

1. 두 자연수 a, b 에 대하여 $a * b = 3a + 2b$ 라고 정의할 때, 다음 순서쌍 중에서 $x * 2y = 2 * (-1)$ 의 해인 것은?

① $(2, 1)$

② $(-1, 3)$

③ $(0, 4)$

④ $(3, 2)$

⑤ $(4, -2)$

해설

$x * 2y = 2 * (-1)$ 을 정리하면 $3x + 2 \times 2y = 3 \times 2 + 2 \times (-1)$,
 $3x + 4y = 4$ 이고 이를 만족하는 순서쌍은 $(4, -2)$ 이다.

2. x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $5x + y = 15$ 의 해는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 2 쌍

해설

$(1, 10), (2, 5)$

3. 다음 중 연립방정식 $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ 의 해는?

① (1, 4)

② (2, 3)

③ (3, 2)

④ (4, 1)

⑤ (5, 0)

해설

$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ 에 각각의 해를 대입해보면 (2, 3) 을 만족한다.

4. 연립방정식 $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ x + 3y = 10 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $x = 1, y = 3$

② $x = 3, y = 1$

③ $x = -1, y = 3$

④ $x = 1, y = -3$

⑤ $x = -1, y = -3$

해설

$y = 2x + 1$ 을 두 번째 식에 대입하면

$$x + 3(2x + 1) = 10$$

$$x = 1$$

x 값을 첫 번째 식에 대입하면 $y = 2 \times 1 + 1 = 3$

$$\therefore x = 1, y = 3$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x - y = 4a \\ 5x - 3y = 28 - 4a \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 $x = 3y$ 의 관계를 만족할 때, a 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 3y$ 의 관계를 만족하므로 주어진 연립방정식에 대입하면
 $3y - y = 4a$, $y = 2a$
 $5 \times 3y - 3y = 28 - 4a$, $12y = 28 - 4a$
다시 위의 두식을 연립하여 풀면 $a = 1$, $y = 2$ 이다.

6. 영희네 학년 학생들은 모두 225 명이고, 여학생 수가 남학생 수의 2 배보다 24 명이 적다고 한다. 여학생 수는?

① 142 명

② 144 명

③ 146 명

④ 148 명

⑤ 150 명

해설

남학생 수를 x 명, 여학생 수를 y 명이라 하면

$$\begin{cases} x + y = 225 \\ y = 2x - 24 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 83$, $y = 142$ 이다.

7. 일차방정식 $6x - y + 5 = 0$ 의 한 해가 $(a, 2a)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{4}$

해설

$6x - y + 5 = 0$ 에 $(a, 2a)$ 를 대입하면

$$6a - 2a + 5 = 0$$

$$\therefore a = -\frac{5}{4}$$

8. 연립방정식 $\begin{cases} px - qy = 3 \\ px + qy = 2 \end{cases}$ 의 해가 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 2

해설

각각의 식에 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 을 대입하면

$$\begin{cases} \frac{5}{2}p + \frac{1}{2}q = 3 \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{5}{2}p - \frac{1}{2}q = 2 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} = \frac{10}{2}p = 5$$

$$5p = 5, \quad p = 1$$

$p = 1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$\frac{5}{2} + \frac{1}{2}q = 3, \quad q = 1$$

$$\therefore p + q = 1 + 1 = 2$$

9. 연립방정식 $\begin{cases} x + y = 8 \\ 5x - my = 8 \end{cases}$ 의 해가 $x = a, y = b$ 일 때, 방정식

$2a - 3b = 1$ 을 만족한다. 이때 상수 m 의 값은?

① $-\frac{17}{3}$

② $-\frac{3}{17}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{17}{3}$

⑤ $\frac{17}{4}$

해설

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 5x - my = 8 \end{cases} \text{에}$$

$x = a, y = b$ 를 대입하면

$$\begin{cases} a + b = 8 \\ 5a - bm = 8 \end{cases},$$

$a + b = 8 \cdots (1)$ 과

$2a - 3b = 1 \cdots (2)$ 를 연립하여

$(1) \times 3 + (2)$ 를 하면 $5a = 25$

$a = 5, b = 3 \cdots (3)$

(3) 을 $5a - bm = 8$ 에 대입하면

$$25 - 3m = 8$$

$$\therefore m = \frac{17}{3}$$

10. 두 연립방정식 $\begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ ax + y = 4 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x - 7y = b \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ 의 해가 서로 같을 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 9

② 7

③ 4

④ 1

⑤ 0

해설

두 연립방정식의 해가 같으므로, $\begin{cases} 5x + 3y = 5 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ 를 연립한 해도

같다.

이제 위의 연립방정식을 풀면, $x = 1$, $y = 0$ 이므로 나머지 다른 두 식에 대입하면 $a = 4$, $b = 3$ 이다.

따라서 $a + b = 7$ 이다.

11. 연립방정식 $\begin{cases} 4(x+y) - 3y = -7 \\ 3x - 2(x+y) = 5 \end{cases}$ 의 해가 $x = a, y = b$ 일 때, $3a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} x - 2y = 5 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 8x + 2y = -14 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면 $9x = -9 \therefore x = -1$

$x = -1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $-1 - 2y = 5 \therefore y = -3$

$a = -1, b = -3$ 을 $3a - b$ 에 대입하면

$$3 \times (-1) - (-3) = -3 + 3 = 0$$

12. 다음 보기 중에서 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 만들었을 때, 해가 무수히 많은 것은?

보기

㉠ $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = -1$

㉡ $0.4x + 0.2y = -0.1$

㉢ $0.2x + 0.1y = -0.7$

㉣ $3x + 4y = -12$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠식에 $\times 12$ 를 하면 $3x + 4y = -12$ 이 되어 ㉣식과 일치하게 되므로 ㉠과 ㉣을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 무수히 많다.

13. 학교를 사이에 두고 14km 떨어져 있는 두 학생의 집 A , B 가 있다. 집 A 의 학생이 자기 집을 떠나서 B 까지 가는데 A 에서 학교까지는 때시 3km , 학교에서 B 까지는 때시 5km 의 속력으로 걸어서 4 시간이 걸렸다. A 에서 학교까지의 거리는?

- ① 9km ② 8km ③ 7km ④ 6km ⑤ 5km

해설

집 A 에서 학교까지의 거리를 x km 라 하고 학교에서 집 B 까지의 거리를 y km 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 14 & \cdots (1) \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{5} = 4 & \cdots (2) \end{cases}$$

(2) 의 양변에 15를 곱하면 $5x + 3y = 60 \cdots (3)$

(3) - (1) $\times 3$ 하면 $2x = 18$

$$x = 9, y = 5$$

$\therefore$ 집 A 에서 학교까지의 거리 : 9km

14. 속력이 일정한 어느 기차가 길이 1km 인 터널을 지나는데 1분 40 초가 걸리고, 길이 400m 인 다리를 지나는데 50초가 걸린다고 한다. 이 기차의 길이를 구하여라.

▶ 답 : m

▷ 정답 : 200 m

해설

기차의 길이 x m, 기차의 속력 y m/분 이라 하면

$$\begin{cases} 1000 + x = \frac{5}{3}y \cdots \textcircled{㉠} \\ 400 + x = \frac{5}{6}y \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 하면

$$600 = \frac{5}{6}y$$

$$y = 720$$

$$x = 200$$

$\therefore$ 기차의 길이 : 200m

15. 연립방정식 $\begin{cases} 2x : 1 = y : 6 \\ 3x - 4y = 45 \end{cases}$ 을 가감법으로 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $y = -12$

해설

$$\begin{cases} 2x : 1 = y : 6 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x - 4y = 45 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{에서 } \textcircled{㉠} \text{을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 12x - y = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x - 4y = 45 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{이다.}$$

y 를 소거하기 위해 $4 \times \textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 을 하면 $x = -1$ 이고, $x = -1$ 을 대입하면 $y = -12$ 이다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} ax - by = -4 \\ 5x + cy = -2 \end{cases}$ 을 푸는데, c 를 잘못 보아 $x = -1, y = \frac{3}{2}$ 을 해로 얻었다. 옳은 해가 $x = \frac{1}{2}, y = \frac{9}{4}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?
(단, c 는 옳은 값이다.)

① 5

② 3

③ 2

④ 1

⑤ 0

해설

옳은 해를 위의 두 방정식에 대입하면

$$\frac{1}{2}a - \frac{9}{4}b = -4 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{9}{4}c = -2$$

$$\therefore c = -2$$

또한 잘못 얻은 해는 첫 번째 방정식을 만족하므로

$$\text{이것을 대입하면 } -a - \frac{3}{2}b = -4 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠과 ㉡을 연립해서 풀면 $a = 1, b = 2$

$$\therefore a + b + c = 1 + 2 - 2 = 1$$

17. 물통에 물을 넣는데, 큰 관과 작은 관을 사용하여 3 분 동안 넣은 다음, 큰 관만으로 물을 넣었더니 5 분 후에 물통이 가득 찼다. 또 두 관을 사용하여 4 분 동안 물을 넣은 다음 작은 관만을 사용하였더니 7 분 후에 물통이 가득 찼다고 한다. 이때 작은 관으로만 물을 넣는다면 몇 분이 걸리는지 구하여라.



답 :

분



정답 : 19분

해설

전체 물의 양을 1, 큰 관으로 1 분에 넣을 수 있는 물의 양을 x 라 하고, 작은 관으로 1 분에 넣을 수 있는 물의 양을 y 라 하자.

$$3(x + y) + 5x = 1$$

$$4(x + y) + 7y = 1$$

두 식을 정리하면

$$\begin{array}{r} 8x + 3y = 1 \\ -) 8x + 22y = 2 \\ \hline -19y = -1 \end{array}$$

$$y = \frac{1}{19}, x = \frac{2}{19}$$

$\therefore$ 작은 관은 1 분에 전체의 $\frac{1}{19}$ 을 넣을 수 있으므로 작은 관만으로 물을 넣으면 19분이 걸린다.

18. 합금 A는 구리를 20%, 아연을 30% 포함한 합금이고, B는 구리를 30%, 아연을 10% 포함한 합금이다. 이 두 종류의 합금을 녹여 구리를 9kg, 아연을 10kg 얻으려면 합금 A는 몇 kg이 필요한지 구하여라.

합금	A	B
구리	20%	30%
아연	30%	10%

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 30 kg

해설

합금 A의 양을 x kg, 합금 B의 양을 y kg 이라고 하면

$$\begin{cases} \frac{20}{100}x + \frac{30}{100}y = 9 \\ \frac{30}{100}x + \frac{10}{100}y = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 3y = 90 \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + y = 100 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 30$, $y = 10$ 이다.

19. 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 3cm, 4cm 이고, 높이가 12cm 인 직육면체 위의 한 점 A 에서 가장 먼 점 B 까지의 직선거리는 13cm 이다. 점 P 는 점 A 에서 출발하여 2cm/s 의 속도로 대각선 AB 를 왕복하고, 점 Q 는 2cm/s 의 속도로 점 A 에서 출발하여 모서리를 따라 최단거리로 점 B 까지 간 후, 다시 최단거리로 되돌아오기를 반복한다. 두 점이 처음으로 점 B 에서 만나는 것은 출발한 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : 초

▷ 정답 : 123.5초

해설

점 P 는 13cm 의 거리를 2cm/s 의 속도로 왕복하고

점 Q 는 $3 + 4 + 12 = 19$ cm 의 거리를 2cm/s 의 속도로 왕복하므로

점 B 에서 만나려면 점 P 와 점 Q 가 이동한 거리가 13 과 19 의 공배수이어야 한다.

따라서 점 B 에서 처음 만날 때까지 점 P 와 점 Q 가 이동한 거리는 13 과 19 의 최소공배수인 247cm 이다.

점 P 와 점 Q 의 속도는 2cm/s 로 동일하므로

$$(\text{시간}) = \frac{247}{2} = 123.5 \text{ 초 후이다.}$$

20. A, B 두 종류의 소금물이 있다. A 에서 $200g$, B 에서 $300g$ 을 섞었더니 7% 의 소금물이 되었다. 또, A 에서 $300g$, B 에서 $200g$ 을 섞었더니 8% 의 소금물이 되었다. A, B 의 소금물의 농도를 각각 구하여라.

▶ 답: %

▶ 답: %

▷ 정답: $A = 10$ %

▷ 정답: $B = 5$ %

해설

$$\begin{cases} \frac{A}{100} \times 200 + \frac{B}{100} \times 300 = \frac{7}{100} \times (200 + 300) \\ \frac{A}{100} \times 300 + \frac{B}{100} \times 200 = \frac{8}{100} \times (300 + 200) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2A + 3B = 35 \\ 3A + 2B = 40 \end{cases}$$

$$\therefore A = 10(\%), B = 5(\%)$$