

1. 꼭짓점이 $(-2, 3)$ 이고 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① $(0, -\frac{1}{2})$

② $(0, -1)$

③ $(0, -\frac{3}{2})$

④ $(0, -2)$

⑤ $(0, -\frac{5}{2})$

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 에 $(1, -6)$ 을 대입하면,

$$-6 = 1(1 + 2)^2 + 3, a = -1$$

$$y = -(x + 2)^2 + 3$$

$x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$

$$\therefore (0, -1)$$

2. 꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이고, y 축과의 교점의 좌표가 (0, 9) 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = x^2 - 6x + 9$

② $y = 2x^2 - 8x + 9$

③ $y = 3x^2 - 10x + 9$

④ $y = -2x^2 + 9$

⑤ $y = -3x^2 + 11x - 9$

해설

꼭짓점의 좌표가 (2, 1) 이므로

$y = a(x - 2)^2 + 1$ 이고, y 절편이 9 이므로

$9 = a(0 - 2)^2 + 1$, $a = 2$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 2)^2 + 1 \\ &= 2x^2 - 8x + 9 \end{aligned}$$

3. 다음 그래프의 식을 구하면?

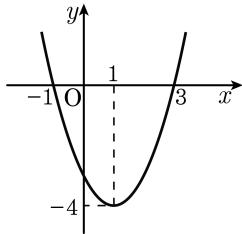
① $y = x^2 + 2x + 3$

② $y = x^2 + 2x - 3$

③ $y = x^2 - 2x - 3$

④ $y = x^2 - 2x + 3$

⑤ $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 3$



해설

꼭짓점이 $(1, -4)$ 이며 x 절편이 $-1, 3$ 이므로, $y = (x - 1)^2 - 4$

$$\therefore y = x^2 - 2x - 3$$

4. $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이고 두 점 $(2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -x^2 - 2$

② $y = -x^2 - 3x - 6$

③ $y = -x^2 + 6x - 8$

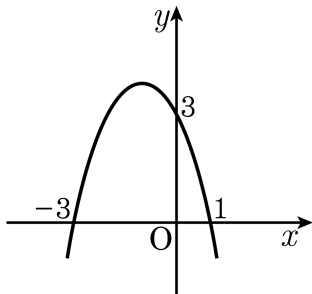
④ $y = x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 - 6x + 8$

해설

$$y = -(x-2)(x-4) = -x^2 + 6x - 8$$

5. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $a + b + c$ 의 값은 얼마인가?



① -6

② -2

③ 0

④ 4

⑤ -4

해설

x 절편이 $-3, 1$ 이므로 $y = a(x + 3)(x - 1)$

y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = -3a$$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 식은

$$y = -(x + 3)(x - 1) = -x^2 - 2x + 3, b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 0$$

6. 이차함수 $y = -(x-1)(x+3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= -(x-1)(x+3) \\&= -x^2 - 2x + 3 \\&= -(x+1)^2 + 4\end{aligned}$$

$x = -1$ 일 때, 최댓값 4 를 가진다.

7. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 5$ 의 최댓값을 M , $y = 2x^2 - 12x - 4$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 6x + 5 \\&= -(x - 3)^2 + 14 \therefore M = 14 \\y &= 2x^2 - 12x - 4 \\&= 2(x - 3)^2 - 22 \therefore m = -22 \\\therefore M - m &= 14 + 22 = 36\end{aligned}$$

8. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5), x^2 의 계수가 -2 이므로

$$\begin{aligned} y &= -2(x-1)^2 + 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1) + 5 \\ &= -2x^2 + 4x + 3 \\ \therefore y &= -2x^2 + 4x + 3 \end{aligned}$$

9. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이고 한 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② 2

③ -6

④ 6

⑤ 1

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 이 점 $(1, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = a(1 + 2)^2 + 3, a = -1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore y = -(x + 2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$$

10. 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 인 포물선이 두 점 $(2, -3)$, $(m, -6)$ 을 지날 때, 다음 중 m 의 값은?

①

-1

② 5

③ -3

④ -6

⑤ -9

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$ 이므로

$y = a(x-1)^2 - 2$ 이고 점 $(2, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a(2-1)^2 - 2$
 $a = -1$ 이다.

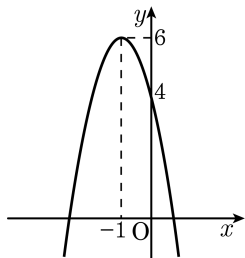
$$y = -(x-1)^2 - 2$$

점 $(m, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = -(m-1)^2 - 2$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -1$$

11. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고, 점 $(0, 4)$ 를 지나는 이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + 6$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0 + 1)^2 + 6$$

$$\therefore a = -2$$

$$y = -2(x + 1)^2 + 6$$

$$= -2x^2 - 4x + 4$$

$$\therefore a = -2, b = -4, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + (-4) + 4 = -2$$

12. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 축의 방정식이 $x = -3$ 이고, 점 $(3, -10)$ 을 지나는 포물선이다. $a = -\frac{1}{3}$ 일 때, bc 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $bc = 2$

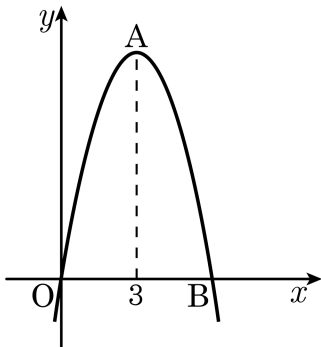
해설

$y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + q$ 라 두자.

$(3, -10)$ 을 지나므로 이를 대입하면 $-10 = -\frac{1}{3} \times 6^2 + q, q = 2$

따라서 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 2 = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 1$ 이므로 $bc = (-2) \times (-1) = 2$

13. 다음 그림은 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b - c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

대칭축이 $x = 3$ 이므로 점 B 의 좌표는 $(6, 0)$ 이다.

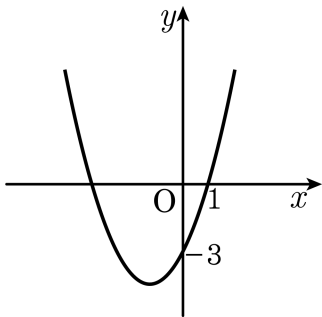
$y = -(x - 3)^2 + q$ 에서 점 $(6, 0)$ 을 지나므로

$0 = -(6 - 3)^2 + q$, $q = 9$ 이다.

$y = -(x - 3)^2 + 9 = -x^2 + 6x$

$b = 6$, $c = 0 \therefore b - c = 6$

14. 다음은 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b^2 - c^2$ 의 값을 구하면?



- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프는 두 점 $(1, 0)$, $(0, -3)$ 을 지나므로 $c = -3$ 이다.

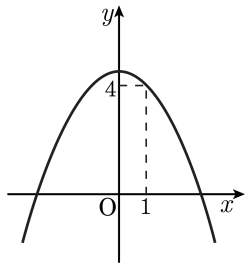
$$0 = 1 + b - 3$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore b^2 - c^2 = -5$$

15.

다음은 y 축을 축으로 갖는 $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. 상수 a, b 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$ ▷ 정답 : $b = \frac{9}{2}$ 또는 4.5

해설

y 축을 축으로 가지므로 $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 에서 점 $(1, 4)$ 를 대입하면

$q = \frac{9}{2}$ 이다.

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}$$

16. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 두 점 $(1, 6), (4, 0)$ 을 지나는 포물선의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$y = a(x - 3)^2 + q$ 에 두 점 $(1, 6), (4, 0)$ 을 각각 대입하면

$$4a + q = 6, a + q = 0$$

$$\therefore a = 2, q = -2$$

$y = 2(x - 3)^2 - 2$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 16$

17. 세 점 $(0, 6)$, $(-1, 0)$, $(1, 8)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = 2x^2 - 4x + 6$

② $y = 2x^2 + 4x + 6$

③ $y = -2x^2 - 4x + 6$

④ $y = -2x^2 + 4x + 6$

⑤ $y = -2x^2 + 4x - 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하면,

$(0, 6)$ 을 지나므로 $c = 6$

$(-1, 0)$ 을 대입하면 $0 = a - b + 6, a - b = -6$

$(1, 8)$ 을 대입하면 $8 = a + b + 6, a + b = 2$

$\therefore a = -2, b = 4, c = 6$

$\therefore y = -2x^2 + 4x + 6$

18. 세 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 4)$ 를 지나는 포물선의 식으로 옳은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$

② $y = -x^2 - 2x + 4$

③ $y = -2x^2 + 4x + 1$

④ $y = -2x^2 - 4x + 5$

⑤ $y = -3x^2 + 5x + 1$

해설

$(-4, 0)$, $(2, 0)$ 을 지나므로 $y = a(x + 4)(x - 2)$

$(0, 4)$ 를 대입하면 $4 = -8a$, $a = -\frac{1}{2}$

$\therefore y = -\frac{1}{2}(x + 4)(x - 2) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ 이다.

19. $(-1, 7), (1, 1), (2, 1)$ 을 지나는 이차함수의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - x + 3$

② $y = -x^2 - 3x + 1$

③ $y = x^2 - x + 1$

④ $y = x^2 - 3x + 3$

⑤ $y = x^2 - 3x + 7$

해설

구하는 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하고

$(-1, 7)$ 을 대입하면 $7 = a - b + c$

$(1, 1)$ 을 대입하면 $1 = a + b + c$

$(2, 1)$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = -3, c = 3$$

$$\therefore y = x^2 - 3x + 3$$

20. 세 점 $(0, -6)$, $(2, 0)$, $(-2, 4)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = 2x^2 - x - 6$

② $y = 2x^2 + x - 6$

③ $y = 2x^2 + x + 6$

④ $y = -2x^2 - x - 6$

⑤ $y = -2x^2 + x + 6$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$$c = -6, 4a + 2b + c = 0, 4a - 2b + c = 4$$

$$a = 2, b = -1, c = -6$$

$$\therefore y = 2x^2 - x - 6$$

21. 세 점 $(-2, 14)$, $(0, 6)$, $(1, -4)$ 를 지나는 포물선의 축의 방정식은?

① $x = -2$

② $x = -1$

③ $x = 0$

④ $x = 1$

⑤ $x = 2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 라 하자.

세 점 $(-2, 14)$, $(0, 6)$, $(1, -4)$ 를 각각 대입하면

$$4a - 2b + c = 14, c = 6, a + b + c = -4$$

$$\therefore a = -2, b = -8, c = 6$$

$$\therefore y = -2x^2 - 8x + 6 = -2(x + 2)^2 + 14$$

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 2), (1, b+5), (-1, 4a-1)$ 을 지날 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면

$$a = 3, b = -6, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 6 + 2 = -1$$

23. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (-4, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표는?

① $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

② $\left(-\frac{1}{3}, \frac{5}{4}\right)$

③ $\left(-5, \frac{9}{4}\right)$

④ $(-2, 3)$

⑤ $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$

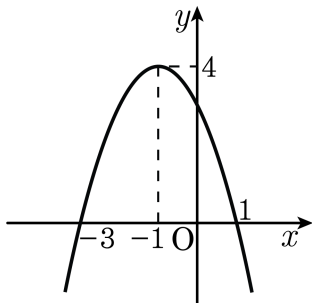
해설

$y = -x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 $-1, -4$ 인 식의 꼭짓점이므로
 $y = -(x+1)(x+4)$

$$y = -(x^2 + 5x + 4) = -\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right)$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고, 점 $(-1, 4)$ 를 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표를 구하면?



① $(0, -2)$

② $(0, -1)$

③ $(0, 3)$

④ $(0, 4)$

⑤ $(-1, 4)$

해설

위의 그래프는 $y = a(x+3)(x-1)$ 이고, $(-1, 4)$ 를 지나므로

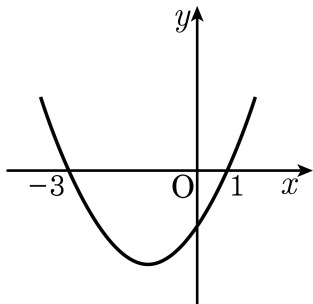
$$4 = a(-1+3)(-1-1)$$

$a = -1$ 이다.

$$y = -(x+3)(x-1) = -(x^2 + 2x - 3) = -x^2 - 2x + 3$$

$$\therefore (0, 3)$$

25. 이차함수 $y = a(x + p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$

따라서 함수식은 $y = a(x + 1)^2 - 2$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = 4a - 2$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$$

26. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-3, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고 최댓값이 8 일 때, a , b , c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = -4$

▷ 정답 : $c = 6$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+3)(x-1) \\&= a(x^2 + 2x - 3) \\&= a(x+1)^2 - 4a\end{aligned}$$

$$-4a = 8 \text{ 이므로 } a = -2$$

$$\begin{aligned}y &= -2(x^2 + 2x - 3) \\&= -2x^2 - 4x + 6\end{aligned}$$

$$\therefore b = -4, c = 6$$

27. 이차함수 $y = -(x-2)(x+6)$ 의 최댓값을 a 라 하고 , 그 때의 x 의 값을 b 라 할 때, $a+b$ 을 값을 구하면?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$y = -(x-2)(x+6)$$

$$y = -(x^2 + 4x - 12)$$

$$y = -(x+2)^2 + 16$$

$x = -2$ 일 때, 최댓값 16 을 가지며 최솟값은 없다.

$a = 16$, $b = -2$ 이므로 $a+b = 14$ 이다.

28. 아래 그림은 이차함수 $y = ax^2 + 2x + c$ 의 그래프이다. 이차함수의 최댓값은?

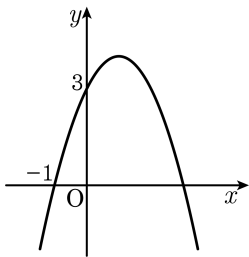
① $\frac{7}{2}$

② 4

③ $\frac{9}{2}$

④ 5

⑤ $\frac{11}{2}$



해설

$y = ax^2 + 2x + c$ 에 점 $(-1, 0)$, $(0, 3)$ 을 대입하면

$$0 = a - 2 + c$$

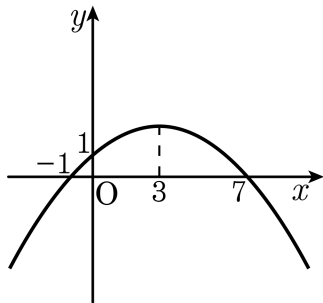
$$3 = c, a = -1$$

$$y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -(x - 1)^2 + 4$$

따라서 최댓값은 4 이다.

29. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이 이차함수의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{7}$

해설

점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = a(0 + 1)(0 - 7), \quad a = -\frac{1}{7}$$

$$\begin{aligned}\therefore y &= -\frac{1}{7}(x + 1)(x - 7) \\ &= -\frac{1}{7}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= -\frac{1}{7}(x - 3)^2 + \frac{16}{7}\end{aligned}$$

30. $2x + y = 3$ 일 때, $x^2 + xy + 1$ 의 최댓값을 구하면?

① $\frac{11}{4}$

② 3

③ $\frac{13}{4}$

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $\frac{15}{4}$

해설

$2x + y = 3$ 에서 $y = -2x + 3$ 이다.

$$\begin{aligned}x^2 + xy + 1 &= x^2 + x(-2x + 3) + 1 \\&= -x^2 + 3x + 1 \\&= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{13}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{13}{4}$ 이다.

31. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$i) y = \frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16 - 16) + k = \frac{1}{2}(x - 4)^2 + k - 8$$

$x = 4$ 일 때, 최솟값 $k - 8$ 을 갖는다.

$$\begin{aligned} ii) \quad y &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 2k + 2 \\ &= -2(x - 1)^2 - 2k + 4 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때 최댓값 $-2k + 4$ 를 갖는다.

i) 의 최솟값과 ii) 의 최댓값이 같으므로

$$k - 8 = -2k + 4$$

$$\therefore k = 4$$

32. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + k + 2$ 의 최댓값이 0 일 때, k 의 값은?

① -5

② -3

③ 0

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 7

해설

$$y = -3x^2 + 6x + k + 2 = -3(x - 1)^2 + k + 5$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값이 $k + 5$ 이므로

$$k + 5 = 0 \quad \therefore k = -5$$

33. 최솟값이 -5 이고, 대칭축이 $x = -1$ 인 이차함수의 식이 $y = 2(x + p)^2 + q$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

최솟값이 -5 이므로 $q = -5$

대칭축이 $x = -1$ 이므로 $p = 1$

$\therefore p + q = 1 - 5 = -4$

34. 이차함수 $y = 3x^2 - 6ax + 2a^2 - 4a + 6$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6ax + 2a^2 - 4a + 6 \\ &= 3(x - a)^2 - a^2 - 4a + 6 \end{aligned}$$

$$\text{최솟값 } m = -a^2 - 4a + 6 = -(a + 2)^2 + 10$$

$\therefore m$ 의 최댓값 : 10

35. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + k$ 는 $x = -1$ 일 때, 최댓값 7을 가진다. 상수 k 의 값은?

① 3

② 6

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

$$y = -(x+1)^2 + 1 + k \text{ 에서 } 1 + k = 7$$

$$\therefore k = 6$$

36. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 두 조건을 모두 만족할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

㉠ 두 점 $(-3, 0)$, $(-5, 0)$ 에서 만난다.

㉡ 최솟값이 $-\frac{1}{3}$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = a(x+3)(x+5)$ 로 놓으면 $y = a(x^2 + 8x + 15) = a(x+4)^2 - a$

최솟값이 $-\frac{1}{3}$ 이므로 $-a = -\frac{1}{3}$ 에서 $a = \frac{1}{3}$ 이다.

즉, $y = \frac{1}{3}(x^2 + 8x + 15) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{8}{3}x + 5$ 에서 $a = \frac{1}{3}$, $b = \frac{8}{3}$, $c = 5$ 이다.

$$\therefore a + b - c = \frac{1}{3} + \frac{8}{3} - 5 = -2$$

37. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 최솟값이 -1 일 때, 이 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 하면 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{9}$

해설

$$y = a(x - 3)^2 - 1$$

$$9a - 1 = 0 \therefore a = \frac{1}{9}$$

$$y = \frac{1}{9}(x^2 - 6x + 9) - 1$$

$$y = \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x$$

$$a = \frac{1}{9}, b = -\frac{2}{3}, c = 0$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{5}{9}$$

38. x 축과 두 점 $(-2, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고 최댓값이 9 인 포물선의 방정식은?

① $y = -4x^2 + 4x - 8$

② $y = 4x^2 - 4x + 8$

③ $y = -4x^2 + 4x + 8$

④ $y = -4x^2 - 4x + 8$

⑤ x 축과 두 점 $(p, 0)$, $(q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

대칭축이 두 점의 중점 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 을 지나므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 9\right)$

따라서 $y = a\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = \frac{9}{4}a + 9$, $a = -4$

$\therefore y = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9 = -4x^2 - 4x + 8$

39. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(2, 0)$, $(8, 0)$ 에서 만나고 최솟값이 -9 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

- ⑤ x 축과 두 점 $(p, 0)$, $(q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)(x-8) \\&= a(x^2 - 10x + 16) \\&= a(x-5)^2 - 9a\end{aligned}$$

$$-9a = -9$$

$$\therefore a = 1$$

$$y = x^2 - 10x + 16$$

$$b = -10, c = 16$$

$$\therefore a + b + c = 1 + (-10) + 16 = 7$$

40. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x + a)^2 + a^2 + 6a$$

$$\therefore M = a^2 + 6a = (a + 3)^2 - 9$$

따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

41. 이차함수 $y = -x^2 + 4ax + a - 2$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{33}{16}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 4ax + a - 2 \\&= -(x^2 - 4ax) + a - 2 \\&= -(x - 2a)^2 + 4a^2 + a - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{최댓값 } M &= 4a^2 + a - 2 \\&= 4\left(a^2 + \frac{1}{4}a\right) - 2 \\&= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{16} - 2 \\&= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{33}{16}\end{aligned}$$

따라서 M 의 최솟값은 $-\frac{33}{16}$ 이다.

42. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + a - 3$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{11}{4}$

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 2ax + a - 3 \\&= (x + a)^2 - a^2 + a - 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{최솟값 } M &= -a^2 + a - 3 \\&= -(a^2 - a) - 3 \\&= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} - 3 \\&= -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{11}{4}\end{aligned}$$

따라서 m 의 최댓값은 $-\frac{11}{4}$ 이다.

43. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 2kx + 2k \\&= -(x^2 - 2kx) + 2k \\&= -(x - k)^2 + k^2 + 2k\end{aligned}$$

최댓값 $M = k^2 + 2k = (k + 1)^2 - 1$
따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

44. 이차함수 $y = x^2 + 2kx + 4k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

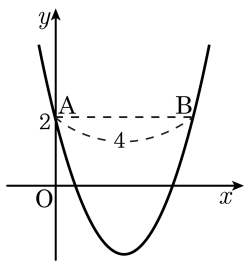
해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2kx + 4k \\ &= (x^2 + 2kx) + 4k \\ &= (x + k)^2 - k^2 + 4k \end{aligned}$$

최솟값 $m = -k^2 + 4k = -(k - 2)^2 + 4$

따라서 m 의 최댓값 4이다.

45. 다음 그림은 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라. (단, $\overline{AB}$ 는 x 축과 평행하다.)



▶ 답 :

▶ 답 :

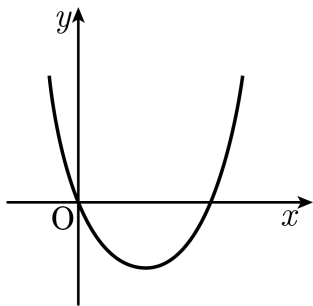
▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 2$

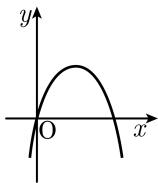
해설

B 의 좌표가 $(4, 2)$ 이므로 $A(0, 2), B(4, 2)$ 를 각각 대입하면
 $2 = b, 2 = 16 + 4a + b$,
 즉 $a = -4, b = 2$ 이다.

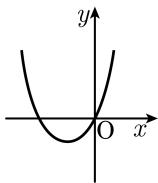
46. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



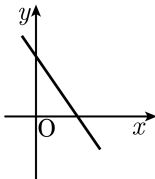
①



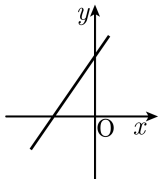
②



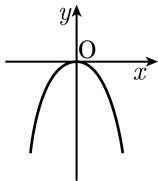
③



④



⑤



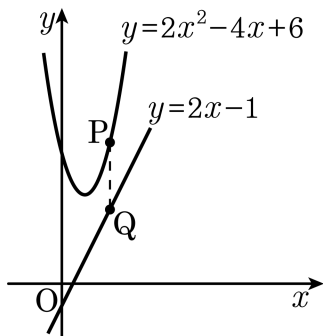
해설

주어진 그래프에서 y 절편이 0 이므로 $c = 0$, 아래로 볼록이므로

$a > 0$, 축 $x = -\frac{b}{2a}$ 가 양이므로 $b < 0$

$\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$ 에서 기울기가 음이고 y 절편이 양인 직선을 구하면 된다.

47. 다음 그림과 같이 $y = 2x^2 - 4x + 6$ 과 $y = 2x - 1$ 이 y 축에 평행인 직선과 만나는 점을 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$

해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의 x 좌표는 같다. 이 때, 점 P 의 좌표를 $(t, 2t^2 - 4t + 6)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, 2t - 1)$ 이다.

$$\overline{PQ} = 2t^2 - 4t + 6 - (2t - 1) = 2t^2 - 6t + 7 = 2\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$$

$\therefore t = \frac{3}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$

48. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최솟값 4 를 가지고, 점 $(3, 6)$ 을 지난다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$= a(x - 2)^2 + 4$$

$$\text{점 } (3, 6) \text{ 을 지나므로 } a(3 - 2)^2 + 4 = 6$$

$$\therefore a = 2$$

49. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

50. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1

② -2

③ 3

④ -4

⑤ 5

해설

$$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x + k)^2 + k^2 + 4k$$

$M = k^2 + 4k$ 이므로

$M = (k + 2)^2 - 4$ 이다.

따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.