

1. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $f(2)$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$f(x) = -x^2 + 5x - 3$ 에서 $x = 2$ 를 대입하면 $f(2) = 3$ 이다.

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 9

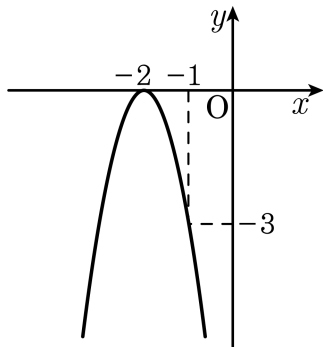
해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로

$$27 = a(-3)^2$$

$$\therefore a = 3$$

3. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



① $y = -2x^2 - 1$

② $y = -3x^2 + 2$

③ $y = -2(x + 2)^2$

④ $y = -3(x + 2)^2$

⑤ $y = 2(x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$ 이고, 한 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로
 $y = a(x + 2)^2$ 에 $(-1, -3)$ 을 대입하면

$$-3 = a(-1 + 2)^2$$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore y = -3(x + 2)^2$$

4. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(3, 0)$

② $(0, 3)$

③ $(-2, 0)$

④ $(0, -2)$

⑤ $(-2, 1)$

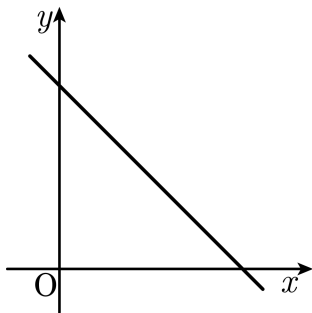
해설

$y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로

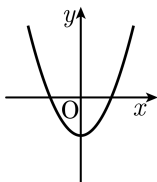
$$1 = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 + q, q = 3$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + 3$$

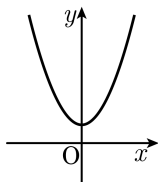
5. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는?



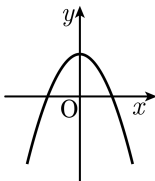
①



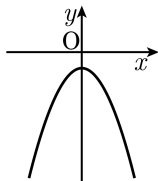
②



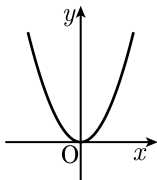
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + b$ 그래프에서 $a < 0$, $b > 0$ 이므로 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

6. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -3 만큼, y 축으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식을 구하면?

① $y = \frac{2}{3}(x-3)^2 - 2$

② $y = \frac{2}{3}(x-3)^2 + 2$

③ $y = \frac{2}{3}(x+3)^2 - 2$

④ $y = \frac{2}{3}(x+3)^2 + 2$

⑤ $y = -\frac{2}{3}(x+3)^2 + 2$

해설

$$y = \frac{2}{3}(x+3)^2 + 2$$

7. 이차함수 $y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이므로

$$y = 2(x - 1)^2 + 5 = 2x^2 - 4x + 7$$

$$\therefore m = -4, n = 7, m + n = -4 + 7 = 3$$

8. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 9$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x + 9 \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 9 \\ &= 2(x + 1)^2 + 7 \end{aligned}$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 아래로 볼록하므로
 $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값도 증가한다.

9. 이차함수 $y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(3, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

x 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(x + 2)^2$

y 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(-x + 2)^2 = -a(x - 2)^2$

점 $(3, -3)$ 을 대입하면, $-3 = -a$

$\therefore a = 3$

10. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 제 1, 2, 3 사분면을 지날 때, a, p, q 의 부호는?

① $a < 0, p < 0, q < 0$

② $a < 0, p > 0, q < 0$

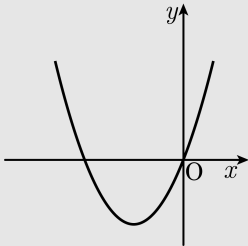
③ $a > 0, p < 0, q > 0$

④ $a > 0, p > 0, q > 0$

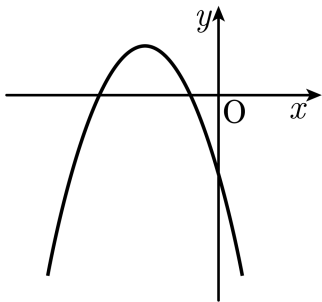
⑤ $a > 0, p < 0, q < 0$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같아야 하므로 $a > 0, p < 0, q < 0$



11. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 다음 중 부호가 다른 하나는?



① a

② p

③ q

④ $ap^2 + q$

⑤ aq

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 이고, 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0, q > 0$ 이다.

① 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

② 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $p < 0$

③ 꼭짓점 (p, q) 가 제 2 사분면에 있으므로 $q > 0$

④ y 절편이 음수이므로 $x = 0$ 을 대입하면 $aq^2 + q < 0$

⑤ $aq < 0$

12. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

13. 세 점 $(-1, 3), (0, 1), (1, 4)$ 를 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

㉠ $\left(-\frac{1}{10}, \frac{39}{40}\right)$

㉡ $\left(-\frac{1}{20}, \frac{39}{40}\right)$

㉢ $\left(-\frac{1}{30}, \frac{39}{40}\right)$

㉣ $\left(-\frac{1}{40}, \frac{39}{40}\right)$

㉤ $\left(-\frac{1}{50}, \frac{39}{40}\right)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $(0, 1)$ 을 대입하면

$$y = ax^2 + bx + 1$$

$(-1, 3)$ 을 대입하면

$$a - b + 1 = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, $(1, 4)$ 를 대입하면

$$a + b + 1 = 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = \frac{5}{2}, b = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} y &= \frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x^2 + \frac{1}{5}x\right) + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 - \frac{1}{40} + 1 \\ &= \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{10}\right)^2 + \frac{39}{40} \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점의 좌표 $\left(-\frac{1}{10}, \frac{39}{40}\right)$

14. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 10$ 의 그래프는 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 8x - 10 \\&= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 10 \\&= -2(x - 2)^2 + 8 - 10 \\&= -2(x - 2)^2 - 2\end{aligned}$$

$$m = 2, n = -2$$

$$\therefore mn = -4$$

15. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하였더니 $y = -3x^2 + bx - 5$ 가 되었다. $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)^2 + c \\&= ax^2 - 4ax + 4a + c \\&= -3x^2 + bx - 5\end{aligned}$$

$$a = -3$$

$$b = -4a = 12$$

$$4a + c = -12 + c = -5, \quad c = 7$$

$$\therefore a + b - c = -3 + 12 - 7 = 2$$

16. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 두 점 $(2, 2), (-4, 10)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = \frac{1}{3}(x+2)^2 + \frac{2}{3}$$

x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$$y = \frac{1}{3}(x+2-p)^2 + \frac{2}{3} + q$$

두 점 $(2, 2), (-4, 10)$ 을 대입하면

$$2 = \frac{1}{3}(4-p)^2 + \frac{2}{3} + q$$

$$p^2 - 8p + 3q = -12 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$10 = \frac{1}{3}(-2-p)^2 + \frac{2}{3} + q$$

$$p^2 + 4p + 3q = 24 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 에서 $p = 3, q = 1$

$$\therefore p + q = 3 + 1 = 4$$

17. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = -2x^2 + 2$

㉡ $y = 2x^2 - 3$

㉢ $y = -2(x+1)^2$

㉤ $y = x^2 + 3x + 3 - 3(x-1)(x+1)$

㉥ $y = \frac{6x^2 - 2}{3}$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉤, ㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 인 것은 ㉠, ㉢, ㉤이다.

18. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

① $x > 1$

② $x > 2$

③ $x > 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

19. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

20. 다음 함수의 그래프 중에서 제2 사분면을 지나지 않는 것은?

① $y = -3x^2 + 1$

② $y = -(x - 1)^2$

③ $y = -2(x + 2)^2 + 1$

④ $y = 2(x - 1)^2 + 2$

⑤ $y = -3(x + 3)^2 + 4$

해설

② $y = -(x - 1)^2$ 의 꼭짓점의 좌표는 (1, 0)이고, 위로 볼록이므로 제2사분면을 지나지 않는다.

21. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.

② 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 6$ 의 그래프와 모양이 같다.

③ $x < 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

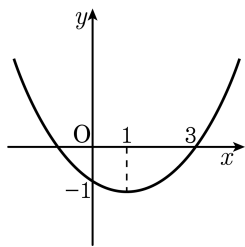
④ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.

⑤ 제 3 사분면을 지나지 않는다.

해설

③ $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$, 아래로 볼록하기 때문에, 축의 왼쪽에서는 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

22. 다음 그림과 같은 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

축의 방정식이 $x = 1$ 이므로 $y = a(x - 1)^2 + q$
두 점 (3, 0), (0, -1) 을 지나므로

$$0 = 4a + q \cdots \textcircled{㉠}$$

$$-1 = a + q \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡를 연립하여 풀면

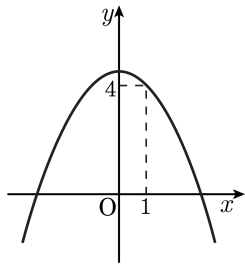
$$a = \frac{1}{3}, q = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore y = \frac{1}{3}(x - 1) - \frac{4}{3}$$

$$\therefore a + p + q = \frac{1}{3} + 1 - \frac{4}{3} = 0$$

23.

다음은 y 축을 축으로 갖는 $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. 상수 a, b 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$ ▷ 정답 : $b = \frac{9}{2}$ 또는 4.5

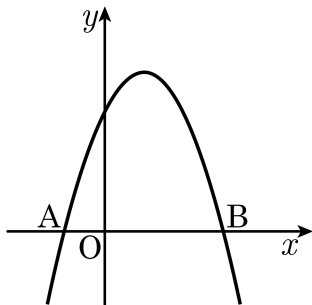
해설

y 축을 축으로 가지므로 $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 에서 점 $(1, 4)$ 를 대입하면

$q = \frac{9}{2}$ 이다.

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}$$

24. 포물선 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 $\overline{AB} = 4$ 일 때, k 의 값은?



① 3

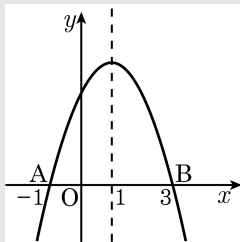
② 1

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설



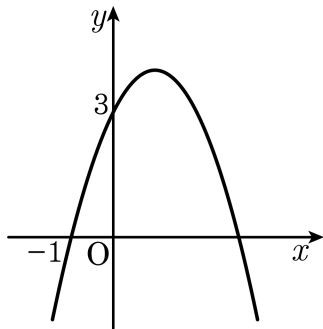
$$y = -x^2 + 2x + k = -(x-1)^2 + 1 + k$$

대칭축이 $x = 1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로 그래프의 좌우대칭성에 의하여 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$

$$\therefore y = -(x+1)(x-3) = -x^2 + 2x + 3$$

따라서, $k = 3$ 이다.

25. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + 2x + c$ 의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?



① $\frac{7}{2}$

② 4

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$y = ax^2 + 2x + c$ 에 점 $(-1, 0)$, $(0, 3)$ 을 대입하면

$$0 = a - 2 + c$$

$$3 = c, a = -1$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -(x-1)^2 + 4$$

따라서 최댓값은 4 이다.

26. 이차함수 $y = x^2 + 2bx + c$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 3 을 가질 때, $b + c$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = 1$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 2bx + c \\&= (x - 1)^2 + 3 \\&= x^2 - 2x + 4\end{aligned}$$

$$\therefore b = -1, c = 4$$

$$\therefore b + c = 3$$

27. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + k + 2$ 의 최댓값이 0 일 때, k 의 값은?

① -5

② -3

③ 0

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 7

해설

$$y = -3x^2 + 6x + k + 2 = -3(x - 1)^2 + k + 5$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값이 $k + 5$ 이므로

$$k + 5 = 0 \quad \therefore k = -5$$

28. 이차함수 $y = -x^2 + 4ax + a - 2$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{33}{16}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 4ax + a - 2 \\&= -(x^2 - 4ax) + a - 2 \\&= -(x - 2a)^2 + 4a^2 + a - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{최댓값 } M &= 4a^2 + a - 2 \\&= 4\left(a^2 + \frac{1}{4}a\right) - 2 \\&= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{16} - 2 \\&= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{33}{16}\end{aligned}$$

따라서 M 의 최솟값은 $-\frac{33}{16}$ 이다.

29. 차가 12인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수 중 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 각각 x , $x + 12$ 라 하면

$$y = x(x + 12)$$

$$= x^2 + 12x$$

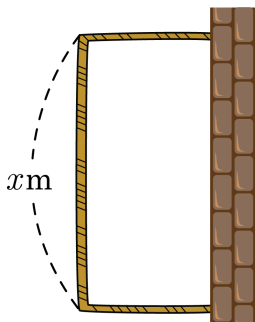
$$x = (x + 6)^2 - 36$$

$x = -6$ 일 때, 최솟값 -36 을 갖는다.

$$x = -6, \quad -6 + 12 = 6$$

따라서 두 수 중에서 큰 수는 6 이다.

30. 다음 그림과 같이 길이 20m 인 철망을 담벽에 ㄷ자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



- ① 70 m^2 ② 40 m^2 ③ 50 m^2
 ④ 80 m^2 ⑤ 60 m^2

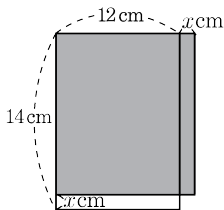
해설

닭장 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x \left(\frac{20 - x}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 20x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 10)^2 + 50 \end{aligned}$$

$\therefore x = 10$ 일 때 최댓값 50 m^2

31. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

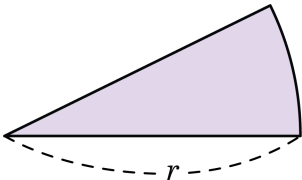
▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned}
 y &= (12 + x)(14 - x) \\
 &= -x^2 + 2x + 168 \\
 &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\
 &= -(x - 1)^2 + 169
 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

32. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는 $l = (20 - 2r)\text{cm}$

부채꼴의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 (5, 25) 이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때,
부채꼴의 넓이가 최댓값 25cm^2 를 가진다.

33. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

- i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$
 $\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$
- ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$
- i), ii)에 의하여 $a = 1$ 이다.

34. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은?

① ± 2

② ± 3

③ ± 5

④ ± 6

⑤ ± 7

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 $b = -3$ 이다.

$\therefore ab = \pm 6$

35. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < a < 2$

② $-\frac{3}{2} < a < -2$

③ $\frac{3}{2} < a < 2$

④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$

⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

36. $y = 2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2, p)$, $B(q, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은? (단, $q < 0$)

① $y = 2x - 3$

② $y = -2x + 3$

③ $y = 2x + 4$

④ $y = -2x + 4$

⑤ $y = 2x - 4$

해설

$(2, p)$ 를 $y = 2x^2$ 에 대입하면 $p = 2 \times 2^2 = 8$

$(q, 2)$ 를 대입하면 $2 = 2q^2$, $q^2 = 1$ 에서 $q = \pm 1$

그런데 $q < 0$ 이므로 $q = -1$

$(2, 8)$, $(-1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$(\text{기울기}) = \frac{8 - 2}{2 - (-1)} = \frac{6}{3} = 2$$

$y = 2x + b$ 에 $(2, 8)$ 을 대입하면

$$8 = 2 \times 2 + b \therefore b = 4$$

따라서 구하는 식은 $y = 2x + 4$

37. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

38. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$ 이 되도록 평행 이동하면 점 $(k, 6)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

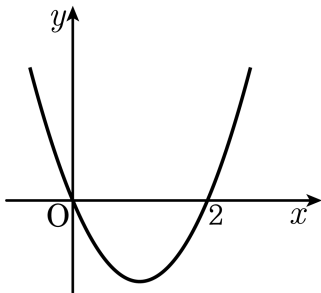
▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 $(k, 6)$ 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

39. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



① 제 1, 2, 3 사분면

② 제 1, 3 사분면

③ 제 2, 4 사분면

④ 제 2, 3, 4 사분면

⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$$y = ax^2 + bx + c \text{ 에서 } c = 0$$

$$\text{또한, } y = ax \left(x + \frac{b}{a} \right) \text{ 에서}$$

$$-\frac{b}{a} = 2 > 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} < 0$$

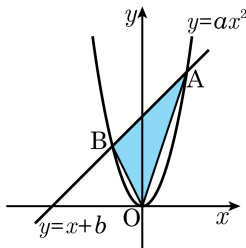
$$\text{그러므로 } ax + by + c = 0 \text{ 에서}$$

$$y = -\frac{a}{b}x$$

$$\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0 \right)$$

따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

40. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (3, 9) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = ax^2$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 9a$, $a = 1 \quad \therefore y = x^2$

$y = x + b$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 3 + b$, $b = 6 \quad \therefore y = x + 6$

$y = x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$$x^2 = x + 6$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

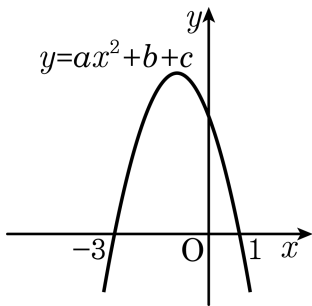
$$x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore B(-2, 4)$$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로

$\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 15$ 이다.

41. 함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $abc > 0$

② $a + b + c > 0$

③ $9a - 3b + c < 0$

④ $a - b + c < 4a + 2b + c$

⑤ $b^2 - 4ac > 0$

해설

위로 볼록한 포물선이므로 $a < 0$, 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$, $b < 0$, y 절편이 양수이므로 $c > 0$

① $abc > 0$

② $x = 1$ 일 때, $a + b + c = 0$

③ $x = -3$ 일 때, $9a - 3b + c = 0$

④ $x = -1$ 일 때, $a - b + c > 0$ 이고, $x = 2$ 일 때 $4a + 2b + c < 0$
이므로 $a + b - c > 4a + 2 + c$

⑤ x 축과의 교점이 두 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$

42. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3, -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$ 이고,

$y = x - 1$ 에서 $(3, 2)$, $(-2, -3)$ 을 지나므로,

$a + q = 2$, $16a + q = -3$ 에서

$a = -\frac{1}{3}$, $q = \frac{7}{3}$ 이므로

$$y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$$

따라서 $y = a + b + c = 2$ 이다.

43. 세 점 $(-1, -5)$, $(0, 5)$, $(2, 13)$ 을 지나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 일 때, $p - q$ 의 값은?

① 1

② 5

③ -5

④ -1

⑤ -11

해설

이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 놓으면

$(-1, -5)$ 를 지나므로 $-5 = a - b + c$

$(0, 5)$ 를 지나므로 $5 = c$

$(2, 13)$ 을 지나므로 $13 = 4a + 2b + c$

$\therefore a = -2, b = 8, c = 5$

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y = -2x^2 + 8x + 5 = -2(x - 2)^2 + 13$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(2, 13)$ 이므로

$p - q = -11$ 이다.

44. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$ 의 최솟값을 구하면?

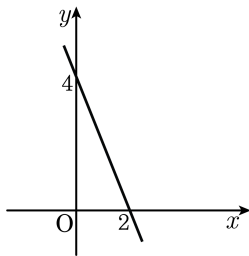
① 4

② -4

③ 8

④ -8

⑤ 0



해설

기울기 $a = -2$, y 절편 $b = 4$

$$y = -\frac{1}{4}ax^2 - bx + 4$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 4x + 4$$

$$= \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 4$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값은 -4 이다.

45. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -2$ 일 때 최댓값 3 을 갖는다. 이 때 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{5}{2}$

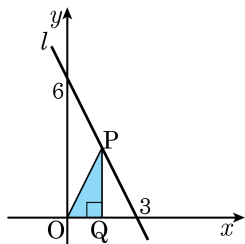
해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 3 \\ &= -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = -2, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-2) + 1 = -\frac{3}{2}$$

46. 다음 그림과 같이 직선 l 위를 움직이는 점 P 가 있다. x 축 위에 내린 수선의 발을 Q 라고 할 때, $\triangle POQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하여라.
(단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

직선 l 은 두 점 $(3, 0)$, $(0, 6)$ 을 지나므로

$$y = -2x + 6$$

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -2a + 6$

$$\begin{aligned}\triangle POQ &= \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}a(-2a + 6) \\ &= -a^2 + 3a \\ &= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}\end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -2a + 6 > 0 \quad \therefore 0 < a < 3$$

따라서 $\triangle POQ$ 의 넓이는 $a = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{9}{4}$ 를 갖는다.

47. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

① 5 초 후

② 7 초 후

③ 8 초 후

④ 10 초 후

⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.

48. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나고, 이 그래프와 원점에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

원점 대칭하면 $(-p, -q) = (-2, 4)$

$$\therefore p = 2, q = -4$$

$y = a(x - 2)^2 - 4$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$2 = a(1 - 2)^2 - 4$$

$$\therefore a = 6$$

49. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x 축과의 두 교점을 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

①

-1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$y = -x^2 - 2x + p = -(x + 1)^2 + p + 1$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$B(1, 0)$ 을 $y = -x^2 - 2x + p$ 에 대입하면 $-1^2 - 2 + p = 0$, $\therefore p = 3$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

50. $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$, $p + 2q \leq 2$ 를 만족하는 실수 p, q 에 대하여 이차함수 $y = x^2 + px + q$ ($0 \leq x \leq 1$) 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{5}{4}$

해설

$$y = x^2 + px + q = \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 + q - \frac{p^2}{4}$$

이 때 $-1 \leq \frac{p}{2} \leq 0$ 에서 $0 \leq -\frac{p}{2} \leq 1$ 이므로

최솟값 m 은 $x = -\frac{p}{2}$ 일 때이다.

$$\therefore m = q - \frac{p^2}{4}$$

또한 $p + 2q \leq 2$ 에서 $q \leq -\frac{p}{2} + 1$

$$\therefore m \leq -\frac{p^2}{4} - \frac{p}{2} + 1 = -\frac{1}{4}(p+1)^2 + \frac{5}{4}$$

따라서 m 의 최댓값은 $\frac{5}{4}$ 이다.