

1. 다음 보기 중 소수를 모두 찾아 기호로 써라.

보기

☐ 5

☐ 9

☐ 11

☐ 15

☐ 49

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ☐

▶ 정답 : ☐

해설

주어진 수에서 5, 11 은 소수이고 나머지는 모두 합성수이다.

2. 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 가지는 수를 소수라고 한다. 기원전 300년경 그리스의 수학자로 소수가 무한히 많음을 증명한 사람은?

- ① 칸토어
- ② 유클리드
- ③ 오일러
- ④ 골드바흐
- ⑤ 가우스

해설

유클리드는 ‘소수가 무한이다.’ 라는 것을 증명하였습니다.

3. 180 을 소인수분해하면?

① $2 \times 3^3 \times 5$

② $2^4 \times 5$

③ $3^4 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5$

⑤ $2 \times 3 \times 5^2$

해설

$$2 \overline{) 180}$$

$$2 \overline{) 90}$$

$$3 \overline{) 45}$$

$$3 \overline{) 15}$$

$$5$$

$$\therefore 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

4. 다음 중 10과 서로소인 것은?

① 2

② 5

③ 10

④ 13

⑤ 20

해설

- ① 2 와 10 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.
- ② 5 와 10 의 최대공약수는 5 이므로 서로소가 아니다.
- ③ 10 과 10 의 최대공약수는 10 이므로 서로소가 아니다.
- ④ 13 와 10 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
- ⑤ 20 과 10 의 최대공약수는 10 이므로 서로소가 아니다.

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 48 의 소인수는 2, 3 이다.
- ② 22 과 35 는 서로소이다.
- ③ 90 의 소인수는 3 개이다.
- ④ 143 은 소수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

해설

④ $143 = 11 \times 13$ 으로 소인수분해되므로 소수가 아니다.

6. 소인수분해를 이용하여 27 과 45 의 최대공약수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$27 = 3^3, 45 = 3^2 \times 5$$

두 수의 최대공약수는 $3^2 = 9$

7. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 9의 약수는 1, 3, 9이다.
- ② 18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.
- ③ 9와 18의 최대공약수는 9이다.
- ④ 9와 18의 모든 공약수는 두 수의 최대공약수인 9의 약수와 같다.
- ⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 2개이다.

해설

⑤ 9와 18의 공약수의 개수는 최대공약수 9의 약수와 개수와 같으므로 3개이다.

8. 6으로 나누거나 8로 나누어도 3이 남는 수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

6, 8의 최소공배수는 24 이므로 구하는 자연수는 $24 + 3 = 27$ 이다.

9. $\frac{n}{20}, \frac{n}{30}$ 을 자연수가 되게 하는 n 의 값 중 가장 작은 수는?

① 10

② 30

③ 40

④ 50

⑤ 60

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 20과 30의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 60이다.

10. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

11. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 12

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

12. 25의 소인수의 개수와 156의 소인수의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

$25 = 5^2$, $156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로
25의 소인수는 5, 156의 소인수는 2, 3, 13
 $\therefore 1 + 3 = 4$

13. $2^2 \times 5 \times 7$ 의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

14. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a+1)(4+1)(5+1) = 120$$

$$a+1 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

15. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로

$a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.

$\therefore a + b + c = 12$

16. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 64 일 때, a 와 b 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

① 192 ② 256 ③ 294 ④ 305 ⑤ 320

해설

최소공배수의 배수인 64, 128, 192, 256, 320, ... 중 300 에 가장 가까운 수는 320 이다.

17. 두 자연수 $6 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 90 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3 \times 5 \times x = 90$ 따라서 $x = 3$ 이다.

19. 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 6 cm 인 직사각형 모양의 카드를 늘어 놓아 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 카드는 총 몇 장이 필요한가?

① 10 장 ② 12 장 ③ 13 장 ④ 15 장 ⑤ 17 장

해설

정사각형의 한 변의 길이는 8 와 6 의 최소공배수인 24cm 이다.
가로는 $24 \div 8 = 3$ (장), 세로는 $24 \div 6 = 4$ (장)이 필요하므로
필요한 카드의 수는 $3 \times 4 = 12$ (장)이다.

20. 곱이 405 이고 최대공약수가 9 인 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 45

해설

두 자연수를 $A = 9 \times a, B = 9 \times b$
($a < b$, a 와 b 는 서로소)라 하면
 $405 = 9 \times 9 \times a \times b \quad \therefore a \times b = 5$
 $\therefore (a, b) = (1, 5)$
따라서 $A = 9, B = 9 \times 5 = 45$ 이다.

21. $x = 5^{27} + 1$, $y = 2^{23} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인가?

- ① 24 자리의 수 ② 25 자리의 수 ③ 26 자리의 수
④ 27 자리의 수 ⑤ 28 자리의 수

해설

$xy = 5^{27} \times 2^{23} + 5^{27} + 2^{23} + 1$
이 때 $5^{27} \times 2^{23} > 5^{27} + 2^{23} + 1$ 이므로 $5^{27} + 2^{23} + 1$ 은 자릿수를
고려할 때 생각하지 않는다.
 $5^{27} \times 2^{23} = 5^{23} \times 2^{23} \times 5^4$
 $= (5 \times 2)^{23} \times 625$
 $= 10^{23} \times 625$
따라서 xy 는 26 자리의 수이다.

22. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$216 = 2^3 \times 3^3$
따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$
 $a + b + c = 9$

23. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는?

① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 15

해설

$$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

$$540 \times x \text{ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 } x \text{ 는 } 3 \times 5 = 15$$

24. x 는 $3^7 \times 5^4$ 의 약수 중에서 a^2 의 형태로 나타낼 수 있는 수일 때, x 값의 개수를 구하여라. (단, a 는 자연수)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12개

해설

$3^7 \times 5^4$ 의 약수 중 (자연수)² 이 되는 수는
 $1, 3^2, (3^2)^2, (3^3)^2, 5^2, (5^2)^2, (3 \times 5)^2,$
 $(3 \times 5^2)^2, (3^2 \times 5)^2, (3^2 \times 5^2)^2, (3^3 \times 5)^2,$
 $(3^3 \times 5^2)^2$ 이다.
 $\therefore$ 12개이다.

25. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

26. 어떤 자연수로 45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남는다고 한다. 이를 만족하는 자연수 중 가장 큰 수는?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

45를 나누면 3이 남고, 60을 나누면 4가 남고, 85를 나누면 1이 남으므로 어떤 자연수는 42, 56, 84의 공약수이다. 따라서 이 중 가장 큰 자연수는 42, 56, 84의 최대공약수인 14이다.

27. $5^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\square = a^x(a\text{는소수})$ 라고 하면 $5^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 15 개이므로
 $(4 + 1) \times (x + 1) = 15, x + 1 = 3, x = 2$ 이다.
또한 가장 작은 자연수가 되기 위해서는 $a = 2$ 이다.
따라서 $\square = a^x = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ 이다.

28. 최대공약수가 24인 두 자연수 a, b 에 대해 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1, 2, 24는 a, b 의 공약수이다.
- ② 12는 a, b 의 공약수이다.
- ③ a, b 의 공약수는 모두 8개이다.
- ④ 10은 a, b 의 공약수가 아니다.
- ⑤ 3, 6, 8, 36는 a, b 의 공약수이다.

해설

a, b 의 공약수는 24의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.

⑤ 36은 a, b 의 공약수가 아니다.

29. 한 개의 원주 위를 같은 방향으로 일정한 속도로 움직이는 세 점 A, B, C가 있다. 점 A는 한 바퀴 도는 데 8초 걸리고, 점 B는 1분에 20바퀴, 점 C는 1분에 30바퀴를 돈다고 한다. 어떤 시각에 A, B, C가 동시에 점 P를 통과했을 때, 이 시각에서 15분 후 사이에는 점 P를 동시에 몇 번 통과하는지 구하여라.

▶ **답:** 번

▶ 정답 : 37번

해설

한 바퀴 도는 데 A 는 8 초, B 는 3 초, C 는 2 초가 걸리므로 8, 3, 2 의 최소공배수인 24 초마다 점 P 를 동시에 통과한다.
 $15 \times 60 = 900(\text{초})$ 에서 $900 \div 24 = 37.5$ 이므로 37 번 통과한다.

30. 세 수 2×7^4 , $2^a \times 3 \times 7^3$, $2 \times b^c \times 7^d$ 의 최대공약수가 2×7^3 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 일 때, $a \times b - c \times d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

최대공약수가 2×7^3 ,
최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 이므로
 $a = 3$, $b = 5$, $c = 2$, $d = 5$
 $\therefore a \times b - c \times d = 3 \times 5 - 2 \times 5 = 5$