

1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것은?

① $x^2 = x^2 - 2x$

② $4x^2 = 2(x-1)^2 + 5$

③ $x^3 - 2x^2 + 3 = 2x^3 - 2x^2$

④ $x^2 + 1 = (x+1)(x-1)$

⑤ $x^2 - 5x = x(x+7)$

해설

② $4x^2 - 2(x-1)^2 - 5 = 2x^2 + 4x - 7 = 0$

2. 다음 중 $2x^2 - x - 15 = 0$ 과 같은 것은?

- ① $x - 3 = 0$ 또는 $2x + 5 = 0$ ② $x + 3 = 0$ 또는 $2x - 5 = 0$
③ $x - 3 = 0$ 또는 $2x - 5 = 0$ ④ $x + 5 = 0$ 또는 $2x + 3 = 0$
⑤ $x + 5 = 0$ 또는 $2x - 3 = 0$

해설

$$2x^2 - x - 15 = 0$$

$$(2x + 5)(x - 3) = 0$$

$$2x + 5 = 0 \text{ 또는 } x - 3 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } x = 3$$

3. -1 은 이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 0$ 과 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인해이다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25

② 27

③ 29

④ 31

⑤ 33

해설

각 이차방정식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^2 - a + 1 = 0, \quad a = 2$$

$$2 \times (-1)^2 + 3 + b = 0 \quad b = -5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-5)^2 = 29$$

4. 다음 방정식 중에서 중근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0$

㉡ $4x^2 + 12x + 9 = 0$

㉢ $x^2 - 10x + 25 = 0$

㉣ $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0$

㉤ $9x^2 - 30x + 25 = 0$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

모두 중근을 갖는다.

㉠ $x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0$

$\therefore x = 2$ (중근)

㉡ $4x^2 + 12x + 9 = 0 \Rightarrow (2x + 3)^2 = 0$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$ (중근)

㉢ $x^2 - 10x + 25 = 0 \Rightarrow (x - 5)^2 = 0$

$\therefore x = 5$ (중근)

㉣ $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2 = 0$

$\therefore x = -2$ (중근)

㉤ $9x^2 - 30x + 25 = 0 \Rightarrow (3x - 5)^2 = 0$

$\therefore x = \frac{5}{3}$ (중근)

5. 이차방정식 $-x^2 + 2x + 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

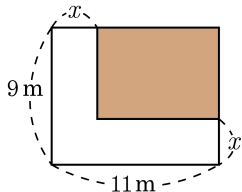
$-x^2 + 2x + 8 = 0$ 에서 두 근의 합은 2 이다.

$x = 2$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근이므로

$$2^2 - 2 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = 0$$

6. 가로, 세로의 길이가 각각 11m, 9m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 세로로 x m, 가로로 x m 의 길을 내어 남은 땅의 넓이가 48m^2 가 되도록 할 때, x 의 값은?



- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m

해설

$$(11 - x)(9 - x) = 48$$

$$x^2 - 20x + 51 = 0$$

$$(x - 3)(x - 17) = 0$$

$$x < 9 \text{ 이므로 } x = 3(\text{m})$$

7. 이차방정식 $x^2 + ax - 6 = 0$ 의 해가 3, b 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$x^2 + ax - 6 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면

$$9 + 3a - 6 = 0, a = -1$$

$a = -1$ 을 $x^2 + ax - 6 = 0$ 에 대입하면

$x^2 - x - 6 = 0$ 이고, 인수분해하면 $(x + 2)(x - 3) = 0$ 이므로

$$x = 3, -2$$

$$b = -2$$

$$\text{따라서 } a + b = (-1) + (-2) = -3$$

8. 이차방정식 $x^2 + 2x + c = 0$ 이 서로 다른 실근을 가질 때, 다음 중 c 의 값으로 적당한 것은?

- ① -2 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 조건은 $D > 0$ 이다. (단, x 의 계수가 짝수일 경우 $\frac{D}{4} > 0$)

$$\text{즉, } (-1)^2 - c > 0$$

$$\therefore c < 1$$

9. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{\beta}}$ 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ -2

④ -1

⑤ $-\sqrt{2}$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = 8, \alpha\beta = 4$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)^2 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} - \frac{2}{\sqrt{\alpha\beta}} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} - \frac{2}{\sqrt{4}} = 1$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{\alpha}} - \frac{1}{\sqrt{\beta}} = \pm \sqrt{1} = \pm 1$$

10. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가?

① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초

② 6 초

③ $(3 + \sqrt{13})$ 초

④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초

⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.

$$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

$$\text{근의 짝수공식으로 풀면 } x = 3 \pm \sqrt{13}$$

$$\therefore x > 0 \text{ 이므로 } x = 3 + \sqrt{13}$$

11. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

① $x = 1, x = 3$

② $x = 1, x = 5$

③ $x = 1$

④ $x = 2, x = 3$

⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.

따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

12. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

① $\frac{10}{3}$

② $-\frac{8}{3}$

③ -1

④ 3

⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x-1)(2x+3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

13. 직선 $y = ax + b$ 의 그래프가 2, 3, 4 분면을 지날 때, x 에 대한 이차 방정식 $ax^2 + bx + 1 = 0$ 근의 개수에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
- ② 하나의 중근을 갖는다.
- ③ 근은 존재하지 않는다.
- ④ 근의 개수는 무한하다.
- ⑤ 알 수 없다.

해설

직선 $y = ax + b$ 의 기울기와 y 절편이 모두 음수이므로 $a < 0$, $b < 0$,

$ax^2 + bx + 1 = 0$ 에서 $D = b^2 - 4a > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

14. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 14개 일 때, n 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - 3n - 28 = 0$$

$$(n+4)(n-7) = 0$$

$$n = 7 \quad (\because n > 0)$$

15. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{ 의 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{ 에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{ 에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$