

1. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a , 이차방정식 $x^2 - 2x - 7 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $(a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

두 방정식에 각각 $x = a$, $x = b$ 를 대입하면
 $a^2 - 3a + 1 = 0$ 에서 $a^2 - 3a = -1$
 $b^2 - 2b - 7 = 0$ 에서 $b^2 - 2b = 7$
 $\therefore (a^2 - 3a + 3)(b^2 - 2b + 1) = (-1 + 3)(7 + 1) = 16$

2. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

① 2, 5

② 2, -5

③ 1, 5

④ 1, 2

⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면
 $b = 1 \times 5 = 5$, $-a = -2 + (-4) = -6$, $a = 6$
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x+1)(x+5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

해설

$(x-1)(x-5) = 0$, $x^2 - 6x + 5 = 0$
일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5
 $(x+2)(x+4) = 0$, $x^2 + 6x + 8 = 0$
상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6
따라서 $x^2 + 6x + 5 = 0$, $(x+1)(x+5) = 0$
 $\therefore x = -1$ 또는 $x = -5$

3. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 이 되는 a 의 값은?

① ± 1 ② ± 2 ③ ± 3 ④ ± 4 ⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1, a = \pm 5$$

4. 이차방정식 $x^2 + x - m + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값은?

- ① 5 ② 3 ③ 1 ④ -1 ⑤ -5

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면

$$\alpha + \alpha + 3 = -1, \alpha = -2$$

$$\alpha(\alpha + 3) = -m + 3$$

$$-2 = -m + 3$$

$$\therefore m = 5$$

5. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

- ① -24 ② -12 ③ 12 ④ 24 ⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 $\alpha, 3\alpha$ 라 하면,

$$\alpha + 3\alpha = 8 \text{ 이므로 } \alpha = 2$$

$$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$$

$$\therefore m = 12$$

6. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 2α , 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$\therefore \alpha = 2$

$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$

$\therefore k = 24$

7. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 4x + k = 0$ 의 한 근일 때, 상수 k 의 값은?

① -12 ② -4 ③ 2 ④ 4 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해
 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합은 2
 $x = 2$ 를 $x^2 - 4x + k = 0$ 에 대입하면
 $4 - 8 + k = 0$
 $\therefore k = 4$

8. 어떤 수 x 에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 4배를 하였다. 그런데도 결과는 같았다. 이 때, x 의 값은?(단, $x < 0$)

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}(x+4)^2 &= 4(x+4) \\ x^2 + 4x &= 0 \\ x(x+4) &= 0 \\ \therefore x &= -4 (\because x < 0)\end{aligned}$$

9. 한 근이 $5 - 2\sqrt{3}$ 인 이차방정식을 $4x^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $c - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 92

해설

다른 한 근이 $5 + 2\sqrt{3}$ 이므로
(두 근의 합) = 10, (두 근의 곱) = 13
따라서 $4(x^2 - 10x + 13) = 0$ 이므로
 $4x^2 - 40x + 52 = 0$ 이다.
따라서 $b = -40, c = 52, c - b = 92$

10. x^2 의 계수가 1인 이차방정식의 두 근은 $1 \pm \sqrt{5}$ 이다. 이 이차방정식의 식은?

① $x^2 - 2x - 2 = 0$

② $x^2 - 2x - 1 = 0$

③ $x^2 - 2\sqrt{3}x - 4 = 0$

④ $x^2 - 2x - 4 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 2 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -4
 $\therefore x^2 - 2x - 4 = 0$

11. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 를 각각 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 7x + 10 = 0$

② $x^2 - 7x + 10 = 0$

③ $x^2 - 3x + 10 = 0$

④ $x^2 - 3x - 10 = 0$

⑤ $x^2 + 3x - 10 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$\alpha + \beta = -5, \alpha\beta = 2$ 이므로 구하는 방정식은 $-5, 2$ 를 두 근으로 한다.

두 근의 합은 -3 , 두 근의 곱은 -10

$\therefore x^2 + 3x - 10 = 0$

12. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-3, 5$ 일 때, $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{15}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $-a = -3 + 5, a = -2$

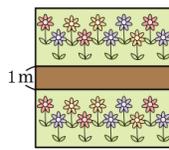
$b = -3 \times 5 = -15$

$ax^2 + bx + 5 = 0$ 에 $a = -2, b = -15$ 대입하면

$-2x^2 - 15x + 5 = 0$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-15)}{-2} = -\frac{15}{2}$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 정사각형 모양의 꽃밭이 있다. 꽃밭 사이에 폭이 1m 가 되는 길을 1개 만들었더니 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 30m^2 였다. 꽃밭의 가로 길이는?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

정사각형의 가로 길이를 $x\text{m}$ 라고 하면
 (꽃밭의 넓이) = $x(x-1)$
 $x(x-1) = 30$
 $\therefore x = 6 (\because x > 0)$

14. 어떤 정사각형에서 각 변의 길이를 2cm 씩 늘인 정사각형의 넓이는 2cm 씩 줄인 정사각형의 넓이의 9 배가 된다고 한다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는?

① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm 라고 하면

$$(x+2)^2 = 9(x-2)^2$$

$$8x^2 - 40x + 32 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

$$x = 1, 4$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4$ (cm) 이다.

15. 둘레의 길이가 18m, 넓이가 20m²인 직사각형의 가로 길이 x 를 구하는 방정식은?

① $x^2 - 9x + 20 = 0$

② $x^2 + 9x + 20 = 0$

③ $x^2 - 18x + 20 = 0$

④ $x^2 + 18x + 20 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 18 = 0$

해설

가로의 길이가 x cm이면 세로의 길이는 $(9 - x)$ cm
따라서 직사각형의 넓이는 $x(9 - x) = 20$ 이다.
 $\therefore x^2 - 9x + 20 = 0$

16. 가로, 세로의 길이의 비가 3 : 2 이고 넓이가 150cm^2 인 직사각형이 있다. 이 때, 가로의 길이는?

① 15cm ② 18cm ③ 12cm ④ 10cm ⑤ 16cm

해설

가로의 길이를 $3x\text{cm}$, 세로의 길이를 $2x\text{cm}$ 라고 하면,

$$3x \times 2x = 150$$

$$6x^2 = 150$$

$$\therefore x = 5(\because x > 0)$$

$$\therefore 3x = 15$$

17. 지상으로부터 30m 인 지점에서 1 초에 15m 의 빠르기로 던져올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 15t + 30$ 인 관계가 성립한다. 발사 후 3 초 후의 높이를 구하여라.

▶ 답: 30m

▶ 정답: 30m

해설

$h = -5t^2 + 15t + 30$ 에서 $t = 3$ 을 대입하면
 $h = -45 + 45 + 30 = 30$
따라서 발사 후 3 초 후의 높이는 30m이다.

18. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 1 초 후

해설

$$20t - 5t^2 = 15 \text{ 에서}$$

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$(t - 1)(t - 3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

19. 동화책을 펼쳤더니 펼쳐진 두 쪽수의 곱이 156이었을 때, 앞 쪽의 쪽수는?

- ① 10쪽 ② 12쪽 ③ 14쪽 ④ 16쪽 ⑤ 18쪽

해설

두 쪽수를 x , $x + 1$ 이라 하면

$$x(x + 1) = 156$$

$$x^2 + x - 156 = 0$$

$$(x + 13)(x - 12) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 12 \text{ (쪽)}$$

20. 차가 3인 두 자연수가 있다. 곱이 88일 때, 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 19

해설

두 자연수를 x , $x + 3$ 라 하면

$$x(x + 3) = 88$$

$$x^2 + 3x - 88 = 0$$

$$(x - 8)(x + 11) = 0$$

$$x = 8 (\because x > 0)$$

따라서 두 수의 합은 $8 + 11 = 19$ 이다.

21. 실수 a, b 에 대하여 연산 $*$ 를 $a * b = ab + a$ 라고 할 때, $(x + 1) * (2x - 3) = 6$ 을 만족하는 양의 실수 x 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(x + 1) * (2x - 3) = (x + 1)(2x - 3) + x + 1 = 6$$

$$2x^2 - 2 = 6, x^2 = 4$$

따라서 양의 실수 x 는 2이다.

22. n 각형의 대각선의 총수가 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개일 때, 대각선이 모두 35개인 다각형은?

- ① 육각형 ② 칠각형 ③ 팔각형
④ 구각형 ⑤ 십각형

해설

$$\begin{aligned}\frac{n(n-3)}{2} &= 35 \\ n^2 - 3n - 70 &= 0 \\ \therefore n &= 10 (\because n > 0)\end{aligned}$$

23. 이차방정식 $(x+3)^2 = x+8$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x+8, \quad x^2+5x+1=0 \\ \text{근과 계수의 관계에서 } \alpha+\beta &= -5, \quad \alpha\beta=1 \\ \therefore \alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2 &= (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta-2\alpha\beta \\ &= (\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta \\ &= 25-4=21\end{aligned}$$

24. 이차방정식 $x + 1 = (x - 5)^2$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

- ① 63 ② 66 ③ 69 ④ 73 ⑤ 76

해설

$$\begin{aligned}x + 1 &= (x - 5)^2, x^2 - 11x + 24 = 0 \\ \text{근과 계수와의 관계에서 } \alpha + \beta &= 11, \alpha\beta = 24 \\ \therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 121 - 48 = 73\end{aligned}$$

25. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

- ① 25 ② 29 ③ 36 ④ 47 ⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$
 $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$

26. 연속하는 두 홀수의 곱이 35 일 때, 이 두 수의 합을 고르면?

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

해설

두 수를 x , $x+2$ 라 하면 (x 는 홀수)

$$x(x+2) = 35,$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$(x-5)(x+7) = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 또는 } x = -7$$

$$x = 5 (\because x > 0) \text{ 이므로}$$

따라서 두 수는 5, 7 이다.

따라서 두 수의 합은 12이다.

27. 두 수 3, -4 를 두 근으로 하며 x^2 의 계수가 4 인 이차방정식을 구하면?

① $4x^2 + 4x - 40 = 0$

② $4x^2 + 4x - 44 = 0$

③ $4x^2 + 4x - 48 = 0$

④ $4x^2 + 4x - 52 = 0$

⑤ $4x^2 + 4x - 56 = 0$

해설

두 근이 3, -4 이고, x^2 의 계수가 4 이므로

$$4(x-3)(x+4) = 0$$

$$4(x^2 + x - 12) = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 4x - 48 = 0$$

28. 계수가 유리수인 이차방정식, $x^2 - 6x + a = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{2}$ 일 때, a 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

다른 한 근이 $3 + \sqrt{2}$ 이므로
두 근의 곱 $(3 + \sqrt{2})(3 - \sqrt{2}) = a$
 $\therefore a = 7$

29. 이차방정식 $5x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta - \alpha\beta$ 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\alpha + \beta = \frac{2}{5}, \alpha\beta = -\frac{3}{5} \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = \frac{2}{5} - \left(-\frac{3}{5}\right) = 1$$

30. 이차방정식 $x^2 + 2x + a + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖도록 a 의 값의 범위를 정하여라.

① $a < -1$

② $a < -2$

③ $a > -1$

④ $a > -2$

⑤ $a > -3$

해설

$$D = 4 - 4(a + 3) = 4 - 4a - 12 > 0$$

$$-4a > 8$$

$$\therefore a < -2$$

31. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것은?

① $x^2 = 6x - 9$

② $2x^2 + x - 3 = 0$

③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5x = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

증근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

① $x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$

$\therefore x = 3$ (증근)

32. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 증근을 가지기 위한 조건은?

① $m^2 - 4n > 0$ ② $m^2 + 4n > 0$ ③ $m^2 - 4n = 0$

④ $m^2 + 4n = 0$ ⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

33. 이차방정식 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해가 $\frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

(단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -3$

▷ 정답 : $B = 13$

해설

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore A = -3, B = 13$$