

1. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 않은 것은?

① $f(-1) = 0$

② $f(0) = 0$

③ $f(1) = -4$

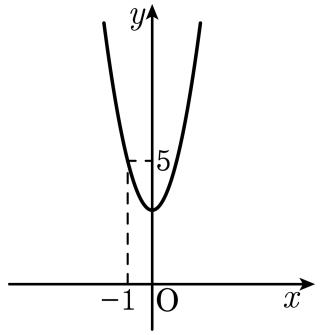
④ $f(2) = -3$

⑤ $f(5) = 12$

해설

② $f(0) = -3$

2. 다음 그림은 $y = 2x^2 + q$ 의 그래프이다. q 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2x^2 + q$ 가 점 $(-1, 5)$ 를 지나므로 $5 = 2 \times (-1)^2 + q \therefore q = 3$

3. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = x^2 + x - 1$

② $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2 + 1$

③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$

④ $y = -x^2 - 2x + 1$

⑤ $y = \frac{3}{4}(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

4. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2 + a + 1$
이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a \neq 2$

5. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수 b 의 값을 구하여라.

(가) 상수 m, n 에 대하여 $m - n = 6$ 이다.
(나) 두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 지난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 함수식에 대입하면 $m = a + b + c$, $n = a - b + c$

두 식을 연립하여 풀면 $m - n = 2b$, $m - n = 6$ 이므로 $2b = 6$ $\therefore b = 3$

6. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0 이다.
- ③ x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값도 증가한다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값은 감소한다.

해설

③ y 축에 대하여 대칭이다.

7. 다음 중 평행이동에 의하여 포물선 $y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포깔 수 있는 것은?

① $y = 2x^2 - 3$ ② $y = -2x^2 + 3$ ③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}$
④ $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$ ⑤ $y = -x^2 - 7$

해설

$y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포깔 수 있는 것은 이차항의 계수가 -1 인 포물선이다.

8. 이차함수 $y = -(x+3)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 꼭짓점이 $(-3, -1)$ 이 된다고 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -1 ② 2 ③ -3 ④ 4 ⑤ 0

해설

이차함수의 꼭짓점 $(-3, -5)$ 를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동한 점은 $(-3+m, -5+n) = (-3, -1)$ 이다.
 $-3+m = -3$, $-5+n = -1$ 이므로 $m = 0$, $n = 4$ 이다.
따라서 $m+n = 4$ 이다.

9. 이차함수 $y = a(x+3)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = -(x+b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행 이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$y = -(x+5+b)^2 + c - 4 = a(x+3)^2 - 2 \text{ 에서}$$

$$a = -1, \quad 5+b = 3, \quad c-4 = -2$$

$$\therefore a = -1, \quad b = -2, \quad c = 2$$

따라서 $a+b+c = -1$ 이다.

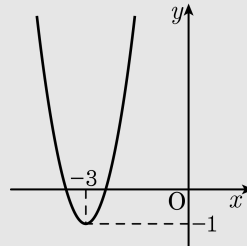
10. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -3$



11. 이차함수 $y = a(x + 2)^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(3, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

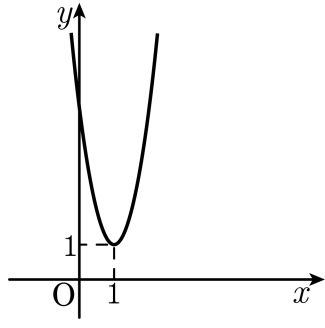
x 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(x + 2)^2$

y 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(-x + 2)^2 = -a(x - 2)^2$

점 $(3, -3)$ 을 대입하면, $-3 = -a$

$\therefore a = 3$

12. 다음 중 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a , y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 한 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 +1, y 축 방향으로 +1만큼 평행이동한 그래프이다. 따라서 $a = 1$, $b = 1$ 이므로 $a - b = 0$ 이다.

13. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $y = (x + 3)^2$ 의 그래프는 x 축과 두 점에서 만난다.
- ㉡ $y = (x - 2)^2 - 1$ 의 그래프의 꼭짓점 좌표는 $(2, -1)$ 이다.
- ㉢ $y = -3x^2 - 1$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.
- ㉤ $y = 4x^2$ 의 그래프는 $y = -4x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ㉥ $y = -4(x - 3)^2$ 의 그래프는 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동시킨 것이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

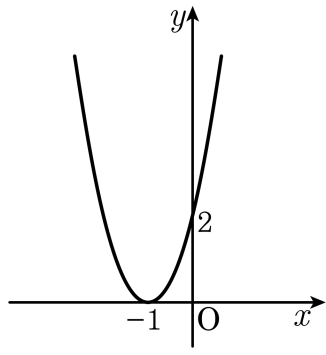
▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

해설

- ㉠ x 축과 한 점에서 만난다.
- ㉡ $a < 0$ 이므로 위로 볼록하다.

14. 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y = a(x - p)^2$ 이라 할 때, $a + p$ 의 값은?



- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이므로
 $y = a(x + 1)^2$ 이고, y 절편이 2 이므로
 $2 = a(0 + 1)^2$, $a = 2$
 $y = 2(x + 1)^2$
 $a = 2$, $p = -1$
 $\therefore a + p = 2 - 1 = 1$

15. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

16. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

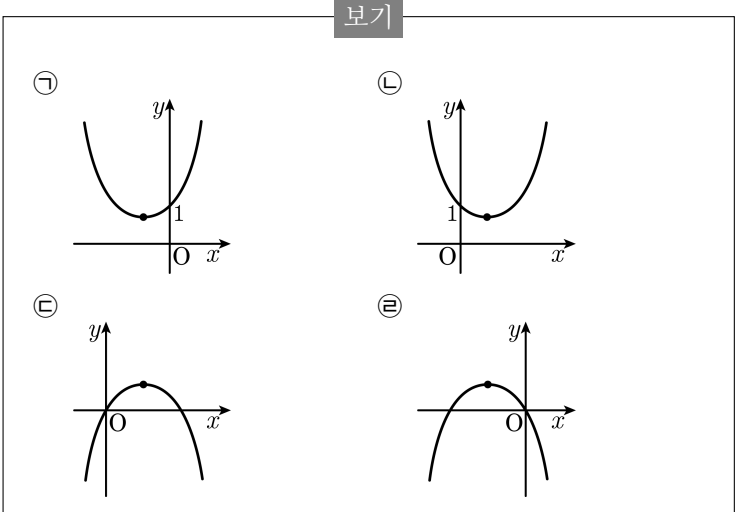
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x + 7 \\&= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 7 \\&= 3(x^2 - 2x + 1) + 4 \\&= 3(x - 1)^2 + 4 \\ \therefore a &= 3, p = 1, q = 4 \\ \therefore a + p + q &= 3 + 1 + 4 = 8\end{aligned}$$

17. 다음 이차함수의 그래프를 보기에서 골라 순서대로 써라.



(1) $y = x^2 - x + 1$

(2) $y = -2x^2 + 2x$

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

(1) $y = x^2 - x + 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉡이다.

(2) $y = -2x^2 + 2x$ 를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉢이다.

(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉠이다.

(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$ $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉣이다.

18. 다음 이차함수의 그래프 중 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것을 모두 고르면?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3x^2 + 4$

③ $y = \frac{9x^2 - 1}{3}$

④ $y = -3(x + 1)^2$

⑤ $y = x^2 - 5x + 2 + 2(x - 1)(x + 1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행이동하여 두 이차함수의 그래프를 완전히 포갤 수 있다.

따라서 $a = 3$ 인 것은 ①, ③, ⑤이다.

19. $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는?

㉠ $x > 1$

㉡ $x < 1$

㉢ $x > 0$

㉣ $x > -1$

㉤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = 1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는 $\{x \mid x > 1\}$ 이다.

20. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$$D = (-3)^2 - 4k > 0$$

$$9 - 4k > 0$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}$$

21. 이차함수 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < 2$

해설

$$D/4 = (-1)^2 - (k - 1) > 0, 1 - k + 1 > 0 \quad \therefore k < 2$$

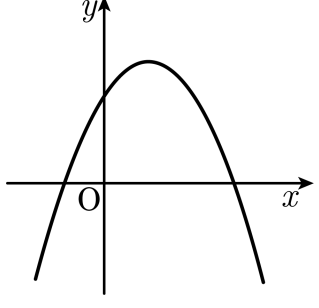
22. $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$ 가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

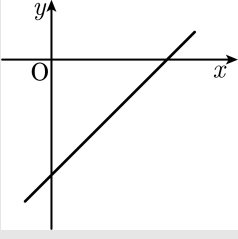
23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 지나가는 사분면은?



- ① 제 1,2,3 사분면
- ② 제 1,3,4 사분면
- ③ 제 1,2,4 사분면
- ④ 제 2,3,4 사분면
- ⑤ 제 1,3 사분면

해설

그래프에서 위로 볼록이므로 $a < 0$,
축 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$, y 절편 $c > 0$ 이다.
 $ax + by + c = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
기울기 $-\frac{a}{b} > 0$, y 절편 $-\frac{c}{b} < 0$
따라서 직선의 모양은 다음과 같다.



∴ 제 1,3,4 사분면을 지난다.

24. 꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이고, y 축과의 교점의 좌표가 (0, 9) 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$

② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$

④ $y = -2x^2 + 9$

⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

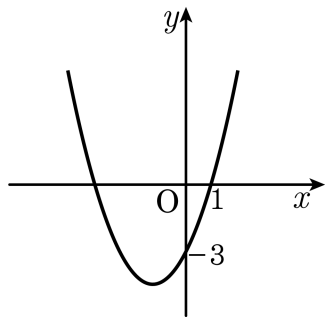
꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이므로

$y = a(x - 2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로

$9 = a(0 - 2)^2 + 1$, $a = 2$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 2)^2 + 1 \\ &= 2x^2 - 8x + 9 \end{aligned}$$

25. 다음은 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b^2 - c^2$ 의 값을 구하면?



- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프는 두 점 $(1, 0)$, $(0, -3)$ 을 지나므로 $c = -3$ 이다.

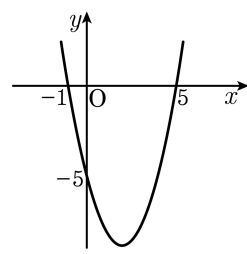
$$0 = 1 + b - 3$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore b^2 - c^2 = -5$$

26. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?

- ① $y = -x^2 - 5$
- ② $y = x^2 + 4x - 5$
- ③ $y = x^2 - 4x - 5$
- ④ $y = -x^2 + 5x$
- ⑤ $y = x^2 - 5$



해설

x 축과 교점의 좌표가 $(-1, 0)$, $(5, 0)$ 이므로

$$y = a(x + 1)(x - 5)$$

점 $(0, -5)$ 를 지나므로

$$-5 = a(0 + 1)(0 - 5) \quad \therefore a = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= (x + 1)(x - 5) \\ &= x^2 - 4x - 5 \end{aligned}$$

27. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 $x = 1$ 에서 최솟값 -1 을 갖고 한 점 $(3, 7)$ 을 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

꼭짓점이 $(1, -1)$ 이므로
 $y = a(x - 1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$
 $(3, 7)$ 을 대입하면
 $7 = 9a - 6a + a - 1$
 $a = 2, b = -4, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 2 + (-4) + 1 = -1$

28. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + a - 3$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2ax + a - 3 \\ &= (x + a)^2 - a^2 + a - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{최솟값 } M &= -a^2 + a - 3 \\ &= -(a^2 - a) - 3 \\ &= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} - 3 \\ &= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{11}{4} \end{aligned}$$

따라서 m 의 최댓값은 $-\frac{11}{4}$ 이다.

29. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 100

② 121

③ 144

④ 169

⑤ 196

해설

한 자연수를 x 라 하면, 나머지는 $28 - x$ 이다.

두 자연수의 곱은 $x(28 - x)$ 이다.

$$x(28 - x) = -x^2 + 28x = -(x - 14)^2 + 196$$

30. 가로와 세로의 길이의 합이 20인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값은?

① 90

② 92

③ 98

④ 100

⑤ 112

해설

가로를 x , 세로를 $20 - x$ 라 하자.

$$y = x(20 - x)$$

$$= -x^2 + 20x$$

$$= -(x^2 - 20x)$$

$$= -(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

$$= -(x - 10)^2 + 100$$

따라서 y 의 최댓값은 100이다.

31. 가로 길이가 5cm, 세로 길이가 9cm 인 직사각형의 가로 길이를 x cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 x cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2 + 4x + 45 \\ &= -(x-2)^2 + 49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

- 32.** 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 정답 : 12 cm

해설

반지름 x cm, 호의 길이를 $(24 - 2x)$ cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 (6, 36) 이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때,
부채꼴의 넓이가 쇠뿔값 36 cm² 를 가진다.
따라서 호의 길이는 $24 - 2x = 12$ cm 이다.

33. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

34. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 않은
것은?

① $-\frac{3}{4}$

② -1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ $\frac{7}{4}$

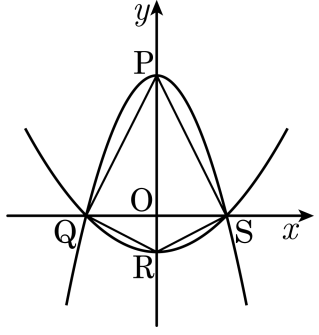
해설

$$|a| > |-\frac{1}{2}|$$

$$|a| < |2|$$

$$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} < a < 2$$

35. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



- ㉠ 점 $P(0, 4)$ 이고, 점 $R(0, -1)$ 이다.
 ㉡ 점 $Q(2, 0)$ 이고, 점 $S(-2, 0)$ 이다.
 ㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.
 ㉤ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.
 ㉥ $\square PQRS = 12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한

그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2, 0)$, $S(2, 0)$ 이다.
 $\overline{QS} = 4$

또, $P(0, 4)$ 이고 $R(0, -1)$

$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

36. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 3
- ▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2, 16 = (k+1)^2, k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

37. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

38. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, -2 - k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$

39. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(3, -4)$, $(0, 11)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = -1$

해설

평행이동한 그래프의 식을 $y = x^2 + bx + c$ 라고 하자.
 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(3, -4)$, $(0, 11)$ 을 지나므로
 $-4 = 9 + 3b + c$, $11 = c$
 $3b = -24 \quad \therefore b = -8$
 $y = x^2 - 8x + 11 = (x - 4)^2 - 5$
 $y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$
꼭짓점의 좌표가 $(2, -2)$ 에서 $(4, -5)$ 로 이동하였으므로 $p = 2$, $q = -3$ 이다.
 $\therefore p + q = 2 - 3 = -1$

40. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 5$ 이므로

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면

$q = 2$

따라서 $\frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ 이다.

41. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가

1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2}$ 의

x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a, \alpha\beta = a - \frac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

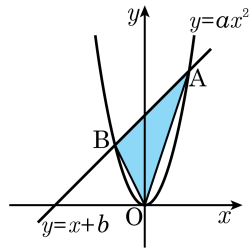
$1 = 4a^2 - 4a + 2$

$4a^2 - 4a + 1 = 0$

$(2a - 1)^2 = 0$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

42. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 A (3, 9) 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = ax^2$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 9a$, $a = 1$ $\therefore y = x^2$
 $y = x + b$ 에 점 (3, 9) 을 대입, $9 = 3 + b$, $b = 6$ $\therefore y = x + 6$
 $y = x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면
 $x^2 = x + 6$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x - 3)(x + 2) = 0$
 $x = -2$ 또는 $x = 3$
 $\therefore B(-2, 4)$
 $y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로
 $\triangle ABO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 15$ 이다.

43. 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ☐

㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
- ☐

㉡ y 절편은 3 이다.
- ☐

㉢ x 절편은 두 개이다.
- ☐

㉣ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
- ☐

㉤ 왼쪽 위를 향한다.

- ① ㉠,㉡
- ② ㉡,㉢
- ③ ㉡,㉤
- ④ ㉢,㉣
- ⑤ ㉣,㉤

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나므로
 $-4 = c$
 $-1 = a + b + c$
 $8 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.
따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는
 $y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽
위를 향하는 직선이다.

44. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① -10 ② -12 ③ -14 ④ -16 ⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 이므로

$$\begin{aligned}y &= ax^2 + bx + c \\&= a(x+2)(x-4) \\&= a(x^2 - 2x - 8) \\&= a(x-1)^2 - 9a\end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2, c = 8$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$

45. 밑면의 길이와 높이의 합이 28 인 삼각형의 넓이가 최대가 될 때 밑변과 높이의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 밑변 : 14

▷ 정답 : 높이 : 14

해설

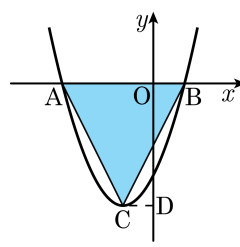
삼각형의 넓이를 y 라 하면, 밑변을 x , 높이는 $28 - x$ 라 두면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x(28 - x) \\ &= -\frac{1}{2}x^2 + 14x \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x + 196 - 196) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 196 \end{aligned}$$

따라서 밑변은 14 , 높이는 14이다.

46. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A,B , 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10



해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

꼭짓점 C(-1, -4)

$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이므로

A(-3, 0) , B(1, 0)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

47. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답: 4초 후

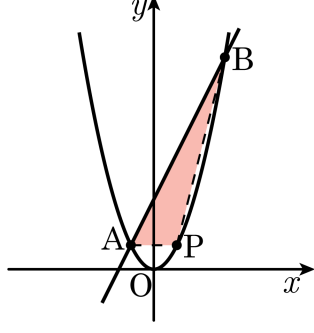
해설

$$y = 40x - 5x^2$$

$$y = -5(x - 4)^2 + 80$$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

48. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B 라하고, 원점을 O 라 한다. 점 P 가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B 까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P 의 좌표는?



- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1) ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로
 직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$ 이다. 점 P는 $y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로
 $x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)
 그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)이다.

49. 함수 $y = x^2 - px$ 와 $y = -x^2 + px$ 의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 26 일 때, p 의 값을 구하여라. (단, $p > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

포물선의 축이 $x = \frac{p}{2}$ 이므로 직사각형은 직선 $x = \frac{p}{2}$ 에 대하여 대칭이다.

직사각형이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 $t \left(t > \frac{p}{2} \right)$ 라 하면

가로의 길이는 $2 \times \left(t - \frac{p}{2} \right) = 2t - p$,

세로의 길이는 $(-t^2 + pt) - (t^2 - pt) = -2t^2 + 2pt$

이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$$2(-2t^2 + 2pt + 2t - p) = -4 \left(t - \frac{p+1}{2} \right)^2 + p^2 + 1 \text{ 이다.}$$

따라서 $t = \frac{p+1}{2}$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은 $p^2 + 1 = 26$ 이므로 $p = 5$ 이다.

50. 이차함수 $y = -2x^2 + 4mx + m - 1$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

① $-\frac{7}{2}$

② -2

③ $-\frac{9}{8}$

④ 3

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$$y = -2x^2 + 4mx + m - 1 = -2(x - m)^2 + m - 1 + 2m^2$$

$$M = 2m^2 + m - 1 = 2\left(m + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$$

M 은 $m = -\frac{1}{4}$ 일 때 최솟값 $-\frac{9}{8}$ 를 갖는다.