 $2 \times 2 = 4$, 5, $2 \times 2 \times 2 = 8$ 은 올 수 있고,

2×3 즉, 6은 x 값이 될 수 없다.

7은 유한소수가 불가능하지만, 분자에 7이 있으므로 약분되어 가능하다.

3. 다음에서 순환소수를 나타내는 방법이 옳은 것은?

① $0.333\cdots = 0.\dot{3}$

② $1.030303\cdots = 1.\dot{0}\dot{3}$

③ $0.0060606\cdots = 0.00\dot{6}$

④ $2.020202\cdots = \dot{2}.\dot{0}$

⑤ $2.3117117\cdots = 2.31\dot{1}\dot{7}$

해설

① $0.333\cdots = 0.\dot{3}$

③ $0.0060606\cdots = 0.00\dot{6}$

④ $2.020202\cdots = 2.\dot{0}\dot{2}$

⑤ $2.3117117\cdots = 2.31\dot{1}\dot{7}$

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0.\dot{4}\dot{2} < 0.\dot{4}$

② $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{178}{99}$

③ $0.\dot{6} > 0.\dot{6}\dot{0}$

④ $9.\dot{9} = 10$

⑤ $10.0\dot{4} = \frac{994}{90}$

해설

$$\textcircled{5} \quad 10.0\dot{4} = \frac{1004 - 100}{90} = \frac{904}{90}$$

5. 다음은 $\frac{9}{20}$ 를 유한소수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라.

$$\frac{9}{20} = \frac{9}{2^2 \times 5} = \frac{9 \times \square}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{45}{100} = \square$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 0.45

해설

분모를 소인수분해하면 $2^2 \times 5$ 이므로 10 의 거듭제곱의 꼴이 되도록 분모, 분자에 각각 5 를 곱한다.

$$\frac{9}{20} = \frac{9}{2^2 \times 5} = \frac{9 \times 5}{2^2 \times 5 \times 5} = \frac{45}{100} = 0.45$$

6. $\frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times x}$ 이 유한소수일 때, 20 이하의 소수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

20 이하의 소수는

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19이고

$\frac{3 \times 11}{2 \times 5^2 \times x}$ 가 유한소수가 되는 x 는

2, 3, 5, 11의 4개이다.

7. 다음 순환소수 중 정수인 것을 모두 구하면?

① $2.\dot{9}$

② $4.\dot{6}$

③ $5.\dot{0}\dot{9}$

④ $1.\dot{9}$

⑤ $3.\dot{4}$

해설

$$\textcircled{1} 2.\dot{9} = \frac{29 - 2}{9} = \frac{27}{9} = 3 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 4.\dot{6} = \frac{46 - 4}{9} = \frac{42}{9} = \frac{14}{3}$$

$$\textcircled{3} 5.\dot{0}\dot{9} = \frac{509 - 5}{99} = \frac{504}{99} = \frac{56}{11}$$

$$\textcircled{4} 1.\dot{9} = \frac{19 - 1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 3.\dot{4} = \frac{34 - 3}{9} = \frac{31}{9}$$

8. $\frac{4}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\frac{4}{7} = 0.571428571428 \dots$ 이므로 6 개의 숫자가 반복된다. 따라서 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 100 번째 자리의 숫자는 4 이다.

9. $x = 0.1\dot{6}$ 일 때, $x - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{42}$

해설

$$x = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{6} - \frac{1}{1 + 6} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$$

10. 순환소수 $34.0\dot{8}7\dot{2} = x$ 를 분수로 고칠 때, 필요한 식은?

① $1000x - x$

② $10000x - x$

③ $1000x - 10x$

④ $10000x - 10x$

⑤ $10000x - 1000x$

해설

소수점 아랫부분이 같아지도록 10 의 거듭제곱을 곱한다.
그러므로 $10000x - 10x$ 이다.

11. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 연우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{4}$ 가 되었고, 지우는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.4\dot{1}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{40}{901}$

② $\frac{41}{90}$

③ $\frac{40}{99}$

④ $\frac{41}{9}$

⑤ $\frac{4}{9}$

해설

연우 : $0.\dot{4} = \frac{4}{9},$

지우 : $0.4\dot{1} = \frac{41}{99}$

따라서 처음의 기약분수는

$\frac{(\text{지우가 본 분자})}{(\text{연우가 본 분모})} = \frac{41}{9} = A \text{ 이다.}$

12. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

① 8개

② 9개

③ 10개

④ 11개

⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$

분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2

2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$

$\therefore$ 10개

13. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{7}{10}$ 사이의 분수 중 분모가 30 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{18}{30}$

해설

$$\frac{1}{2} = \frac{15}{30} < \frac{x}{30} < \frac{7}{10} = \frac{21}{30}$$

x 는 $15 < x < 21$ 인 3의 배수이므로 18이다.

14. 분수 $\frac{2}{7}$ 의 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값은?

① 218

② 226

③ 231

④ 238

⑤ 239

해설

$\frac{2}{7} = 0.285714285\cdots = 0.\dot{2}8571\dot{4}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$$X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (2 + 8 + 5 + 7 + 1 + 4) \times 8 + (2 + 8) = 226$$

15. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 0.\dot{1}$$

① $0.\dot{5}$

② $0.\dot{6}$

③ $0.\dot{7}$

④ $0.\dot{8}$

⑤ $0.\dot{9}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\&= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\&= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\&= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = -x + 1\end{aligned}$$

$$-x + 1 = 0.\dot{1}$$

$$\therefore x = 1 - 0.\dot{1}$$

$$= 1 - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{8}{9}$$

$$= 0.\dot{8}$$

16. $x = 1.37\bar{5}$ 일 때, $10^3x - 10^2x$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1238

해설

$$\begin{array}{r} 1000x = 1375.555\cdots \\ -) 100x = 137.555\cdots \\ \hline 900x = 1238 \end{array}$$

따라서

$$10^3x - 10^2x = 1000x - 100x = 900x = 1238$$

17. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.\overline{abcde} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{24301}{99900}$$

① 9

② 16

③ 24

④ 28

⑤ 31

해설

$$0.\overline{abcde} = \frac{24301}{99900} \text{ 이므로 } ab = 24 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 24301 = abcde - 24$$

$$abcde = 24301 + 24$$

$$\therefore abcde = 24325$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 16$$

18. 부등식 $3.\dot{9} < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

① 9

② 11

③ 13

④ 18

⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

19. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

① $0, 1, 2, 3, \dots$

② $2.\dot{5}, -\frac{5}{9}$

③ 유한소수

④ 무한소수

⑤ $-1.\dot{5}, -\frac{1}{3}, 0, 2.\dot{4}, \pi$

해설

④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

⑤ π 는 순환하지 않는 무한소수이다.

20. 100 보다 작은 자연수 x 에 대하여, $\frac{x}{132}$ 를 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{a-x}$ 이 되고, 이 분수는 유한소수이다. 이 때, 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 103

해설

$\frac{x}{132} = \frac{x}{2^2 \times 3 \times 11}$ 를 유한소수로 나타내기 위해서는 분모의 소인수인 3 과 11 이 약분되어야 하므로 x 는 33 의 배수이다.

$$x = 33 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{4}$$

$$x = 66 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{2 \times 3 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{1}{2}$$

$$x = 99 \text{ 일 때, } \frac{x}{132} = \frac{3^2 \times 11}{2^2 \times 3 \times 11} = \frac{3}{4}$$

기약분수로 나타냈을 때 $\frac{3}{a-x}$ 이므로

$x = 99$ 이고 $a - x = a - 99 = 4$ 에서
 $a = 103$ 이다.

21. 자연수 n 에 대하여 a_n 을 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$ 의 일의 자리의 숫자라고 정의할 때, 소수 $0.a_1a_2a_3\cdots a_n\cdots$ 의 순환마디의 숫자의 갯수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 10^2 \text{의 일의 자리의 숫자}) = 5$$

$$(11^2 + 12^2 + 13^2 + \cdots + 20^2 \text{의 일의 자리의 숫자}) = 5$$

따라서,

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 \text{의 일의 자리의 숫자}) = 0 \text{ 이 되어}$$

$n = 21$ 이후로는 $1^2, 1^2 + 2^2, \cdots$ 의 일의 자리의 숫자가 다시 반복된다.

즉, $a_{21} = a_1, a_{22} = a_2, a_{23} = a_3, \cdots$ 이므로 소수 $0.a_1a_2a_3\cdots a_n\cdots$ 는 순환소수이고

순환마디는 $a_1a_2a_3\cdots a_{20}$ 의 20 개의 숫자이다.

22. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분자를 잘못 보고 계산하여 $0.\dot{7}2$ 가 되었고 B 는 분모를 잘못 보고 계산하여 $0.78\dot{6}$ 이 되었다. 바르게 고친 답은?

① $5.\dot{3}2$

② $5.3\dot{3}$

③ $5.\dot{3}4$

④ $5.3\dot{5}$

⑤ $5.3\dot{6}$

해설

$$A : 0.\dot{7}2 = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}, B : 0.78\dot{6} = \frac{708}{900} = \frac{59}{75}$$

A 는 분모를, B 는 분자를 바르게 보았으므로 기약분수는 $\frac{59}{11}$ 이고, 순환소수로는 $5.3\dot{6}$ 이다.

23. $2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9}$ 를 계산한 값의 소수점 아래 2009 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

순환소수를 풀어서 계산하면

$$\begin{aligned} 2.\dot{0}0\dot{9} - 2.0\dot{0}\dot{9} &= \frac{2007}{999} - \frac{1989}{990} \\ &= \frac{-81}{990 \times 999} \\ &= -0.000081\dot{9} \end{aligned}$$

소수점 아래의 2009 번째 숫자는 순환마디의 2008 번째 숫자와 같다.

이때, $2008 = 6 \times 334 + 4$ 이므로 구하는 숫자는 순환마디의 4 번째 숫자 8 이다.

24. 어떤 자연수에 $1.0\dot{4}$ 를 곱해야 할 것을 잘못하여 1.04 를 곱했더니 정답과 오답의 차가 $0.\dot{4}$ 가 되었다. 그 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$x \times 1.0\dot{4} - x \times 1.04 = 0.\dot{4}$$

$$x \times \left(\frac{94}{90} - \frac{104}{100} \right) = \frac{4}{9}$$

$$x \times \frac{4}{900} = \frac{4}{9}$$

$$\therefore x = 100$$

25. 서로 다른 한 자리 자연수 a, b 에 대하여 기약분수 $\frac{a}{b \times 111} = c$ 라 할 때, 자연수 $9990c$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$9990c = \frac{a}{b \times 111} \times 9990 = \frac{90a}{b} = \frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$$

이 때, $\frac{a}{b \times 111}$ 가 기약분수이므로 a, b 는 서로소이고,
 $\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$ 가 자연수가 되려면 b 는 2 의 약수이거나 3 의
약수, 5 의 약수 또는 9 의 약수이어야 한다.

따라서 $b = 9$, $a = 1$ 일 때 $\frac{2 \times 3^2 \times 5 \times a}{b}$ 는 최솟값 10 을
가진다.