

1. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

$$\text{가장 작은 근 } a = -\sqrt{6}, \text{ 가장 큰 근 } b = \sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

2. 연립방정식 $x+y+z = -\frac{1}{2}$, $xy+yz+zx = -\frac{5}{2}$, $xyz = -1$ 을 만족시키는
해의 쌍 (x, y, z) 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

근과 계수와의 관계에서
 x, y, z 를 세 근으로 하는
삼차방정식을 만들면

$$t^3 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2t^3 + t^2 - 5t + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (t-1)(2t-1)(t+2) = 0$$

$$\therefore (x, y, z) =$$

$$\left(1, \frac{1}{2}, -2\right), \left(1, -2, \frac{1}{2}\right),$$

$$\left(\frac{1}{2}, 1, -2\right), \left(\frac{1}{2}, -2, 1\right),$$

$$\left(-2, 1, \frac{1}{2}\right), \left(-2, \frac{1}{2}, 1\right)$$

3. 방정식 $x^3 = 1$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고르시오.

보 기

㉠ $(1 + \omega^2)^3 = -1$

㉡ $(1 + \omega)^{10} = \omega^2$

㉢ 모든 자연수 n 에 대하여 $(1 + \omega)^{3n} = (-1)^n$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$x^3 = 1$ 의 한 허근이 ω 이므로

$$\omega^3 = 1, \omega^2 + \omega + 1 = 0$$

$$\text{㉠ } \omega^2 + 1 = -\omega,$$

$$(\omega^2 + 1)^3 = (-\omega)^3 = -\omega^3 = -1(\bigcirc)$$

$$\text{㉡ } (1 + \omega)^{10} = (-\omega^2)^{10}$$

$$= \omega^{20} = (\omega^3)^6 \cdot \omega^2 = \omega^2(\bigcirc)$$

$$\text{㉢ } (-\omega^2)^{3n} = (-1)^{3n} \cdot (\omega^3)^{2n}$$

$$= (-1)^n \cdot 1^{2n} = (-1)^n$$

$$(\because (-1)^{3n} = \{(-1)^3\}^n = (-1)^n) (\bigcirc)$$

$\therefore$ ㉠, ㉡, ㉢ 모두 참