

1. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2x - 1 > -5 \\ x + 2 \geq 4x - 1 \end{cases}$$

① $x > -2$

② $x \leq 1$

③ $-2 \leq x < 1$

④ $-2 < x \leq 1$

⑤ 해는 없다.

해설

$$\begin{cases} 2x - 1 > -5 \\ x + 2 \geq 4x - 1 \end{cases} \Rightarrow -2 < x \leq 1$$

2. 두 점 A(2, 3), B(4, 1) 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 에 대하여 원점 O 에서 점 P 까지의 거리는?

① 1

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ 2

해설

x 축 위의 점 P 의 좌표를 $P(a, 0)$ 이라 하면 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2$$

$$(2-a)^2 + (3-0)^2 = (4-a)^2 + (1-0)^2$$

$$a^2 - 4a + 13 = a^2 - 8a + 17, 4a = 4, a = 1 \therefore \overline{OP} = 1$$

3. 점 A(-2, 4)에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 (1, 2)가 되도록 점 B를 정할 때, 선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점의 좌표는?

① (-16, 8)

② (-8, 16)

③ (-7, 4)

④ (8, -16)

⑤ (16, -8)

해설

점 B의 좌표를 B(a, b)라 하면

선분 AB의 중점의 좌표가 (1, 2)이므로

$$\frac{-2+a}{2} = 1, \frac{4+b}{2} = 2$$

$$\therefore a = 4, b = 0$$

따라서 두 점 A(-2, 4), B(4, 0)을 잇는

선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점의 좌표는

$$\left(\frac{3 \times 4 - 2 \times (-2)}{3 - 2}, \frac{3 \times 0 - 2 \times 4}{3 - 2} \right) = (16, -8)$$

4. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.

㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a - b > 0, c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.

㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b 의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.

㉢ 주어진 식에서 a, b 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq 1$

② $1 < x \leq 2$

③ $-1 \leq x < 2$

④ $1 < x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-2 \\ x+2 > 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x - x \leq -2 + 6 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > -1 \end{cases}$$

$$\therefore -1 < x \leq 2$$

6. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(m+2)x^2 - 2(m+2)x + 4 > 0$ 이 항상 성립하도록 할 때, 상수 m 의 값의 범위에 속한 정수의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

모든 실수 x 에 대하여 성립하기 위해서는

$$m \geq -2$$

$$D/4 = (m+2)^2 - 4(m+2) < 0 \text{ 이므로}$$

$$m^2 + 4m + 4 - 4m - 8 = m^2 - 4 < 0$$

따라서 $-2 \leq m < 2$ 이므로

만족하는 정수 m 의 개수는

$-2, -1, 0, 1$ 의 4개

7. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 $A(4, 6)$, $B(-2, 2)$ 이고, 무게중심이 $G(1, 3)$ 일 때 꼭짓점 C 의 좌표는?

① $(-1, 1)$

② $(1, -1)$

③ $(1, 1)$

④ $(-1, -1)$

⑤ $(1, 2)$

해설

무게중심 구하는 공식을 이용한다.

점 $C(x, y)$ 라 하면,

$$G = \left(\frac{4 - 2 + x}{3}, \frac{6 + 2 + y}{3} \right) = (1, 3)$$

$$\therefore x = 1, y = 1$$

8. 연립부등식 $3x - a < 2x + 1 \leq \frac{10x + b}{3}$ 의 해가 $-1 \leq x < 9$ 일 때,
 $a + b$ 의 값을 구하면?

① 15

② 13

③ 11

④ 9

⑤ 7

해설

$$\text{i) } 3x - a < 2x + 1$$

$$x < 1 + a$$

$$\text{ii) } 2x + 1 \leq \frac{10x + b}{3}$$

양변에 3 을 곱하면

$$6x + 3 \leq 10x + b$$

$$x \geq \frac{3 - b}{4}$$

부등식의 해 $\frac{3 - b}{4} \leq x < a + 1$ 과 $-1 \leq x < 9$ 가 같아야 하므로

$$\frac{3 - b}{4} = -1, \quad b = 7$$

$$a + 1 = 9, \quad a = 8$$

$$\therefore a + b = 15$$

9. 연립부등식 $\begin{cases} 5x + 7 \leq 3(x + a) \\ 3(x - 1) + 4 < 5x + 25 \end{cases}$ 의 해가 $-2b < x \leq -4$ 일 때,
 $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① 18

② 12

③ 6

④ -6

⑤ -18

해설

$$\begin{cases} 5x + 7 \leq 3(x + a) \\ 3x + 1 < 5x + 25 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 5x - 3x \leq 3a - 7 \\ 3x - 5x < 25 - 1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{3a - 7}{2} \\ x > -12 \end{cases}$$

$$-2b = -12 \text{ 이고 } \frac{3a - 7}{2} = -4$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, b = 6$$

$$\frac{b}{a} = -18$$

10. 윤지네 반 학생들을 긴 의자에 앉히려고 한다. 한 의자에 4 명씩 앉으면 9 명의 학생이 앉지 못하고, 5 명씩 앉으면 의자가 4 개 남는다. 긴 의자의 개수가 될 수 없는 것은?

- ① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$$5(x - 5) + 1 \leq 4x + 9 \leq 5(x - 5) + 5$$

$$5x - 24 \leq 4x + 9 \leq 5x - 20$$

$$x \leq 33, x \geq 29$$

$$\therefore 29 \leq x \leq 33$$

11. x 에 관한 방정식 $x^2 - 2kx + (k^2 - k) = 0$ 이 실근 α, β 를 갖고 $(\alpha - \beta)^2 \leq 16$ 이 성립하기 위한 실수 k 의 범위를 구하면?

① $-1 \leq k \leq 4$

② $-1 \leq k \leq 5$

③ $0 \leq k \leq 4$

④ $0 \leq k \leq 5$

⑤ $-2 \leq k \leq 2$

해설

i) 실근을 가지므로

$$D \geq 0 \text{에서 } k \geq 0 \dots \text{①}$$

ii) $(\alpha - \beta)^2 \leq 16$ 에서

$$(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \leq 16$$

$$(2k)^2 - 4(k^2 - k) \leq 16$$

$$\therefore k \leq 4 \dots \dots \text{②}$$

$$\therefore \text{①, ②에서 } 0 \leq k \leq 4$$

12. 좌표평면 위의 두 점 A, B 사이의 거리를 $\star(A, B)$ 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\star(A, B) \geq 0$

② $\star(A, B) = \star(B, A)$

③ $\star(A, B) = \star(A, C)$ 이면 두 점 B, C 는 일치한다.

④ $\star(A, B) = 0$ 이면 두 점 A, B는 일치한다.

⑤ 세 점 A, B, C 에 대하여 항상 관계식
 $\star(A, B) + \star(B, C) \geq \star(A, C)$ 가 성립한다.

해설

- ① 거리는 음의 수가 나올 수 없으므로 참
- ② 좌변과 우변 모두 A와 B 사이의 거리이므로 참
- ③ A로 부터 같은 거리에 있는 점은 수없이 많으므로 거짓
- ④ 거리가 0이므로 동일한 점이므로 참
- ⑤ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 합은 $\overline{AC}$ 보다 같거나 크므로 참

13. 부등식 $(x-2)(ax-1) < 0$ 의 해에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 이 부등식의 해가 존재하지 않는 실수 a 가 있다.

② $a = 0$ 이면 이 부등식의 해는 $x < 2$ 이다.

③ $a < 0$ 이면 이 부등식의 해는 $\frac{1}{a} < x < 2$ 이다.

④ $a > 0$ 이면 이 부등식의 해는 $x < 2$ 이다.

⑤ ①, ②, ③, ④ 모두 거짓이다.

해설

① $a \neq 0$ 일 때

$$(x-2)(ax-1) = a(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) \text{이므로}$$

$a = \frac{1}{2}$ 이면 이 부등식의 해는 없다.

② $a = 0$ 이면 이 부등식은 $-(x-2) < 0$,
즉 $x-2 > 0$ 이므로 해는 $x > 2$ 이다.

③ $a < 0$ 이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) > 0$ 이므로
 $x < \frac{1}{a}$ 또는 $x > 2$ 이다.

④ $a > 0$ 이면 이 부등식은 $(x-2)\left(x-\frac{1}{a}\right) < 0$ 이므로

$a < \frac{1}{2}$ 일때, $2 < x < \frac{1}{a}$,

$a > \frac{1}{2}$ 일때 $\frac{1}{a} < x < 2$ 이다.

14. 두 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0, x^2 + (a - 1)x + a^2 = 0$ 중 적어도 하나가 실근을 갖기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < \frac{1}{2}, 2 < a$

② $a \leq 1, 3 \leq a$

③ $a \leq \frac{1}{2}, 3 < a$

④ $a \leq \frac{1}{2}, 2 < a$

⑤ $a \leq \frac{1}{3}, a \geq 2$

해설

각각 실근을 가질 조건은 차례로

$$\frac{D_1}{4} = a^2 - (a + 2) \geq 0 \text{에서}$$

$$(a - 2)(a + 1) \geq 0, a \leq -1, a \geq 2 \cdots \text{①}$$

$$\text{또, } D_2 = (a - 1)^2 - 4a^2 \geq 0 \text{에서}$$

$$(3a - 1)(a + 1) \leq 0, -1 \leq a \leq \frac{1}{3} \cdots \text{②}$$

따라서, 적어도 하나가 실근을 갖기 위한 a 의 범위는 ① 또는 ②이므로

$$a \leq \frac{1}{3}, a \geq 2$$

15. 어느 회사가 판매하고 있는 상품의 1개당 판매 가격을 작년보다 $x\%$ 올리면 이 상품의 판매량이 작년보다 $\frac{x}{2}\%$ 감소한다고 한다. 이 회사가 올해 판매 금액의 10% 를 상여금으로 지급할 때, 올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액이 작년 판매 금액보다 크거나 같게 되기 위한 x 의 최댓값은?

- ① 60 ② $\frac{200}{3}$ ③ $\frac{230}{3}$ ④ 80 ⑤ 90

해설

이 회사가 판매하는 상품의 작년 1개당
판매 가격을 a , 판매량을 b 라 하자.

올해 판매 가격을 $x\%$ 올리면

올해 판매 가격은 $a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$,

판매량은 $b\left(1 - \frac{x}{200}\right)$ 이므로

올해 판매 금액에서 상여금을 제외한 금액은

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10}$$

작년 판매 금액이 ab 이므로

$$a\left(1 + \frac{x}{100}\right) \times b\left(1 - \frac{x}{200}\right) \times \frac{9}{10} \geq ab$$

이 부등식을 정리하면

$$9x^2 - 900x + 20000 \leq 0$$

$$(3x - 100)(3x - 200) \leq 0$$

$$\therefore \frac{100}{3} \leq x \leq \frac{200}{3}$$

16. 좌표평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx + 1)$ 이 곡선 $y = -(x - 2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 0

⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여

$$\text{부등식 } 2(kx + 1) > -(x - 2)^2 + 1 \cdots \text{㉠}$$

이 항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.

㉠식을 정리하면

$$x^2 + 2(k - 2)x + 5 > 0$$

㉡식이 항상 성립하기 위하여

$$\frac{D}{4} = (k - 2)^2 - 5 < 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$$

이 때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나
-1 은 속하지 않는다.

17. 이차방정식 $ax^2 - (a+1)x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $-1 < \alpha < 0$, $2 < \beta < 3$ 이 성립하도록 상수 a 의 값의 범위를 구하면? (단, $a > 0$)

① $\frac{2}{3} < a < 1$

② $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$

③ $\frac{3}{2} < a < 2$

④ $\frac{3}{2} < a < \frac{5}{2}$

⑤ $\frac{3}{2} < a < 3$

해설

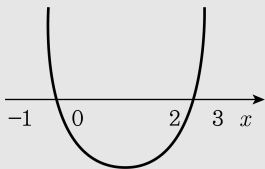
$f(0) = -1 < 0$ 이므로 $y = ax^2 - (a+1)x - 1$ 의
그래프는 다음 그림과 같다.

$f(-1) = a + (a+1) - 1 > 0$ 에서
 $a > 0 \dots \textcircled{\Gamma}$

$f(2) = 4a - 2(a+1) - 1 < 0$ 에서 $a < \frac{3}{2} \dots \textcircled{\text{L}}$

$f(3) = 9a - 3(a+1) - 1 > 0$ 에서 $a > \frac{2}{3} \dots \textcircled{\text{E}}$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}, \textcircled{\text{E}}$ 에서 $\frac{2}{3} < a < \frac{3}{2}$



18. 세 변의 중점의 좌표가 $(-2, 3)$, $(3, -1)$, $(5, 4)$ 인 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표는?

① $(-1, 8), (-4, -2), (10, 2)$

② $(0, 8), (4, 2), (10, 0)$

③ $(-1, 8), (4, 2), (10, 0)$

④ $(-1, -8), (4, -2), (10, -2)$

⑤ $(0, 8), (-4, -2), (10, 0)$

해설

세 꼭짓점의 좌표를 각각

(x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) 로 놓으면,

$$\frac{x_1 + x_2}{2} = -2, \frac{x_2 + x_3}{2} = 3, \frac{x_3 + x_1}{2} = 5$$

$$\therefore x_1 + x_2 = -4, x_2 + x_3 = 6, x_3 + x_1 = 10$$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = -4, x_3 = 10$$

$$\frac{y_1 + y_2}{2} = 3, \frac{y_2 + y_3}{2} = -1, \frac{y_3 + y_1}{2} = 4$$

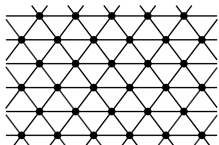
$$\therefore y_1 + y_2 = 6, y_2 + y_3 = -2, y_3 + y_1 = 8$$

$$\therefore y_1 = 8, y_2 = -2, y_3 = 0$$

따라서 세 꼭짓점의 좌표는

$(0, 8), (-4, -2), (10, 0)$ 이다.

19. 어떤 물질은 원자를 구로 나타낼 경우 똑같은 구들을 규칙적으로 배열하여 얻은 정육각형 격자구조를 갖는다. 다음 그림은 이 격자구조의 한 단면에 놓여있는 원자의 중심을 연결한 것이다. 이 구조에서 한 원자의 에너지는 인접한 원자의 수와 거리에 영향을 받는다. 가장 인접한 원자의 중심간의 거리가 모두 1일 때, 동일 평면상에서 고정된 한 원자와 중심사이의 거리가 $\sqrt{7}$ 인 원자의 개수는?



① 4

② 6

③ 8

④ 12

⑤ 16

해설

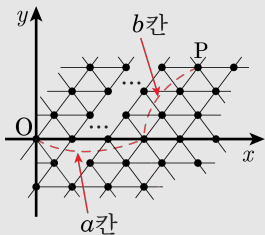
다음 그림과 같이 좌표축을 잡아서
점 O 에서 우측으로 a 칸
우상쪽으로 b 칸 이동한 점 P 를 생각
하자.

$$\begin{aligned}\text{이 때 } \overline{OP}^2 &= \left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}b\right)^2 \\ &= a^2 + ab + b^2 = 7\end{aligned}$$

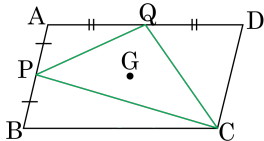
$$4a^2 + 4ab + 4b^2 = (2a + b)^2 + 3b^2 = 28$$

가능한 $3b^2 = 0, 3, 12, 27$ 일 때

$$(2a + b)^2 = 28, 25, 16, 1$$



20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 두 변 AB, AD의 중점을 각각 P, Q라 하자. 두 점 A, C의 좌표가 각각 $A(a, b), C(c, d)$ 이고, 삼각형 PCQ의 무게중심 G의 좌표가 $(4, 1)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?



① 6

② 7

③ 8

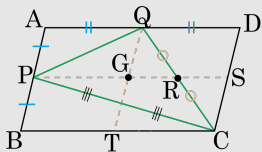
④ 9

⑤ 10

해설

위 그림과 같이 $\overline{PG}$ 의 연장선이 $\overline{QC}, \overline{DC}$ 와 만나는 점을 각각 R, S라고 하고

$\overline{QG}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 T라 하면



$\overline{AD} \parallel \overline{PS}$ 이므로 점 S는 선분 DC의 중점이고

$\overline{QT} \parallel \overline{DC}$ 이므로 점 T는 선분 BC의 중점이다.

따라서 $\overline{PG} : \overline{GR} = 2 : 1$, $\overline{GR} : \overline{RS} = 1 : 1$ 이므로 점 G는 선분 PS의 중점이다.

따라서 점 G는 대각선 AC의 중점이고 선분 AC의 중점의 좌표

는 $\left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right)$ 이므로

$$\frac{a+c}{2} = 4, \frac{b+d}{2} = 1 \text{에서 } a+c = 8, b+d = 2$$

$$\therefore a+b+c+d = 8+2 = 10$$