

1. 다음 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 3x^2 + 4$

② $y = 2(x + 4)^2 - 5$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 1$

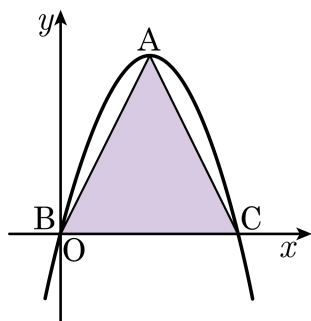
④ $y = -x^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

이차항의 계수가 양수일 때 최솟값을 갖는다.

2. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (점 A 는 꼭짓점)



- ① 32 ② 16 ③ 8 ④ 4 ⑤ 2

해설

$y = -(x-2)^2 + 4$ 에서 A(2, 4) 이므로 삼각형의 높이는 4이다.

$y = x(x-4)$ 에서 B(0, 0), C(4, 0) 이므로 $\overline{BC} = 4$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

3. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$ 의 그래프의 꼭짓점을 A , 원점을 O , x 축과의 교점을 B 라 할 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하면? (단, $B < 0$)

① 3

② 6

③ 9

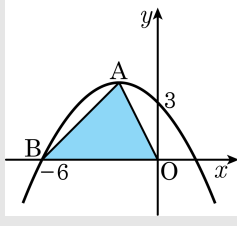
④ 12

⑤ 18

해설

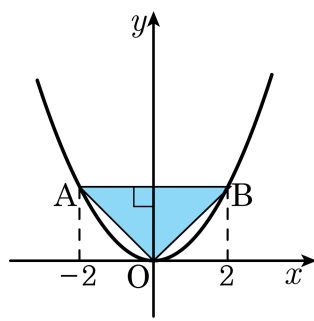
$$y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3 = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 4, \text{ 꼭짓점의 좌표는 } A(-2, 4)$$

$$y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3 = -\frac{1}{4}(x+6)(x-2) \text{ 이므로 } x \text{ 축과의 교점 B 는 } -6, 0 \text{ 이다.}$$



$$\therefore \triangle ABO = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

4. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,
 $x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

5. 이차함수 $y = -(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점을 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

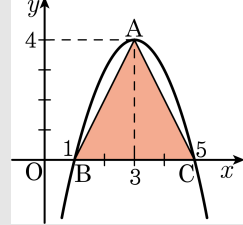
해설

$y = -(x-3)^2 + 4$ 의 그래프에서 꼭짓점은 (3, 4) 이다.

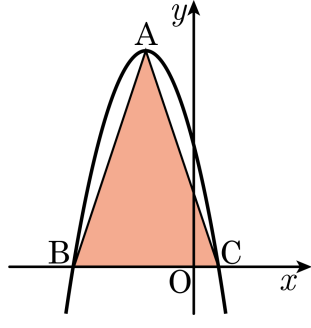
$$\begin{aligned} y &= -(x-3)^2 + 4 \\ &= -(x^2 - 6x + 9) + 4 \\ &= -(x^2 - 6x + 5) \\ &= -(x-1)(x-5) \end{aligned}$$

따라서 x 축과의 교점은 (1, 0), (5, 0) 이다

$$\therefore \triangle ABC \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$



6. 다음 그림은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 점을 B, C라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 30 ② 27 ③ 24 ④ 21 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 4x + 5 \\ &= -(x^2 + 4x + 4 - 4) + 5 \\ &= -(x + 2)^2 + 9 \end{aligned}$$

꼭짓점의 좌표는 $(-2, 9)$ 이고

$$-x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0$$

$(x+5)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -5$ 또는 $x = 1$ 에서 B $(-5, 0)$, C $(1, 0)$ 이다.

$$\text{따라서 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27 \text{ 이다.}$$

7. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 1$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 식의 최솟값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$$

x 축 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면

$$y = (x - 1 + 1)^2 - 2 + 1 = x^2 - 1$$

따라서 최솟값은 -1 이다.

8. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + b$ 가 두 점 $(1, 8)$, $(-1, 4)$ 를 지날 때, 이 이차함수의 최댓값 또는 최솟값은?

- ① 최댓값 : 4 ② 최솟값 : 4
③ 최댓값 : 1, 최솟값 : 3 ④ 최댓값 : 6
⑤ 최솟값 : 1

해설

$y = x^2 + 2ax + b$ 가 두 점 $(1, 8)$, $(-1, 4)$ 를 지나므로

$$8 = 1 + 2a + b, 4 = 1 - 2a + b$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 5$$

$$\therefore y = x^2 + 2x + 5 = (x + 1)^2 + 4$$

따라서 $x = -1$ 일 때, 최솟값은 4

9. 이차함수 $y = x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m , $y = -x^2 - 6x - 5$ 의 최댓값을 M 이라 했을 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 6x - 5 \\&= (x + 3)^2 - 14\end{aligned}$$

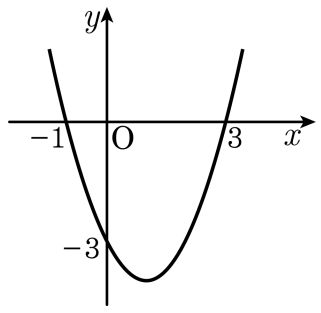
따라서 최솟값은 $m = -14$

$$\begin{aligned}y &= -x^2 - 6x - 5 \\&= -(x + 3)^2 + 4\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $M = 4$

$$\therefore M + m = 4 + (-14) = -10$$

10. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 이차함수의 최솟값을 구하면?



- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로 $y = a(x+1)(x-3)$ 이다.

y 절편이 -3 이므로 $a = 1$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= (x+1)(x-3) \\ &= x^2 - 2x - 3 \\ &= (x-1)^2 - 4 \end{aligned}$$

따라서 (최솟값) $= -4$ 이다.

11. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + k$ 의 최댓값이 2 일 때, k 의 값을 구하면?

① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0

해설

$$y = -2(x^2 - 2x) + k = -2(x - 1)^2 + (k + 2) \text{ 에서}$$

$$\text{최댓값 } k + 2 = 2$$

$$\therefore k = 0$$

12. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼,
 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동하였더니 최솟값이 -3 이 되었다.
이 때, 상수 a 의 값은? (단, $a < 0$)

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{2}{3}x^2 - 4ax - 6a \\ &= \frac{2}{3}(x^2 - 6ax + 9a^2 - 9a^2) - 6a \\ &= \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a \end{aligned}$$

$y = \frac{2}{3}(x - 3a)^2 - 6a^2 - 6a$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 7 만큼,

y 축의 방향으로 -3 만큼 평행 이동한 식은

$$y = \frac{2}{3}(x - 3a - 7)^2 - 6a^2 - 6a - 3 \text{ 이다.}$$

최솟값이 -3 이므로

$$-6a^2 - 6a - 3 = -3, 6a(a + 1) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ or } 0$$

$$\therefore a = -1 (\because a < 0)$$

13. 이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖는다.
 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -1

해설

이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값이 -2

이므로

$$y = (x - 4)^2 - 2 = x^2 - 8x + 14 = x^2 + bx - a + 16$$

$$\therefore a = 2$$

14. 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 가 직선 $x = -3$ 을 축으로 하고 최댓값 2 를 가질 때, 상수 b, c 의 합 $b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $b + c = 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 2)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -(x + 3)^2 + 2$ 이고, 전개하면

$$\begin{aligned} y &= -(x + 3)^2 + 2 \\ &= -(x^2 + 6x + 9) + 2 \\ &= -x^2 - 6x - 7 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$y = -x^2 - 6x - 7$ 이므로 $b = -6, c = -7$ 이다.

$$\therefore b + c = -6 + (-7) = -13$$

15. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + k + 2$ 의 최댓값이 0 일 때, k 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 7

해설

$$y = -3x^2 + 6x + k + 2 = -3(x-1)^2 + k + 5$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값이 $k + 5$ 이므로

$$k + 5 = 0 \quad \therefore k = -5$$

16. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 가 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가질 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = 2$ 에서 최솟값이 4 이므로
꼭짓점의 좌표가 (2, 4) 이다.
 $y = (x - 2)^2 + 4 = x^2 - 4x + 8$
 $a = 4, b = 8$
 $\therefore a + b = 12$

17. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 4ax$ 의 최솟값이 -8 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 4ax \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 8ax) \\ &= \frac{1}{2}(x + 4a)^2 - 8a^2 \end{aligned}$$

최솟값 $-8a^2 = -8, a^2 = 1$
 $\therefore a = -1 (\because a < 0)$

18. 이차함수 $y = -2x^2 + 4ax - a^2 - 6a + 6$ 의 최댓값을 m 이라고 할 때, m 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4ax - a^2 - 6a + 6 \\ &= -2(x - a)^2 + a^2 - 6a + 6 \end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } m = a^2 - 6a + 6 = (a - 3)^2 - 3$$

$$\therefore m \text{ 의 최솟값 : } -3$$

19. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = -1$ 일 때, 최댓값 2 를 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b + c = 2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$, x^2 의 계수가 1 이므로 이차함수의 식은 $y = (x + 1)^2 + 2$ 이다.

$y = (x + 1)^2 + 2$ 을 전개하면 $y = x^2 + 2x + 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$ 이다.

$\therefore a - b + c = 1 - 2 + 3 = 2$

20. $x = -1$ 일 때, 최댓값 5 를 갖고, 점 $(0, 2)$ 를 지나는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -3

② -5

③ -7

④ 3

⑤ 5

해설

$$y = a(x + 1)^2 + 5 \text{ 에 } (0, 2) \text{ 를 대입하면 } a = -3$$

$$y = -3(x + 1)^2 + 5 = -3x^2 - 6x + 2$$

$$\therefore a + b + c = -7$$

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때, 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

모양이 같으므로 $a = -\frac{1}{2}$

꼭짓점에서 최댓값을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$,

따라서 $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$

$\therefore a + b + c = -\frac{3}{2}$

22. 축의 방정식이 $x = -2$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최솟값이 -1 일 때, 이 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하면 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$$y = a(x + 2)^2 - 1 = a(x^2 + 4x + 4) - 1$$

$$4a - 1 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}$$

$$y = \frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4) - 1$$

$$= \frac{1}{4}x^2 + x$$

$$a = \frac{1}{4}, b = 1, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = \frac{5}{4}$$

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 5$ 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① 45 ② 20 ③ -5 ④ -20 ⑤ -45

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 5$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x+1)(x-5) \\ &= a(x^2 - 4x - 5) \\ &= a(x-2)^2 - 9a \end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 4x + 5$ 이고

$b = 4, c = 5$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 4 \times 5 = -20$$

24. 이차함수 $y = 2x^2 - 2ax - 2a - 4$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 2ax - 2a - 4 \\ &= 2\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{2} - 2a - 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \text{ 의 최솟값 : } m &= -\frac{a^2}{2} - 2a - 4 \\ &= -\frac{1}{2}(a+2)^2 - 2 \end{aligned}$$

$$m \text{ 의 최댓값 : } -2$$

25. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2a - 5$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

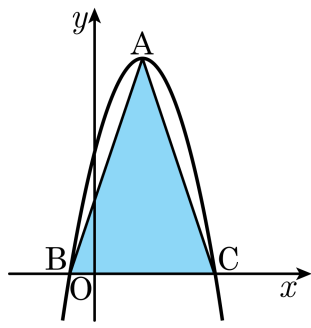
해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2ax - 2a - 5 \\ &= (x - a)^2 - a^2 - 2a - 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y \text{ 의 최솟값 : } m &= -a^2 - 2a - 5 \\ &= -(a + 1)^2 - 4 \end{aligned}$$

$$m \text{ 의 최댓값 : } -4$$

26. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 두 점 B 와 C 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 15 ② 21 ③ 27 ④ 33 ⑤ 39

해설

$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x - 2)^2 + 9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 A (2, 9)
 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x + 5$, $x^2 - 4x - 5 = 0 (x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$
 따라서 두 점 B, C 의 좌표는 B (-1, 0), C (5, 0) 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

27. $x + y = 3$ 일 때 $x - y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{4}$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 3 \rightarrow y = -x + 3 \\x - y^2 &= x - (-x + 3)^2 \\&= x - (x^2 - 6x + 9) \\&= -x^2 + 7x - 9 \\&= -\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{13}{4}\end{aligned}$$

28. $x = 1$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$y = a(x - 1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$$

$$a - 1 = 3, a = 4$$

$$y = 4(x - 1)^2 - 1$$

$$\therefore apq = 4 \times 1 \times (-1) = -4$$

29. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

- ① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

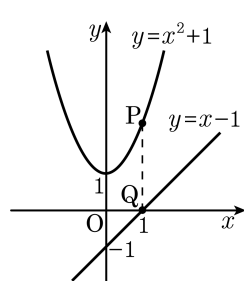
해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

30. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점 P 에서 y 축에
평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는
점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의
x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를
 $(t, t^2 + 1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, t - 1)$

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

31. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2 사분면을 지나지 않는다고 할 때, a 의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$

② $a \leq -\frac{3}{4}$

③ $a \leq \frac{3}{4}$

④ $a \leq 3$

⑤ $a \geq -3$

해설

$$y = a(x - 2)^2 + 3(a < 0)$$

$$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$$

$$(y\text{절편}) \leq 0, 4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

32. 이차함수 $y = -x^2 + 2mx + m$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = -x^2 + 2mx + m = -(x - m)^2 + (m^2 + m)$ 에서
위로 볼록이므로 최댓값은 $m^2 + m$

$$M = m^2 + m = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$\therefore M$ 의 최솟값은 $-\frac{1}{4}$

33. 이차함수 $y = x^2 - 2(m+1)x + 4m$ 의 최솟값을 a 이라 할 때, a 의 최댓값은?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2(m+1)x + 4m \\ &= \{x^2 - 2(m+1)x + (m+1)^2 - (m+1)^2\} + 4m \\ &= \{x - (m+1)\}^2 - (m+1)^2 + 4m \\ \therefore \text{최솟값 } M &= -(m+1)^2 + 4m \\ &= -m^2 + 2m - 1 \\ &= -(m^2 - 2m + 1) \\ &= -(m-1)^2 \end{aligned}$$

따라서 a 의 최댓값은 0 이다.