1. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 일 때, 함숫값을 구한 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

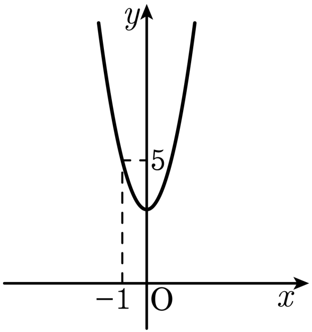
① $f(-1) = 0$　② $f(0) = 0$　③ $f(1) = -4$

④ $f(2) = -3$　⑤ $f(5) = 12$

해설

② $f(0) = -3$

2. 다음 그림은 $y=2x^2+q$ 의 그래프이다. q 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y=2x^2+q$ 가 점 $(-1,\ 5)$ 를 지나므로 $5=2\times(-1)^2+q$ $\therefore q=3$

3. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖는 것은?

① $y = x^2 + x - 1$

② $y = \frac{1}{2}(x-1)^2 + 1$

③ $y = \frac{1}{5}x^2 + 4$

④ $y = -x^2 - 2x + 1$

⑤ $y = \frac{3}{4}(x+1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수인 것을 찾는다.

4. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2 + a + 1$
이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.
$\therefore a \neq 2$

5. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수 b 의 값을 구하여라.

(가) 상수 $m,\ n$ 에 대하여 $m - n = 6$ 이다. (나) 두 점 $(1,\ m)$ 과 $(-1,\ n)$ 을 지난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 점 $(1,\ m)$ 과 $(-1,\ n)$ 을 함수식에 대입하면 $m = a+b+c,\ \ n = a - b + c$
두 식을 연립하여 풀면 $m - n = 2b$, $m - n = 6$ 이므로 $2b = 6 \quad \therefore\ b = 3$

6. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록한 포물선이다.

② x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0 이다.

③ x 축에 대하여 대칭이다.

④ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값도 증가한다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값은 감소한다.

해설

③ y 축에 대하여 대칭이다.

7. 다음 중 평행이동에 의하여 포물선 $y=-x^2-2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은?

① $y=2x^2-3$ ② $y=-2x^2+3$ ③ $y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}$
④ $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}$ ⑤ $y=-x^2-7$

해설

$y=-x^2-2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은 이차항의 계수가 -1 인 포물선이다.

8. 이차함수 $y=-(x+3)^2-5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시키면 꼭짓점이 $(-3,\ -1)$ 이 된다고 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -1 ② 2 ③ -3 ④ 4 ⑤ 0

해설

이차함수의 꼭짓점 $(-3,\ -5)$를 x 축으로 m , y 축으로 n 만큼 평행이동한 점은 $(-3+m,\ -5+n)=(-3,\ -1)$ 이다.
$-3+m=-3,\ -5+n=-1$ 이므로 $m=0,\ n=4$ 이다.
따라서 $m+n=4$ 이다.

9. 이차함수 $y = a(x+3)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수 $y = -(x+b)^2 + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① -5　　② -3　　③ -1　　④ 1　　⑤ 3

해설

$y = -(x+5+b)^2 + c - 4 = a(x+3)^2 - 2$ 에서

$a = -1$,　$5 + b = 3$,　$c - 4 = -2$

$\therefore$ $a = -1$,　$b = -2$,　$c = 2$

따라서 $a+b+c = -1$ 이다.

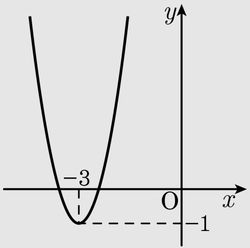
10. 이차함수 $y = 3(x+3)^2 - 1$ 의 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x의 값의 범위를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $x < -3$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x의 값의 범위는 $x < -3$



11. 이차함수 $y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(3,\ -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

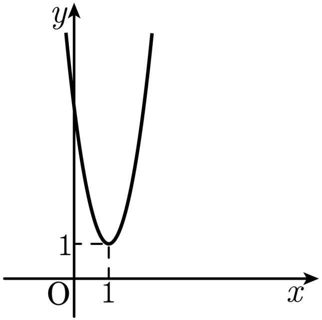
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

x 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(x+2)^2$
y 축에 대하여 대칭이동하면, $y = -a(-x+2)^2 = -a(x-2)^2$
점 $(3,\ -3)$ 을 대입하면, $-3 = -a$
$\therefore a = 3$

12. 다음 중 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a , y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 한 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$y = 4x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 $+1$, y 축 방향으로 $+1$ 만큼 평행이동한 그래프이다. 따라서 $a = 1,\ b = 1$ 이므로 $a - b = 0$ 이다.

13. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y=(x+3)^2$ 의 그래프는 x 축과 두 점에서 만난다.
㉡ $y=(x-2)^2-1$ 의 그래프의 꼭짓점 좌표는 $(2,-1)$ 이다.
㉢ $y=-3x^2-1$ 의 그래프는 아래로 볼록하다.
㉣ $y=4x^2$ 의 그래프는 $y=-4x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
㉤ $y=-4(x-3)^2$ 의 그래프는 $y=-4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동시킨 것이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

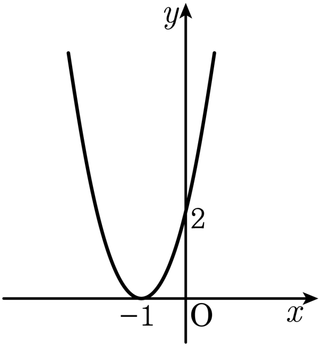
▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

㉠ x축과 한 점에서 만난다.
㉢ $a<0$이므로 위로 볼록하다.

14. 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이고, y 절편이 2 인 포물선의 식을 $y = a(x-p)^2$ 이라 할 때, $a+p$ 의 값은?



① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이므로

$y = a(x+1)^2$ 이고, y 절편이 2 이므로

$2 = a(0+1)^2$, $a = 2$

$y = 2(x+1)^2$

$a = 2,\ p = -1$

$\therefore a+p = 2-1 = 1$

15. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$-a = 1, -a^2 + 4 = b$ 이다.

$a = -1, b = 3$

$\therefore a + b = 2$

16. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 7$을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

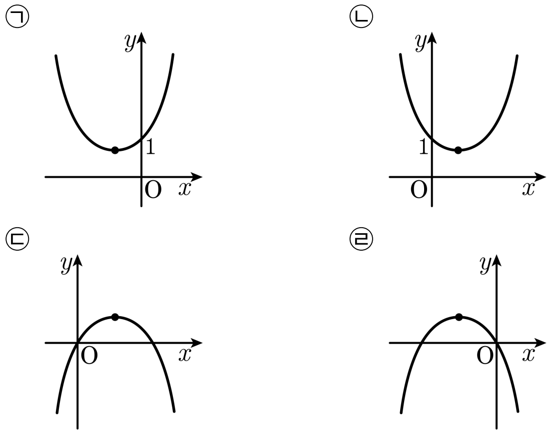
$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6x + 7 \\ &= 3\left(x^2 - 2x + 1 - 1\right) + 7 \\ &= 3\left(x^2 - 2x + 1\right) + 4 \\ &= 3(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

$\therefore\ a = 3,\ p = 1,\ q = 4$

$\therefore\ a + p + q = 3 + 1 + 4 = 8$

17. 다음 이차함수의 그래프를 보기에서 골라 순서대로 써라.

보기



(1) $y = x^2 - x + 1$
(2) $y = -2x^2 + 2x$
(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$
(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

(1) $y = x^2 - x + 1$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉡이다.
(2) $y = -2x^2 + 2x$ 를 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉢이다.
(3) $y = \frac{1}{3}x^2 + x + 1$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = \frac{1}{3}\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는$\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 1 이다. 따라서 그래프는 ㉠이다.
(4) $y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$ $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -\frac{1}{4}(x+1)^2 + \frac{1}{4}$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1, \frac{1}{4}\right)$ 이고 y 절편은 0 이다. 따라서 그래프는 ㉣이다.

18. 다음 이차함수의 그래프 중 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것을 모두 고르면?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3x^2 + 4$

③ $y = \dfrac{9x^2 - 1}{3}$

④ $y = -3(x+1)^2$

⑤ $y = x^2 - 5x + 2 + 2(x-1)(x+1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행이동하여 두 이차함수의 그래프를 완전히 포갤 수 있다.
따라서 $a = 3$ 인 것은 ①, ③, ⑤이다.

19. $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는?

① $x > 1$　　② $x < 1$　　③ $x > 0$

④ $x > -1$　　⑤ $x < -1$

해설

$$y = -x^2 + 2x + 3$$
$$= -(x-1)^2 + 4$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = 1$ 이므로
따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는
$\{x \mid x > 1\}$ 이다.

20. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$가 x축과 두 점에서 만난다.

$\Leftrightarrow f(x) = 0$이 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$D = (-3)^2 - 4k > 0$

$9 - 4k > 0$

$\therefore\ k < \frac{9}{4}$

21. 이차함수 $y = x^2 - 2x + k - 1$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < 2$

해설

$D/4 = (-1)^2 - (k-1) > 0,\ 1 - k + 1 > 0 \quad \therefore\ k < 2$

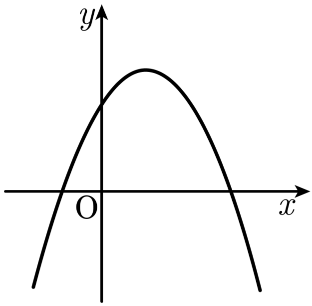
22. $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것을 모두 고르면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

23. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 지나는 사분면은?



① 제 $1, 2, 3$ 사분면
② 제 $1, 3, 4$ 사분면
③ 제 $1, 2, 4$ 사분면
④ 제 $2, 3, 4$ 사분면
⑤ 제 $1, 3$ 사분면

해설

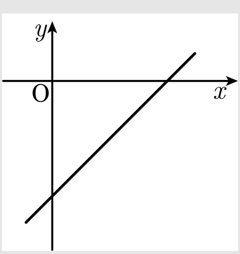
그래프에서 위로 볼록이므로 $a<0$,

축 $x=-\dfrac{b}{2a}>0$ 이므로 $b>0$, y 절편 $c>0$ 이다.

$ax+by+c=0 \leftrightarrow y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$

기울기 $-\dfrac{a}{b}>0$, y 절편 $-\dfrac{c}{b}<0$

따라서 직선의 모양은 다음과 같다.



$\therefore$ 제 $1, 3, 4$ 사분면을 지난다.

24. 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$ 이고, y 축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 9)$ 인 이차 함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$

② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$

④ $y = -2x^2 + 9$

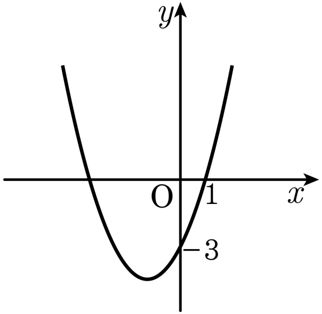
⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$ 이므로
$y = a(x-2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로
$9 = a(0-2)^2 + 1,\ a = 2$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= 2(x-2)^2 + 1 \\ &= 2x^2 - 8x + 9 \end{aligned}$$

25. 다음은 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b^2 - c^2$ 의 값을 구하면?



① −5 ② −3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프는 두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ -3)$ 을 지나므로

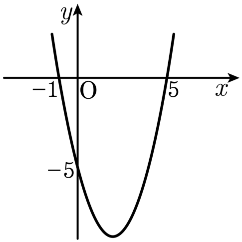
$c = -3$ 이다.

$0 = 1 + b - 3$

$\therefore b = 2$

$\therefore b^2 - c^2 = -5$

26. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?



① $y = -x^2 - 5$

② $y = x^2 + 4x - 5$

③ $y = x^2 - 4x - 5$

④ $y = -x^2 + 5x$

⑤ $y = x^2 - 5$

해설

x 축과 교점의 좌표가 $(-1,\ 0)$, $(5,\ 0)$ 이므로

$y = a(x+1)(x-5)$

점 $(0,\ -5)$ 를 지나므로

$-5 = a(0+1)(0-5) \qquad \therefore\ a = 1$

$$\therefore\ y = (x+1)(x-5) = x^2 - 4x - 5$$

27. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 $x = 1$ 에서 최솟값 -1 을 갖고 한 점 $(3,\ 7)$ 을 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

꼭짓점이 $(1,\ -1)$ 이므로

$y = a(x-1)^2 - 1 = ax^2 - 2ax + a - 1$

$(3,\ 7)$ 을 대입하면

$7 = 9a - 6a + a - 1$

$a = 2$, $b = -4$, $c = 1$

$\therefore\ a + b + c = 2 + (-4) + 1 = -1$

28. 이차함수 $y=x^2+2ax+a-3$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{11}{4}$

해설

$$y=x^2+2ax+a-3$$
$$=(x+a)^2-a^2+a-3$$

최솟값 $M=-a^2+a-3$

$$=-\left(a^2-a\right)-3$$
$$=-\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}-3$$
$$=-\left(a-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{11}{4}$$

따라서 m 의 최댓값은 $-\frac{11}{4}$ 이다.

29. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 100 ② 121 ③ 144 ④ 169 ⑤ 196

해설

한 자연수를 x 라 하면, 나머지는 $28 - x$ 이다.
두 자연수의 곱은 $x(28 - x)$ 이다.
$x(28 - x) = -x^2 + 28x = -(x - 14)^2 + 196$

30. 가로와 세로의 길이의 합이 20인 직사각형의 넓이를 y라고 할 때, y의 최댓값은?

① 90 ② 92 ③ 98 ④ 100 ⑤ 112

해설

가로를 x, 세로를 $20-x$라 하자.

$$\begin{aligned} y &= x(20-x) \\ &= -x^2+20x \\ &= -(x^2-20x) \\ &= -(x^2-20x+100-100) \\ &= -(x-10)^2+100 \end{aligned}$$

따라서 y의 최댓값은 100이다.

31. 가로의 길이가 5cm , 세로의 길이가 9cm 인 직사각형의 가로의 길이를 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이를 $x$cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었다. 새로운 직사각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 2.5 ④ 3 ⑤ 3.5

해설

새로운 사각형의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= (5+x)(9-x) \\ &= -x^2+4x+45 \\ &= -(x-2)^2+49 \end{aligned}$$

따라서 $x=2$ 일 때 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 49cm^2 를 가진다.

32. 둘레의 길이가 $24\,\text{cm}$ 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ **답 :** ____ cm

▷ **정답 :** 12 cm

해설

반지름 $x\,\text{cm}$, 호의 길이를 $(24-2x)\,\text{cm}$ 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24-2x) \\ &= x(12-x) \\ &= -x^2+12x \\ &= -(x^2-12x+36)+36 \\ &= -(x-6)^2+36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이가 $6\,\text{cm}$ 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $36\,\text{cm}^2$ 를 가진다.

따라서 호의 길이는 $24-2x=12\,\text{cm}$ 이다.

33. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4,\ 8)$, $\left(b,\ \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 $(b,\ c)$ 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4,\ 8)$, $\left(b,\ \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore\ c = -\frac{9}{2}$

34. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고, $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, a 의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $-\frac{3}{4}$ ② -1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

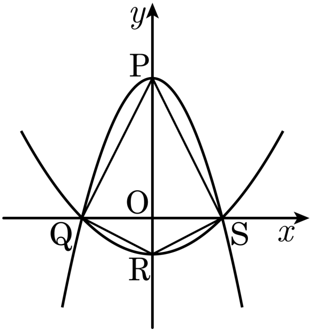
해설

$|a| > \left|-\frac{1}{2}\right|$

$|a| < |2|$

$\therefore -2 < a < -\frac{1}{2},\ \frac{1}{2} < a < 2$

35. 함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $\mathrm{P}(0,4)$ 이고, 점 $\mathrm{R}(0,-1)$ 이다.
㉡ 점 $\mathrm{Q}(2,0)$ 이고, 점 $\mathrm{S}(-2,0)$ 이다.
㉢ $\overline{\mathrm{QS}}=8$ 이다.
㉣ $\triangle\mathrm{PRS}=5,\ \triangle\mathrm{QPR}=8$ 이다.
㉤ $\square\mathrm{PQRS}=12$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y=-x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-x^2+4$

함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}x^2-1$

$y=-x^2+4$ 에 $y=0$ 을 대입하면 점 $\mathrm{Q}(-2,0),\ \mathrm{S}(2,0)$ 이다.

$\overline{\mathrm{QS}}=4$

또, $\mathrm{P}(0,\ 4)$ 이고 $\mathrm{R}(0,\ -1)$

$\triangle\mathrm{PRS}=\triangle\mathrm{QPR}=5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

36. 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k,\ 4)$를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y=\frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k,\ 4)$를 지나므로 대입하면 $4=\frac{1}{4}(k+1)^2$, $16=(k+1)^2$, $k+1=\pm 4$ 따라서 $k=3,\ -5$ 이다.

37. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\dfrac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{1}{4}$

해설

$y = x^2 + ax - b = \left(x + \dfrac{a}{2}\right)^2 - \dfrac{a^2}{4} - b$,

꼭짓점 $\left(-\dfrac{a}{2},\ -\dfrac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\dfrac{a^2}{4} - b = 0$,

$b = -\dfrac{a^2}{4}$,

$\therefore\ \dfrac{b}{a^2} = b \times \dfrac{1}{a^2} = -\dfrac{a^2}{4} \times \dfrac{1}{a^2} = -\dfrac{1}{4}$

38. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x+2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2,\ -2-k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$

39. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(3,\ -4)$, $(0,\ 11)$을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p + q = -1$

해설

평행이동한 그래프의 식을

$y = x^2 + bx + c$라고 하자.

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프가 점 $(3,\ -4)$, $(0,\ 11)$을 지나므로

$-4 = 9 + 3b + c,\ 11 = c$

$3b = -24 \qquad \therefore\ b = -8$

$y = x^2 - 8x + 11 = (x - 4)^2 - 5$

$y = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -2)$에서 $(4,\ -5)$로 이동하였으므로 $p = 2,\ q = -3$ 이다.

$\therefore\ p + q = 2 - 3 = -1$

40. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고, y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\dfrac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
$y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$
$y = -3(x+1)^2 + 5$ 이므로
i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5)$ $\therefore a = -1, b = 5$
ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면
$q = 2$
따라서 $\dfrac{a+b}{q} = \dfrac{(-1)+5}{2} = \dfrac{4}{2} = 2$ 이다.

41. 포물선 $y = x^2 + 2ax + a - \dfrac{1}{2}$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 1 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{1}{2}$

해설

$y = x^2 + 2ax + a - \dfrac{1}{2}$ 의

x 절편을 $\alpha,\ \beta\ (\alpha > \beta)$ 라고 하면

$\alpha + \beta = -2a,\ \ \alpha\beta = a - \dfrac{1}{2}$ 이다.

$\alpha - \beta = 1$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이다.

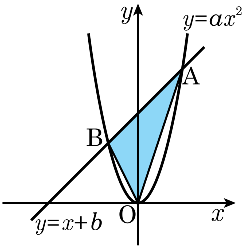
$1 = 4a^2 - 4a + 2$

$4a^2 - 4a + 1 = 0$

$(2a - 1)^2 = 0$

$\therefore a = \dfrac{1}{2}$

42. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 $\mathrm{A}(3,\ 9)$ 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle\mathrm{ABO}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = ax^2$ 에 점 $(3,\ 9)$ 을 대입, $9 = 9a,\ a = 1\quad \therefore\ y = x^2$

$y = x + b$ 에 점 $(3,\ 9)$ 을 대입, $9 = 3 + b,\ b = 6\quad \therefore\ y = x + 6$

$y = x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$x^2 = x + 6$

$x^2 - x - 6 = 0$

$(x - 3)(x + 2) = 0$

$x = -2$ 또는 $x = 3$

$\therefore\ \mathrm{B}(-2,\ 4)$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로

$\triangle\mathrm{ABO}$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 15$ 이다.

43. 세 점 $(0,\ -4)$, $(1,\ -1)$, $(2,\ 8)$을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다. ㉡ y 절편은 3 이다. ㉢ x 절편은 두 개이다. ㉣ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다. ㉤ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠,㉡ ② ㉡,㉢ ③ ㉡,㉤ ④ ㉢,㉣ ⑤ ㉣,㉤

해설

세 점 $(0,\ -4)$, $(1,\ -1)$, $(2,\ 8)$을 지나므로

$-4 = c$

$-1 = a + b + c$

$8 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하면, $a = 3,\ b = 0,\ c = -4$ 이다.

따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는

$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

44. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-2,\ 4$ 일 때, abc 의 값은? (단, $a,\ b,\ c$ 는 상수이다.)

① -10 ② -12 ③ -14 ④ -16 ⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-2,\ 4$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x+2)(x-4) \\ &= a(x^2 - 2x - 8) \\ &= a(x-1)^2 - 9a \end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$\therefore a = -1$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2,\ c = 8$ 이다.

$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$

45. 밑면의 길이와 높이의 합이 28 인 삼각형의 넓이가 최대가 될 때 밑변과 높이의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 밑변 : 14

▷ 정답 : 높이 : 14

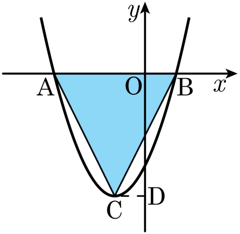
해설

삼각형의 넓이를 y 라 하면, 밑변을 x , 높이는 $28-x$라 두면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x(28-x) \\ &= -\frac{1}{2}x^2+14x \\ &= -\frac{1}{2}(x^2-28x+196-196) \\ &= -\frac{1}{2}(x-14)^2+196 \end{aligned}$$

따라서 밑변은 14 , 높이는 14 이다.

46. 다음 그림과 같이 $y=x^2+2x-3$ 의 그래프가 x축과 만나는 두 점을 A ,B , 꼭짓점을 C 라 할 때, △ABC 의 넓이는?



① 6　② 7　③ 8
④ 9　⑤ 10

해설

$y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$

꼭짓점 C$(-1,-4)$

$y=0$ 일 때 $x^2+2x-3=(x+3)(x-1)=0$ 이므로

A$(-3,0)$, B$(1,0)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$

47. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : ______ 초 후

▷ 정답 : 4초 후

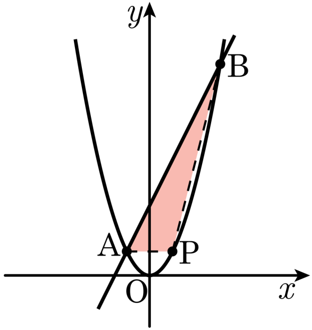
해설

$y = 40x - 5x^2$

$y = -5(x - 4)^2 + 80$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.

48. 포물선 $y = x^2$과 직선 $y = 2x + 3$의 교점을 A, B라하고, 원점을 O라 한다. 점 P가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B까지 움직일 때, $\triangle$APB의 넓이와 $\triangle$OAB의 넓이가 같게 되는 점 P의 좌표는?



① $(1, 1)$ ② $(1, 2)$ ③ $(2, 1)$ ④ $(2, 4)$ ⑤ $(3, 2)$

해설

$\triangle$APB와 $\triangle$AOB의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로
직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$이다. 점 P는 $y = x^2$과 $y = 2x$의 교점이므로
$x^2 = 2x,\ x^2 - 2x = 0,\ x(x-2) = 0$
$\therefore x = 2,\ y = 4$ 또는 $x = 0,\ y = 0$ (원점)
그런데 P는 원점이 아니므로 P$(2,\ 4)$이다.

49. 함수 $y = x^2 - px$ 와 $y = -x^2 + px$ 의 그래프에 의하여 둘러싸인 부분에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값이 26 일 때, p 의 값을 구하여라. (단, $p > 0$)

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 5

해설

포물선의 축이 $x = \dfrac{p}{2}$ 이므로 직사각형은 직선 $x = \dfrac{p}{2}$ 에 대하여 대칭이다.

직사각형이 x 축과 만나는 점의 x 좌표를 t $\left(t > \dfrac{p}{2}\right)$ 라 하면

가로의 길이는 $2 \times \left(t - \dfrac{p}{2}\right) = 2t - p$,

세로의 길이는 $(-t^2 + pt) - (t^2 - pt) = -2t^2 + 2pt$
이므로 직사각형의 둘레의 길이는

$2(-2t^2 + 2pt + 2t - p) = -4\left(t - \dfrac{p+1}{2}\right)^2 + p^2 + 1$ 이다.

따라서 $t = \dfrac{p+1}{2}$ 일 때, 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은

$p^2 + 1 = 26$ 이므로 $p = 5$ 이다.

50. 이차함수 $y = -2x^2 + 4mx + m - 1$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

① $-\frac{7}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{9}{8}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$y = -2x^2 + 4mx + m - 1 = -2(x-m)^2 + m - 1 + 2m^2$

$M = 2m^2 + m - 1 = 2\left(m + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$

M 은 $m = -\frac{1}{4}$ 일 때 최솟값 $-\frac{9}{8}$ 를 갖는다.